Tema: Cellular automaton (concurrente)

Carrera: ISC

Grupo: 6 AV

Materia: Lenguajes y Autómatas

Profesor: Hernandez Abiel Tomas

Nombres:

BETANCOURT VELAZQUEZ NANCY ETZEL – 181080029 - 50%

NAJERA TRAVECERAS ERIK- 191080172 - 50%

NEGRETE QUIROZ ALEJANDRO – 181080153 - 50%

TEJEDA RUFINO DIEGO - 161080149 - 50%

Junio-2021

ÍNDICE

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

RESUMEN

Los autómatas celulares fueron diseñados por John Von Neuman y Stanislaw Ulam en la década de 1940. Los autómatas celulares han sido estudiados desde sus inicios, lo que demuestra su importancia y transversalidad en diferentes áreas de estudio, por lo que se interesan por diferentes disciplinas. Los autómatas celulares se pueden definir como un sistema dinámico que consiste en un conjunto de elementos simples que son idénticos entre sí, pero que juntos pueden demostrar un comportamiento complejo global. Los vecinos que afectan a cada máquina tragamonedas son 8 los que la rodean. Cada PLC individual puede tener un valor de 0 o 1. La función de transición se especifica de la siguiente manera: • El PLC en el estado 0 cambia a 1 si 3 son sus vecinos a 1, de lo contrario permanece en 0.

¿Cuál es el autómata celular más simple que podamos imaginar? “Sobre esta pregunta y su respuesta, es emocionante que incluso con el aire acondicionado más simple imaginable, veremos cómo funcionan los sistemas complejos.

El origen del concepto de autómata John Von Neumann diseñó una computadora que, además de poder procesar información, tendrá un elemento manipulador como una mano, un elemento cortante, un elemento sensorial que permitiría a la computadora reconocer el mundo exterior, estructuras que actuaban como chasis.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación sobre “Autómatas celulares” forma parte de los estudios de la asignatura de Lenguajes y Autómatas, cuyo enfoque se interesa por el conocimiento de las características, fortalezas y debilidades de los lenguajes de programación y su entorno le permitirán proponer las mejores soluciones en problemas de índole profesional y dentro de las realidades de su entorno, es un modelo matemático para un sistema dinámico compuesto por un conjunto de celdas o células que adquieren distintos estados o valores. El aspecto que más caracteriza a los AC es su capacidad de lograr una serie de propiedades que surgen de la propia dinámica local a través del paso del tiempo y no desde un inicio, aplicándose a todo el sistema en general. El desarrollo de este proyecto, nos permitió aplicar los conocimientos adquiridos en la materia de Lenguajes y Autómatas, experimentando cada uno de los procesos en los que se dividió la metodología utilizada y de alguna u otra manera ayudar soluciones mediante propuestas que permitirán tener un mejor entendimiento y aplicación de los autómatas celulares.

OBJETIVO GENERAL

- Evidenciar con la metodología de autómatas celulares, lo eficaz que puede ser para la modelación de sistemas complejos adaptativos. Usándolos cómo mecanismos de cómputo. El aspecto que más caracteriza a los AC es su capacidad de lograr una serie de propiedades que surgen de la propia dinámica local a través del paso del tiempo y no desde un inicio, aplicándose a todo el sistema en general, utilizando la lógica de fases ofrece características adecuadas para el diseño de circuitos asincrónicos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Entender, verificar y reconocer que son los autómatas celulares
- Definir que es un autómata celular.
- Analizar los autómatas celulares
- Entender la importancia de un autómata celular y comprender su funcionamiento.

JUSTIFICACIÓN

Los autómatas celulares pueden usarse como un mecanismo de cómputo paralelo masivo que fue definido desde los años de 1950’s; sin embargo, en aquel tiempo no fue posible experimentar ampliamente con ellos debido a que el equipo computacional con el que se contaba no estaba tan desarrollado para permitirlo. Con el paso del tiempo se han logrado avances tecnológicos como el FPGA. Las ventajas proporcionadas por estos dispositivos permiten realizar implementación de lógica definida por comportamiento, y diseño de hardware paralelo capaz de realizar procesamiento paralelo masivo. La lógica de fases ofrece características adecuadas para el diseño de circuitos asincrónicos. Es por ello que se hace factible el uso del FPGA y la aplicación de lógica de fases para realizar la implementación de una arquitectura basada en un autómata celular.

MARCO TEÓRICO

Autómatas celulares

Los Autómatas Celulares fueron diseñados por John Von Neuman y Stanislaw Ulam en los años 40. Desde su creación los Autómatas Celulares han sido estudiados demostrando su importancia y transversalidad en distintas áreas de estudio, por lo que son de interés en diferentes disciplinas. Los Autómatas Celulares se pueden definir como un sistema dinámico formado por un conjunto de elementos sencillos idénticos entre sí, pero que en conjunto son capaces de demostrar comportamientos complejos globales. Acerca de la estructura que poseen los Autómatas Celulares resaltan ciertamente algunos componentes básicos.

- Un plano bidimensional o un espacio n-dimensional dividido en un número de subespacios homogéneos, conocidos como celdas. La homogeneidad establece que todas las celdas utilizan la misma regla de actualización.

- Cada celda puede estar en uno de un conjunto finito de estados. - Una vecindad definida para cada celda, la que consiste en un conjunto contiguo de celdas. De esto se desprende la condición de localidad, la que se refiere a que las células solo capturan información de sus vecinas.

- Una regla de evolución, la cual define el estado de cada celda dependiendo del estado inmediatamente anterior de su vecindad. Esta evolución es determinada por una función matemática que captura la influencia de la vecindad sobre la celda en cuestión.

