

第 13 次作业

1. 假设总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 参数 μ , σ^2 均未知. 尝试给出参数 μ 的单侧假设检验与单侧区间估计的对偶关系. (一种情形即可).
2. 某种元件的寿命 (小时) 服从正态分布, 现测得 16 只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264
222 362 168 250 149 260 485 170

问: 是否有理由认为元件的寿命大于 225 小时? 请利用假设检验的 P 值检验法进行讨论. 取检验水平 $\alpha = 0.05$.

3. 某新型合成鱼线, 标注可负重 8kg, 测试 50 条鱼线的平均负重为 7.8kg, 如果已知标准差为 0.5kg, 请利用 P 值检验法分别在检验水平 $\alpha = 0.05, 0.01$ 下检验标注的准确性.
4. 某罐头厂考虑罐头装入量的变异性研究. 假设装入量服从 $N(\mu, \sigma^2)$, 参数 μ , σ^2 均未知. 假定制订规章的代理商指定装入量的标准差必须小于 0.1 盎司. 质量控制检查员选取了 10 听罐头, 并检测每一听的装入量, 数据如下:

罐头装入量 (盎司)									
7.96	7.90	7.98	8.01	7.97	7.96	8.03	8.02	8.04	8.02

数据是否提供了足够的证据表明装入量的标准差小于 0.1 盎司. 请利用假设检验的 P 值检验法进行讨论. 取检验水平 $\alpha = 0.05$.

5. 将病人分为没有明显心脏病的和有明显心脏病的两组, 分别有 50 人和 320 人, 其血液胆固醇平均含量分别为 195.27 和 216.19 个单位, 方差分别为 1250 和 1843.2. 两组病人血液胆固醇平均含量是否有显著不同? 请利用假设检验的 P 值检验法予以说明. 取检验水平 $\alpha = 0.01$.
6. *考虑某个关于两总体均值是否有差异的假设检验: $H_0: \mu_1 = \mu_2$ v. s. $H_1:$

$\mu_1 \neq \mu_2$, 取检验水平 $\alpha = 0.05$, 采集样本后通过计算得到 P 值为 0.001. 请判断以下说法的对错并简要说明理由.

- (1) 已经完全排除了原假设 (两总体均值之间没有差异).
- (2) 已经得到了原假设为真的概率.
- (3) 已经完全证明了备择假设 (两总体均值之间存在差异).
- (4) 能够推断出备择假设为真的概率.

- (5) 当你拒绝原假设时，你知道自己出错的概率.
- (6) 你得到了一个可靠的实验结果（即备择假设），即假设大量重复这个实验，那么你将在 99.9%的情况下得到显著的结果（即备择假设）.
7. 考虑课上硬币的例子，已知两种外观一样的硬币装在袋子里，试验设计为随机选取一个独立掷 10 次，观测正面向上次数（表示为随机变量 X ）。请在以下两种情形下进行 Bayes 假设检验： $H_0: p = 0.5$ v. s. $H_1: p = 0.7$.

- (1) 袋子中两种硬币个数相同.
- (2) 袋子中均匀硬币个数是另一种硬币个数的 10 倍.

请构建检验准则，并计算相应的两类错误的概率.

8. (1) 投掷骰子 60 次，观测频数如下表所示，计算卡方统计量的值，自由度以及 P 值，该骰子均匀否？

点数	1	2	3	4	5	6
频数	9	11	10	8	12	10

- (2) *如果投掷次数为 600，数据如下表所示，计算卡方统计量的值，自由度以及 P 值，该骰子均匀否？与 (1) 中数据及结果相比较你有什么评论？

点数	1	2	3	4	5	6
频数	90	110	100	80	120	100

9. (计算机实验) 考虑假设检验： $H_0: \mu \leq 5.2$ v. s. $H_1: \mu > 5.2$ ，用 $N(5,1)$

生样本容量为 $n = 100$ 的样本，在总体方差未知的情况下计算检验的 P 值，取检验水平 $\alpha = 0.05$ ，完成假设检验。重复 1000 次检验，记录拒绝原假设的次数，犯第一类错误的比例与 0.05 有多接近？