- Un Reloj Virtual de Cómputo, el cual generará “tics” o pulsos simultáneos a todas las celdas indicando que debe aplicarse la regla de evolución donde cada celda cambiará o mantendrá su estado. Este componente hace que se cumpla la condición de paralelismo, la cual significa que todas las células son actualizadas al mismo tiempo. De esta forma, los Autómatas Celulares tienen la característica de permitir evaluar la evolución de una colonia dado que permiten calcular o predecir el estado del periodo siguiente a partir de su estado actual, considerando el nivel actual de influencia entre los componentes de la colonia. Principalmente es por esta característica que los Autómatas Celulares son efectivos al momento de simular sistemas adaptativos complejos. Sin embargo, los Autómatas Celulares no sólo son utilizados para la simulación de sistemas adaptativos, sino que también son utilizados como una alternativa al enfoque tradicional de expresión de los sistemas mediante las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento de sus variables, incluso en algunos trabajos se ha propuesto su uso como herramienta para la solución de las ecuaciones asociadas a ciertos sistemas, además de otros usos.

Entonces, en términos generales, tenemos que los Autómatas Celulares pueden ser descritos como una estructura de células o “entes” comunicados entre sí de forma regular de manera que el comportamiento de cada uno está afectado por el de sus vecinos. Quedando clara la definición de los Autómatas Celulares, se puede ahora pasar a revisar algunos ejemplos de Autómatas conocidos. Un caso conocido de Autómata Celular Unidimensional es la “punta de flecha de Sierpinski”. En este caso, el autómata cuenta con una vecindad compuesta por los dos vecinos más próximos y código decimal de función de transición 909 . Otro caso conocido es el autómata denominado como el juego de la vida de Conway. El cual es un autómata celular cuya rejilla es una matriz bidimensional infinita.

La evolución de este autómata está determinada por el estado inicial o configuración y no necesita ninguna entrada de datos posterior. Los vecinos que influyen en cada autómata son los 8 que lo rodean. Cada autómata individual puede tener valor 0 o 1. La función de transición está especificada de la siguiente forma: • Un autómata en estado 0 cambia a 1 (nacimiento) si 3 de sus vecinos están en 1, en otro caso sigue en 0. • Un autómata en estado 1 sigue en estado 1 si 2 o 3 de sus vecinos están en estado 1. Donde, si el estado cambio de 1 a 0, significa muerte, si cambia de 0 a 1, significa nacimiento, si se mantiene en 1 significa que sigue con vida y si se mantiene en 0 sigue muerto. Un autómata celular es un modelo matemático y computacional para un sistema dinámico que evoluciona en pasos discretos. Son sistemas descubiertos dentro del campo de la física computacional por John von Neumann en la década de 1950. La teoría de los autómatas celulares se inicia con su precursor John von Neumann a finales de la década de 1940 con su libro Theory of Self-reproducing Autómata.

Aunque John von Neumann puso en práctica los AA.CC., estos fueron concebidos en los años 40 por Konrad Zuse y Stanislaw Ulam. Zuse pensó en los espacios de cómputo, como modelos discretos de sistemas físicos.

Un autómata celular es un modelo de un sistema de objetos “celulares” con las siguientes características.

- Las células viven en una cuadrícula. (Veremos ejemplos en una y dos dimensiones en este capítulo, aunque un autómata celular puede existir en cualquier número finito de dimensiones).

- Cada celda tiene un estado. El número de posibilidades de estado suele ser finito. El ejemplo más simple tiene las dos posibilidades de 1 y 0 (también denominado "encendido" y "apagado" o "vivo" y "muerto").
- Cada celda tiene un vecindario. Esto se puede definir de varias formas, pero normalmente es una lista de celdas adyacentes.

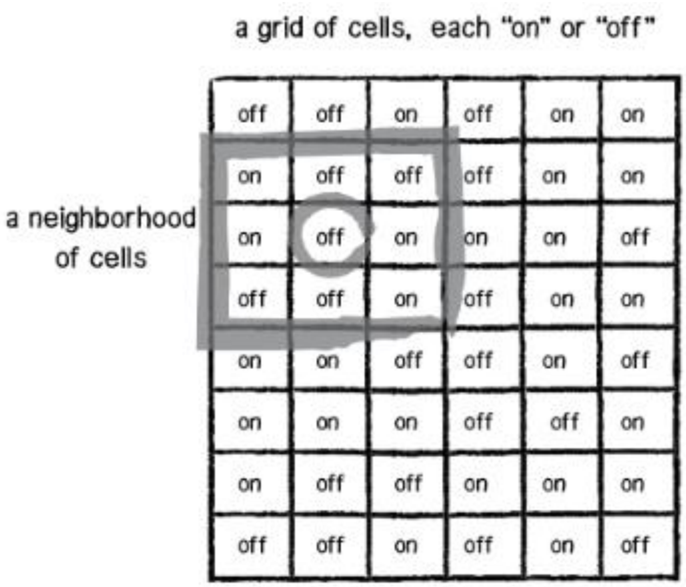

Ilustración 1

¿Cuál es el autómata celular más simple que podemos imaginar?" Lo emocionante de esta pregunta y su respuesta es que incluso con la CA más simple imaginable, veremos las propiedades de los sistemas complejos en funcionamiento.

Construyamos la CA elemental de Wolfram desde cero. Primero los conceptos, luego el código. ¿Cuáles son los tres elementos clave de una AC?

1) Cuadrícula. La cuadrícula más simple sería unidimensional: una línea de celdas.

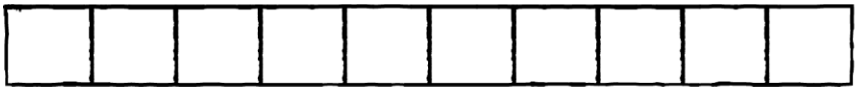

Ilustración 2

2) Estados. El conjunto de estados más simple (más allá de tener un solo estado) sería dos estados: 0 o 1.

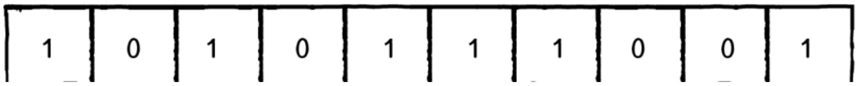

Ilustración 3

3) Barrio. El vecindario más simple en una dimensión para cualquier celda dada sería la celda en sí y sus dos vecinos adyacentes: uno a la izquierda y otro a la derecha.

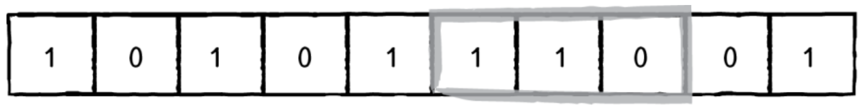

Ilustración 4

Un vecindario son tres celdas.

Entonces comenzamos con una línea de celdas, cada una con un estado inicial (digamos que es aleatorio) y cada una con dos vecinas. Tendremos que averiguar qué queremos hacer con las celdas en los bordes (ya que tienen solo un vecino cada una), pero esto es algo que podemos resolver más adelante.

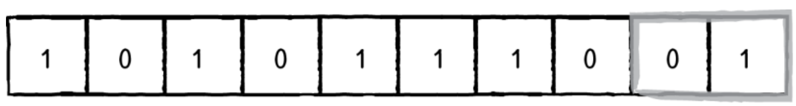

Ilustración 5

La celda del borde solo tiene una vecindad de dos.

Sin embargo, todavía no hemos discutido cuál es quizás el detalle más importante de cómo funcionan los autómatas celulares: el tiempo. En realidad, no estamos hablando del tiempo del mundo real aquí, sino de la CA que vive durante un período de tiempo, que también podría llamarse generación y, en nuestro caso, probablemente se referirá al recuento de cuadros de una animación. Las figuras anteriores nos muestran que el CA en el tiempo es igual a 0 o generación 0.

Las preguntas que tenemos que hacernos son: ¿Cómo calculamos los estados para todas las células en la generación 1? ¿Y la generación 2? Y así sucesivamente y así sucesivamente.

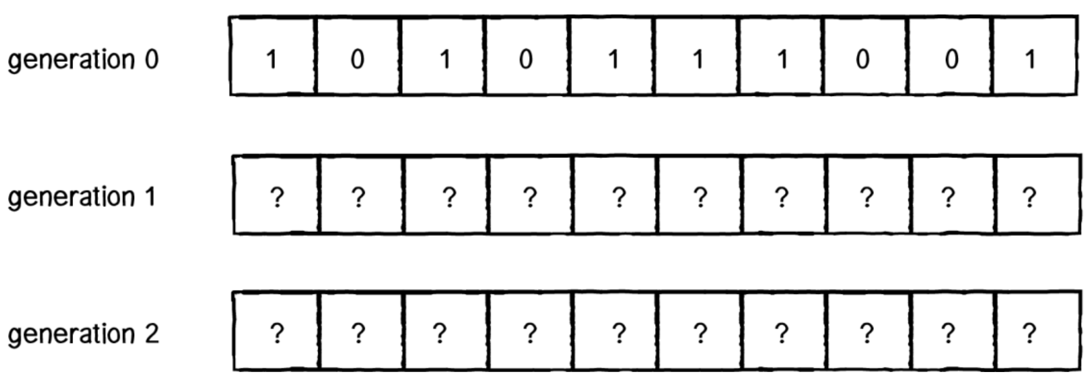

Ilustración 6

Digamos que tenemos una celda individual en la CA, y llamémosla CELDA. La fórmula para calcular el estado de CELL en cualquier momento t es la siguiente:

Estado de la CELDA en el tiempo t = f (vecindad de la CÉLULA en el tiempo t - 1)

En otras palabras, el nuevo estado de una celda es una función de todos los estados en la vecindad de la celda en el momento anterior en el tiempo (o durante la generación anterior). Calculamos un nuevo valor de estado mirando todos los estados vecinos anteriores.

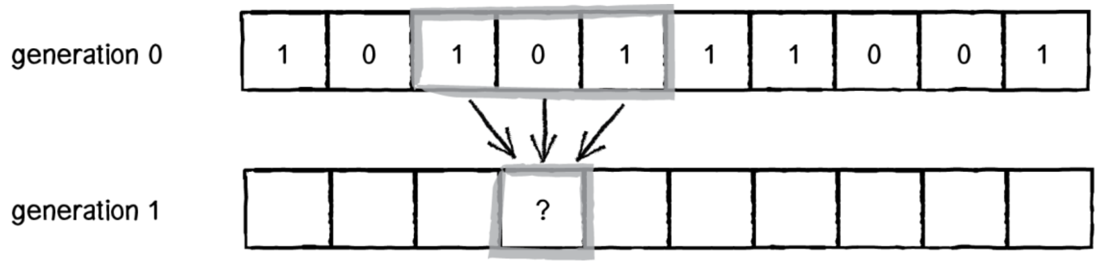

Ilustración 7

Surgimiento del concepto de Autómata

Surgimiento del concepto de Autómata John Von Neumann propuso una computadora que además de ser capaz de procesar información contará con un elemento de manipulación como una mano, un elemento para cortar, un elemento sensorial que le permitiese a la computadora reconocer el mundo exterior, estructuras que funcionaban como un chasis. El propósito de la máquina era reproducirse y que al paso de las generaciones la descendencia evolucionará. Posteriormente en la década correspondiente a los años de 1950, John Von Neumann hizo un replanteamiento de su autómata y así introdujo formalmente el término de Autómata Celular en su artículo publicado póstumamente bajo el título “Teoría del Autómata auto-reproductor” (“Theory of Self-Replicating Automata (1966)”). El interés de Von Neumann en este trabajo era la explicación de algunos aspectos de biología [3]. Von Neumann hacía una comparación entre el autómata natural (seres vivos) y el autómata artificial (computadoras). El propósito era implementar en el autómata artificial la característica de autoreproducción que presenta el autómata natural. El modelo desarrollado por Von Neumann constaba de un arreglo de células bidimensional finito. Cada célula podría estar en uno de 29 estados posibles que se representa mediante colores. Cada célula partía de un estado llamado inactivo, representado por el color negro, y los demás colores representaban los estados activos. Cada célula seguía localmente las reglas de comportamiento como una máquina de estados finita ocasionando un comportamiento global. El arreglo constaba de dos partes de células activas, una llamada “constructor” (constructor) y la otra “organismo” (organism) que es la que se iba a reproducir. Se ponía en marcha una evolución dinámica en el arreglo, y llegaba a un estado estable hasta que el esquema del organismo se copiaba al constructor. El autómata celular es un modelo matemático con capacidad de reproducirse y destruirse a sí mismo. Son modelos de espacio y tiempo discreto, usualmente representado por un tablero de dimensiones ya sean finitas o infinitas.

Cada una de las células tiene un número finito de estados, incluyendo un estado estable o vació. Cada célula tiene un número finito de vecinos que pueden influir en su estado. El patrón de estados está definido por una regla de transición que es aplicada a todas las células en cada unidad de tiempo discreto.

Es conveniente definir también el concepto de máquina de autómatas celulares, que es la implementación de una máquina basada en un autómata celular. En una máquina de autómatas celulares cada autómata o célula se puede ver como un procesador simple capaz de realizar procesamientos sencillos, y sólo se comunica con sus vecinos inmediatos. A pesar de que un procesador por sí mismo realiza operaciones sencillas, la máquina en su conjunto es capaz de comportarse de manera tal que puede modelar sistemas complejos.

Las definiciones anteriores se mencionan ya que en algunas fuentes hacen estas dos conceptualizaciones, aunque en otras fuentes el término autómata celular hace referencia a ambos conceptos. Von Neumann introdujo formalmente el término de autómata celular, sin embargo, además de del Autómata reproductor de Von Neumann o Modelos Cinemáticas y el Autómata celular de Von Neumann cabe señalar otros modelos que son autómatas celulares teóricos, aunque no lleven el nombre de autómata celular explícitamente, tales como: La Máquina de Turín, Red infinita de Stanislaw Ulam, Fábricas vivas flotantes de Edward F. Moore, Autómata reproductor de Freeman Dyson.

En los años de 1930 Turing desarrolló una máquina que puede visualizarse como un sofisticado tocacintas. La cinta se considera de longitud infinita y está dividida en secciones que contienen un bit de información. La máquina actúa como una máquina de estados finitos, la conducta es determinada de acuerdo a una tabla de reglas y la información proveniente del estado interno de la máquina y la información proporcionada por la cinta. La máquina es capaz de realizar procesamiento de información, esto hace que sea considerada una máquina de cálculo universal, ya que cualquier problema de cálculo planteado en forma de un algoritmo puede ser procesado por la máquina de Turín. Es algo equivalente a una computadora digital.

A finales de los años de 1940 Ulam desarrolló un modelo que consistía en una red infinita de células desplegada como un tablero de damas, cada célula se comportaba como una máquina de estados finitos. En su conjunto, las células compartían un grupo de reglas de comportamiento. A principios de los años de 1970 se plantean las creaciones imaginarias de Moore, que eran máquinas que seguían cierta lógica con el propósito de recolectar los elementos que les permitiera manufacturar piezas para ensamblar máquinas similares a las originales. Dyson propuso un autómata auto-reproductor para ser enviado a la luna de Saturno. La máquina presentaba ciertas características que le permitían reproducirse.

Autómatas en una dimensión

Las características que presentan los autómatas celulares en una dimensión también son observadas en los autómatas celulares en dos dimensiones; pero es más fácil observarlas en los autómatas en una dimensión. Por ello en este capítulo se incluye una exposición de las características de los autómatas celulares en una dimensión. Los autómatas celulares unidimensionales cuyas reglas tienen en cuenta grupos de tres celdas adyacentes y pocos estados posibles para cada celda, poseen la propiedad de computación universal, es decir, es capaz de imitar una máquina universal de Turing. Los autómatas celulares en una dimensión pueden ser representados con dos parámetros (k, r), donde k es la cardinalidad o número de estados posibles del conjunto K, y r es el número de vecinos a cada lado de la célula central.

En esta sección emplearemos como ejemplo la vecindad de Wolfram, la cual está formada por una célula central con un vecino a cada lado y los estados posibles son dos, es decir, un autómata (2,1).

El número de células que integra la vecindad está dado por: $2r + 1$

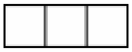

Ilustración 8

Vecindad de Wolfram.

La regla de comportamiento evalúa cada una de las posibles configuraciones de la vecindad, el número de configuraciones posibles está dado por: $k^{(2r+1)}$

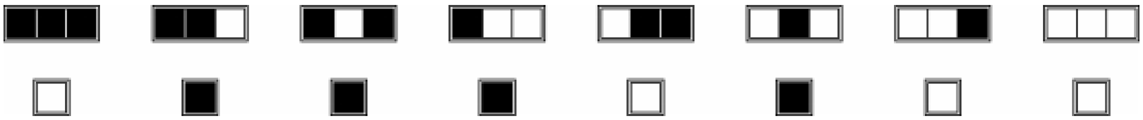

Ilustración 9

Regla de comportamiento 116.

Stephen Wolfram realizó una clasificación de cuatro tipos básicos del autómata celular, de acuerdo al comportamiento que observó en sus experimentos con autómatas celulares.

Clase 1. Tiene un comportamiento simple, y casi cualquier estado inicial posible lleva al mismo estado final uniforme.

• Clase 2. Existen varios estados finales posibles. Estos son un cierto conjunto de estructuras simples, que bien permanecen estáticas o son cíclicos con un número reducido de pasos.

• Clase 3. Su comportamiento es más complicado que las anteriores clases. Muestra cierto grado de aleatoriedad, sin embargo, en cierto nivel presenta ciertos patrones; por ejemplo, estructuras en forma de triángulo.

• Clase 4. Presenta una mezcla de orden y aleatoriedad. Se pueden distinguir estructuras un tanto simples por sí mismas, pero estas estructuras se van moviendo e interactuando con otras y con ello provocan comportamientos más complejos.

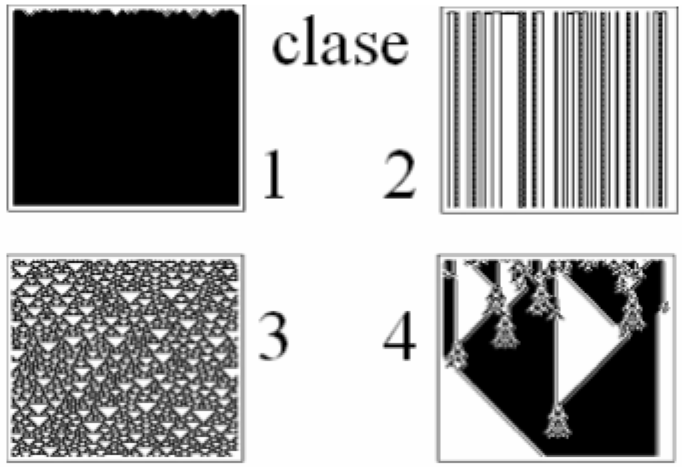

Ilustración 10

Ejemplo de comportamiento de un autómata celular en cada uno de los casos de la clasificación básica de Wolfram.

La clasificación básica se hizo a partir de la observación del comportamiento de autómatas celulares discretos, pero también es válida para el caso de los autómatas celulares continuos. Ya que hay una similitud muy estrecha de los comportamientos en el caso continúo comparándolos con los comportamientos discretos descritos por la clase uno dos y tres; pero para el caso de clase cuatro tanto en autómatas celulares discretos como en autómatas celulares continuos los patrones formados son casi idénticos.

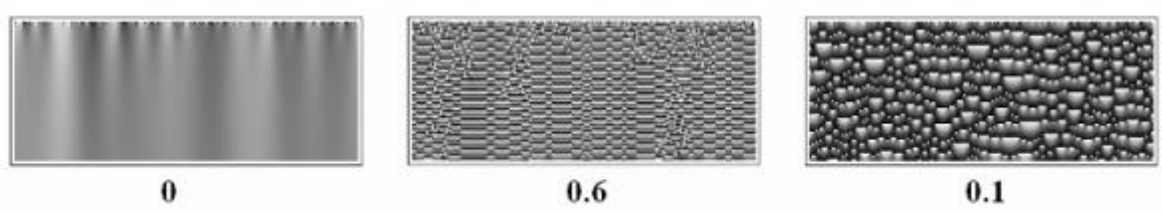

Ilustración 11

Ejemplo de evolución de autómatas celulares continuos.

En general los autómatas celulares de clase uno y dos rápidamente alcanzan estados estables. Los autómatas celulares de clase tres en cada paso tienen muchas células que están cambiando. Y los de tipo cuatro no alcanzan estados estables como los tipos uno y dos, pero su actividad es menor que la que muestran los de tipo tres. Si se considera que las condiciones iniciales del autómata celular implican cierta información, entonces se tiene de acuerdo a la clasificación de Wolfram:

• La clase uno olvida rápidamente la información concerniente al estado inicial.

• La clase dos retiene cierta información concerniente al estado inicial, pero esta información se localiza en un sector y no es comunicada a otros del sistema.

• La clase tres tiene la característica de que cualquier cambio ocurrido en cualquier sector del sistema será comunicado eventualmente al resto del sistema.

Clase cuatro también en esta característica es un punto intermedio entre clase dos y tres. La clasificación básica es muy importante, ya que, en sus estudios de los autómatas celulares, Wolfram encontró que, al buscar definir un cierto autómata celular en particular, las propiedades encontradas en cada caso, tenían una gran relación con el tipo de autómata celular al que pertenece, según su propuesta de clasificación básica. La clasificación básica admite que hay autómatas que pueden caer dentro de un umbral de la clasificación ya que bajo ciertas propiedades que presenta pueden ser clasificados en una clase y bajo otras propiedades puede ser clasificado en otra clase. Es por ello que Wolfram sostiene que la mejor forma de abordar el estudio de los autómatas celulares es mediante la investigación empírica sistemática que haga uso de principios teóricos combinados con la experimentación y observación del comportamiento del sistema computacional por sí mismo.

Autómata celular como juego matemático

Dos ejemplos de juegos matemáticos basados en autómatas celulares son El juego de la vida y Células. El juego de la vida es un autómata celular bidimensional, con un tablero cuya cuadrícula se considera de tamaño infinito. Cada celda o célula tiene ocho vecinas, que corresponden a los puntos cardinales N, NE, E, SE, S, SO, O, NO. Esta vecindad se conoce como vecindad de Moore. En cada instante de tiempo cada célula tiene uno de dos posibles estados: “viva” ó “muerta”. Toda la información que necesita el autómata es el estado inicial para comenzar a evolucionar. La evolución se va dando por pasos de tiempo discretos, cada uno de los cuales se le llama una generación. El estado actual de las células determina el estado del autómata en la siguiente generación mediante el algoritmo 23/3, la reconfiguración se da en forma simultánea en todas las células.

Las reglas que rigen el comportamiento de las células son las siguientes:

Cada célula "viva", en el instante de tiempo t, con dos o tres células vecinas "vivas" tendrá un estado "viva" en el instante de tiempo t +1.

• Cada célula "muerta", en el instante de tiempo t, con exactamente tres células vecinas "vivas" tendrá un estado "viva" en el instante de tiempo t +1.

• En cualquier otro caso, sin importar el estado actual de la célula, tendrá un estado "muerta" para el instante de tiempo t + 1. A esto se debe que su regla de comportamiento se le dé el nombre 23/3. Que matemáticamente la podemos definir como:

$$\varphi(x_0, x_1, \ldots) = \begin{cases} 1 \quad \text{si} \begin{cases} x_0 = 0 \ \text{y} \ 3 \leq \sum_{i=1}^{v} x_i \leq 3 \\ x_0 = 1 \ \text{y} \ 2 \leq \sum_{i=1}^{v} x_i \leq 3 \end{cases} \\ 0 \ \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ilustración 12

El juego posee muchos de los aspectos de la vida, por ejemplo, el hecho de que una célula puede vivir o no depende de sus vecinas, ya que puede morir por sobrepoblación o por soledad. A partir de un estado inicial el autómata puede evolucionar hasta llegar a un patrón estable que ya no evoluciona. Un ejemplo particular de este caso es que todas las células mueren. Otra opción que se puede presentar es un patrón en constante evolución que puede ser periódico o no. Por ejemplo, el borrado de estructuras y su reconstrucción en otros lugares del espacio celular. Otro caso que se puede presentar es la creación de patrones totalmente arbitrarios e incluso combinaciones de los casos mencionados. En el juego de la vida, sí los posibles estados "viva" o "muerta" los consideramos ahora como estados lógicos "1" o "0", muchos de los patrones que se forman podrían simular de alguna forma compuertas lógicas, contadores e incluso máquinas de estados finitas. Por ello es que se considera que el Juego de la Vida tiene poder computacional, así como una máquina de Turing. El juego "Células" desarrollado por Peter Donnelly y Dominic Welsh es una cuadrícula rectangular, cada una de las casillas puede tener uno de dos estados posibles.

Se parte de un estado inicial donde se le da al azar un estado a cada casilla de toda la cuadrícula: En una generación se selecciona una casilla al azar y su estado se modificará para que en la siguiente generación sea el mismo del de una de sus ocho casillas vecinas, la cual se selecciona al azar. Al evolucionar el modelo se forman zonas homogéneas del estado uno y otras del estado dos, y van luchando para que al final todo el tablero tenga el un mismo estado, ya sea el uno o el dos. Este modelo podría usarse para simular las preferencias políticas de una población. Los estados podrían ser una preferencia política uno ó una preferencia política dos. También podría simular la competencia por el dominio territorial de dos especies similares en un mismo medio.

Definición de autómata celular a implementar

El autómata tiene un espacio celular regular en dos dimensiones, con un tamaño finito. En el presente proyecto tratamos con un arreglo bidimensional de tamaño 5X5. El procesamiento que realiza cada célula depende de la información que adquiere en sus puertos de entrada. Este flujo de esta información se establece a través de la división del arreglo bidimensional en regiones locales llamadas vecindad fundamental. En el presente proyecto tratamos con la vecindad fundamental de Von Neumann. En el anexo B se muestran otras configuraciones en una, dos y tres dimensiones. La vecindad de Von Neumann está constituida por una célula central C(i,j), y cuatro vecinas ubicadas: arriba C(i-1, j), abajo C(i+1, j), a la izquierda C(i, j1),a la derecha C(i, j+1).

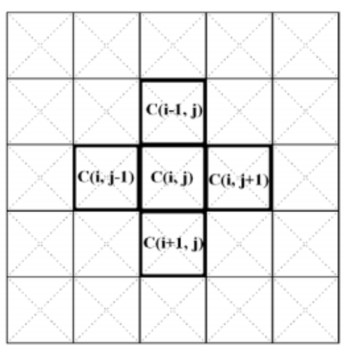

Ilustración 13

Vecindad de Von Neumann isométrica.

La siguiente figura ilustra el dominio y co-dominio, es decir, la forma en que se comunican las células que integran la vecindad de Von Neumann isométrica;

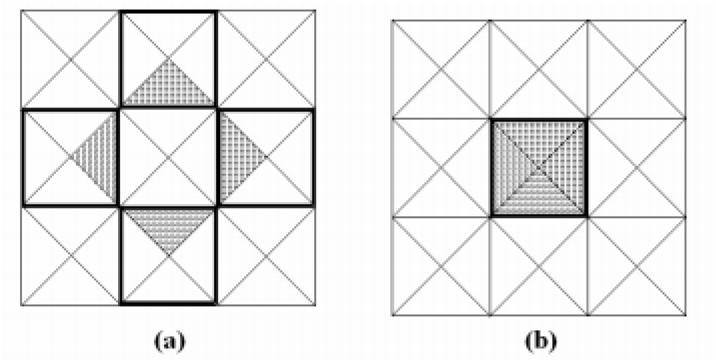

Ilustración 14

Vecindad de Von Neumann isométrica.

a) Dominio

b) Codominio

METODOLOGÍA

Datos

Los datos utilizados en este trabajo corresponden al valor promedio de oferta del metro cuadrado correspondiente a departamentos de las unidades de la comunidad de la vicente guerrero, constitución, la purísima, las torres.

Estos datos fueron recopilados de la página de la delegación Iztapalapa para efectos de este trabajo. El valor promedio del metro cuadrado correspondiente a departamentos de las unidades obtenido de la siguiente forma:

$$VP_i = \frac{UF_i}{M_i^2}$$

Donde:

UFi: Corresponde al valor promedio en UF de todas las ofertas realizadas en las unidades para el periodo de tiempo considerado.

Mi: Corresponde al promedio de Metros cuadrados que están en Oferta de las unidades para el periodo de tiempo considerado.

Luego, lo que nos interesa a nosotros es modelar la evolución de este valor promedio. Para esto, fue necesario calcular la variación porcentual de mes a mes de este indicador, por lo que perdemos una observación, quedando una muestra final de 37 variaciones mensuales.

Hipótesis

El punto de partida para la formulación de la hipótesis de este trabajo, es la consideración que los agentes que intervienen en el mercado de bienes raíces son sistemas complejos adaptativos. De esta forma, cada agente va actualizando y 11 retroalimenta su esquema de toma de decisiones a partir de la información que va obteniendo del mercado y otros agentes. Por lo tanto, los cambios en el mercado serán incorporados por los agentes participantes ocasionando cierta influencia a través del contagio de expectativas. Entonces, podemos plantear que dado que los precios de los bienes raíces son fijados por agentes, y son aceptados y pagados por estos, los que a su vez son sistemas complejos adaptativos, la aplicación de Autómatas Celulares a una muestra representativa entregaría evidencia de la existencia de cierto contagio que explicaría en parte la variación de los precios y valoración de los bienes raíces. Las condiciones que se plantean para aceptar esta hipótesis son las siguientes:

• El indicador de porcentaje de predicción de signo (PPS) debe ser mayor o igual al 60%.

• El PPS calculado debe cumplir algún criterio de significancia estadística. Para esto será considerado como test de significancia el Test de Acierto Direccional planteado por Pesaran y Timmermann11.

Diseño de los Autómatas Celulares

Para diseñar cada Autómata se requiere definir la naturaleza de sus células, la unidad, estados y la regla de migración.

Diseño de las células

Las células corresponden a las diferentes unidades de la delegación Iztapalapa, como son, Vicente Guerrero, Constitución, La Purísima, Las torres.

En este trabajo sólo se consideró el nombre de la unidad como diferenciación de las células, no tomando en cuenta otros atributos como distancia geográfica o su ubicación.

Diseño de la unidad

La unidad para cada privada (o célula) está definida como el conjunto de las comunas (o células) restantes. Es decir, todas las comunas son vecinas de todas y por lo tanto, todas ejercerán influencia. La distancia, y por ende la influencia, entre las comunas está determinada por la correlación entre estas. Por lo tanto, tenemos 4 unidades que contienen las mismas células pero que están distribuidas de diferente forma de acuerdo a sus correlaciones.

Diseño de los Estados

De las 38 observaciones que componen la muestra, se obtuvieron 37 variaciones porcentuales las que son transformadas a "estados" definidos de la siguiente manera:

• Si la diferencia porcentual es mayor que cero, entonces el estado correspondiente será +1. Lo que indica que el valor promedio del metro cuadrado ha subido para ese mes con respecto del anterior.

• Si la diferencia porcentual es menor que cero, entonces el estado correspondiente será –1. Lo que indica que el valor promedio del metro cuadrado ha caído para ese mes con respecto del anterior.

• Si la diferencia porcentual es igual que cero, entonces el estado correspondiente será 0. Lo que indica que el valor promedio del metro cuadrado no ha variado para ese mes con respecto del anterior.

Así, el objetivo del autómata es estimar si el valor promedio del metro cuadrado de los departamentos para cada comuna subirá, se mantendrá o bien bajará.

Diseño de la Función de Contagio o Influencia

En este trabajo se propone que el efecto contagio que se produce sobre una célula Ci se debe a la influencia que las otras células pueden ejercer sobre esta. El efecto de la influencia se aplica de forma agregada sobre la célula en cuestión. Es decir, los estados de las restantes células ejercerán una influencia combinada sobre el estado actual de la célula Ci generando o no un cambio en el estado de la célula. La influencia generada por las células es representada por una función matemática de modo que todas las células ejercerán influencia sobre las demás, sólo que algunas ejercerán mayor influencia que otras. Como se mencionó anteriormente, la distancia considerada entre las comunas no es considerada de forma geográfica, si no que corresponde a la correlación existente entre una y otra. Es decir, comunas que tengan mayor correlación, serán consideradas más cercanas y por lo tanto tendrá una mayor influencia que otra comuna con una correlación menor.

En el diseño de la función de transición se consideró que la influencia no decae de forma lineal, sino que más bien es de forma no lineal del tipo n e − , considerando que la influencia va decayendo en una proporción mayor a medida que la correlación va disminuyendo. De lo anterior, se deriva el supuesto de Bi-direccionalidad. Esto quiere decir que la influencia entre las comunas será recíproca.

Por lo tanto, ahora podemos ver que la influencia ejercida por la célula Cj sobre la célula Ci es la siguiente:

$$I_{ij} = e^{-\left|1-\rho_{ij}\right|} \cdot S_j$$

Donde,

ρ ij : Es la correlación entre la célula Ci y Cj .

S j : Es el estado actual de la célula Cj .

De esta forma, sólo se considera la correlación entre las células como el único atributo determinante del nivel de influencia. Así, la influencia total sobre la célula Ci debido a los estados actuales de todas las otras células, se describe por la expresión:

$$I_i^{Total} = \sum_{j \neq i}^{n} \left(e^{\left(-\left|1-\rho_{ij}\right|\right)} \cdot S_j \right)$$

La métrica que se ha utilizado es la diferencia entre la correlación y la unidad. Esto para considerar cuán alejado se está de una situación de correlación perfecta (correlación = 1). Así, para una célula que tenga correlación perfecta de 1, ejercerá una influencia completa sobre la célula afectada.

Ahora que ya está especificada la forma en que los estados de las células vecinas afectan el estado actual de la célula en cuestión, se puede definir la estimación o cálculo del estado próximo.

Cálculo de la predicción del estado próximo

Dada la función influencia antes descrita, consideraremos la siguiente regla de migración:

• Si la Influencia Total es mayor que cero, entonces la predicción para el estado futuro de la célula será +1, implicando que el valor promedio del metro cuadrado de esa comuna deberá aumentar.

• Si la Influencia Total es menor que cero, entonces la predicción para el estado futuro de la célula será –1, implicando que el valor promedio del metro cuadrado de esa comuna deberá disminuir.

• Si la Influencia Total es igual a cero productos de las compensaciones entre las distintas influencias, entonces la predicción del estado futuro de la célula será 0, implicando que el valor promedio del metro cuadrado de esa comuna no mostrará variaciones.

DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN

Aplicación y procedimiento

Previo a la aplicación de esta metodología, es necesario definir un espacio intramuestral y otro extra muestral. Esto para que a partir del espacio intramuestral se definan las correlaciones y por ende la influencia, mientras que el espacio extra muestral sirve como espacio de control.

De esta forma, de los 37 estados observados con los que se cuenta, se consideró a los primeros 20 estados como intramuestral y los 17 siguientes como extra muestral.

Luego de obtener las correlaciones, se calcula la función influencia y se aplica a cada estado, de modo que el agregado de influencias genere la predicción para el siguiente periodo de tiempo. Una vez que se cuenta con todas las predicciones, estas deben ser evaluadas. Para esto se consideró el porcentaje de predicción de signo (PPS), es decir, se calculó el porcentaje de aciertos obtenidos en la predicción de la dirección del cambio de los estados. El PPS se obtiene comprobando si el signo de la predicción es igual a la ocurrida realmente. Así, si la predicción tiene igual signo que lo observado, se asigna un 1, si no se acierta, se obtiene un 0. Luego, se calcula el porcentaje de aciertos del total de predicciones evaluadas. Se consideró un porcentaje de 60% o superior como un valor significativo. A continuación se muestra un gráfico explicativo del proceso para una célula Cj :

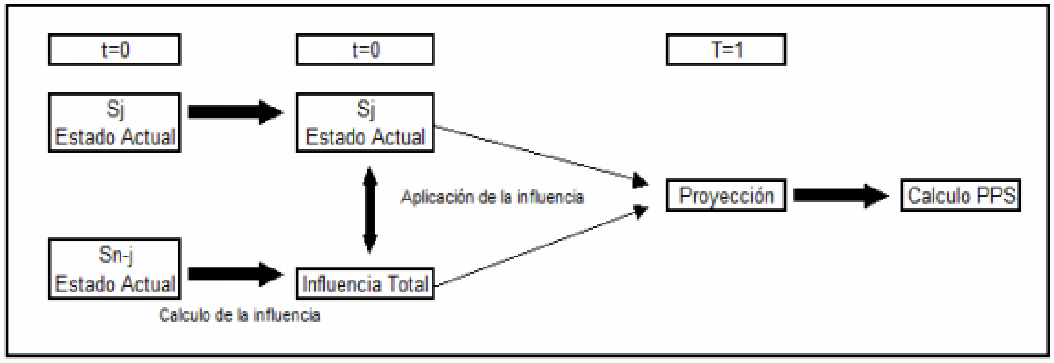

Ilustración 15

Donde Sn − j representa los estados de todas las células distintas de Cj .

Después de este proceso, se calculó el test de Acierto Direccional (DA) propuesto por Pesaran y Timmermann, para así medir la significancia estadística de la capacidad predictiva de los Autómatas Celulares aplicados. El test DA evalúa la hipótesis nula de que las variaciones observadas están independientemente distribuidas de las variaciones proyectadas. Por lo tanto, si la hipótesis nula es rechazada, entonces se puede decir que existe evidencia estadística a favor de la capacidad predictiva del modelo sobre la variable observada.

RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de los Autómatas Celulares anteriormente descritos. Los resultados se presentan por las unidades y con la especificación del resultado tanto Intramuestral como Extra muestral además del test DA aplicado a toda la muestra.

Unidad	PPS Intramuestral	PPS Extramuestral	Desv.Est.	Test DA
Vicente Guerrero	50%	56%	0.95%	-0,04
Constitucion	60%	44%	1.00%	0,42
La purisima	55%	31%	1.69%	-0,58
Las torres	75%	63%	1.14%	2.02

Ilustración 16

De estos resultados podemos destacar que los autómatas utilizados muestran una buena y significativa capacidad de predicción para el caso de Constitución y las torres, tanto en el espacio Intramuestral como Extra muestral. Esto significa que los cambios y nueva información capturadas por las comunas consideradas en la muestra sí ejercen una influencia significativa en los agentes que participan en el mercado de bienes raíces. Para el caso de Constitución, el test DA rechaza la hipótesis nula considerando un 95% de significancia estadística. Por lo que estadísticamente el modelo si presenta capacidad predictiva. Para el resto de las unidades, los resultados no indican un efecto contagio fuerte, ya que no se obtienen buenos porcentajes de predicción de signo al basarnos sólo en las correlaciones y los estados de estas comunas. Sin embargo, esto no necesariamente rechaza la hipótesis de este trabajo, ya que no se cuenta actualmente con una base de datos completa y precisa, por lo que estos resultados podrían deberse a un problema por falta de datos más que en la metodología empleada.

Los buenos resultados obtenidos por Constitución y las torres hace pensar que en esta muestra si están incluidas comunas influyentes en su valoración, pero no necesariamente ocurre lo mismo para las demás comunas. La efectividad de esta metodología tiene relación directa con el número de comunas en el mercado. Un bajo número de comunas consideradas podría no reflejar algún nivel de influencia entre agentes ya que podría no constituir un mercado para los inversionistas o agentes.

En otras palabras, es posible que el cambio en la valoración del metro cuadrado se deba solamente a un cambio en la composición del suelo en la comuna y no efectivamente a un alza de precios en los bienes raíces de esa unidad. Por ejemplo, si en cierta unidad se construyen casas derribando edificios, la base del promedio podría cambiar sin que cambien los precios de los otros edificios. Además, la función influencia utilizada no considera atributos que pueden especificar y precisar el contagio entre unidades.

CONCLUSIONES

Dado todo lo anterior, podemos ver que existe evidencia de que la metodología de autómatas celulares es eficaz para la modelación de sistemas complejos adaptativos y que se puede aplicar al mercado de bienes raíces. Sin embargo, queda pendiente para trabajos futuros la consideración de una base de datos que involucre el total de unidades y un mayor número de observaciones.

FUENTES DE INFORMACIÓN

Se utiliza la tesis de "Autómata Celular" realizado por Cristián Cavada Benech para poder platicar sobre los autómatas celulares.

Benech, C. C. (s/f). APLICACIÓN DE AUTÓMATAS CELULARES EN LA PREDICCIÓN DEL MOVIMIENTO DE PRECIOS DE BIENES RAICES. Recuperado de http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2007/cavada_c/sources/cavada_c.pdf

Brian, A.(1995). “Complexity in Economic and Financial Markets”. Journal Complexity, vol 1, no. 1.

Gell-Mann, M. (1994). “ The Quark and the Jaguar Adventures in the Simple and the Complex”. Turquets editores isbn 84-7223-844-X.

Aguilera Benavente, F. (2006). “Predicción del crecimiento urbano mediante sistemas de información geográfica y modelos basados en Autómatas Celulares”, GeoFocus (Artículos), nº 6, p. 81-112. ISSN: 1578-5157.

Mardones, C. (2006). “Impacto de la percepción de la calidad del aire sobre el precio de las viviendas en Concepción-Talcahuano”. Cuadernos de economía, vol. 43, pp. 301-329.

Parisi, F., Parisi, A. (2006). “Autómatas Celulares en Índices Bursátiles de América del Norte: IPC, TSE, NASDAQ, DJI”. El Trimestre Económico, México 2006.