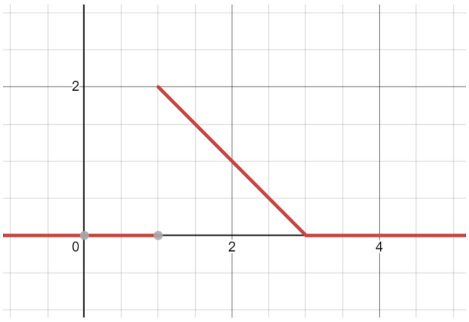
信号处理原理 2022期末

1. 根据下图所示信号$f(t)$作答，其中t是实数:
   (1) 绘出$g_1(t) = f\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(t) * \delta(t-3n)$的波形;
   (2) 写出$g_2(t) = f(t) * sgn(t)$的表达式，并绘出波形。



2. 已知函数$f(t) = \pi e^{-2|t|} + cos(3t)$，其中$t$是实数:
   (1)求函数$f(t)$的傅里叶变换 FT;
   (2)根据 FT 与 IFT 的对性，求函数$f(\omega) = \pi e^{-2|\omega|} + cos(3\omega)$的傅里叶逆变换 IFT。

3. 已知序列$x(n)$和$y(n)$的离散时间傅里叶变换 DTFT分别为$X(\omega)$和$Y(\omega)$
   (1) 试用$X(\omega)$表示序列$x_1(n) = x(-3n+2)$的离散时间傅里叶变换 DTFT;
   (2) 若$n < 0$时，$x(n) = y(n) = 0$，求证:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)Y(\omega)\,d\omega = \left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)\,d\omega\right]\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} Y(\omega)\,d\omega\right]$$

4. 已知序列$x(n) = [6,1,1,1,1]$，$y(n) = [4,2,0,-1]$。
   (1) 求$x(n)$和$y(n)$的5点圆卷积;
   (2) 求$x(n)$的5点离散傅里叶逆变换 IDFT;
   (3)若$y(n)$的5点离散傅里叶变换 DFT 为$Y(k)$，求$Y(k)$的5点离散里叶变换 DFT。

5. 已知滤波器的差分方程 $y(n) = x(n) = 4x(n-1) + x(n-3) + 0.25y(n-2)$。
   (1) 这是 FIR 还是 IIR 滤波器？请说明理由;
   (2) 求频率响应$H(\omega)$;
   (3) 画出直接 I 型，II 型流图;
   (4) 已知该滤波器是因果系统，求脉冲响应$h(n)$及其收敛域，并判断系统是否稳定。

6. 根据下列指标设计高通 FIR 滤波器，写出其单位冲激响应函数$h(n)$。
   通带边缘频率: 8.8kHz
   过渡带宽度: 4.4kHz
   阻带衰减: 35dB

采样频率: 22kHz

供设计 FIR 滤波器时参考的各种窗函数性能如下图所示 (若多种同时满足，则选序号较小的):

窗类型	窗函数 $\|n\| \le \frac{N-1}{2}$	窗内项数 T.W.是过渡带宽度	阻带衰减dB	通带边缘增益dB $20\log(1-\delta_p)$
矩形	1	$0.91\frac{f_s}{T.W.}$	21	-0.9
汉宁	$0.5+0.5\cos\frac{2\pi n}{N-1}$	$3.32\frac{f_s}{T.W.}$	44	-0.06
哈明	$0.54+0.46\cos\frac{2\pi n}{N-1}$	$3.44\frac{f_s}{T.W.}$	55	-0.02
布莱克曼	$0.42+0.5\cos\frac{2\pi n}{N-1}$ $+0.08\cos\frac{4\pi n}{N-1}$	$5.98\frac{f_s}{T.W.}$	75	-0.0014

7. 已知带限周期信号$f(t)$的最高截止频率为 1200Hz，周期为 0.01秒，对$f(t)$进行采样。

   (1) 若采样频率为2000Hz，则采样后的信号频谱$\hat{F}(\omega)$在 900Hz 处与原信号频谱$F(\omega)$有什么关系? [要求:用$F(\omega)$表示出$\hat{F}(900)$]

   (2) 若以2500Hz、5000Hz 为采用频率分别对信号进行采样，采样时长均为 0.01 秒。两个采样序列的离散傅里叶变换 DFT 分别为$X_1(k)$，$X_2(k)$,其中 DFT 点数与序列长度相同则$X_2(k)$与$X_1(k)$有什么关系? [要求:用$X_1(k)$表示出$X_2(k)$]

8. (附加题) 设序列$x(n)$的长度为N，N是偶数，$x(n)$的N点 DFT为$X(k)$

   (1) 本课程介绍了“按时间抽选的 FFT 算法”，即:

   - 对$x(n)$偶奇分解: 令$g(n)=x(2n)$，$h(n)=x(2n+1)$，其中$0\le n<N/2$
   - 对$X(k)$前后分解: 令$X_1(k)=X(k)$，$X_2(k)=X(N/2+k)$，其中$0\le k<N/2$

   设$g(n)$、$h(n)$的$N/2$点 DFT 分别为$G(k)$、$H(k)$，则$X_1(k)$、$X_2(k)$可以用$G(k)$、$H(k)$表示，请直接写出该表达式;

   (2) 相应地，可以实现“按频率抽选的FFT算法”，即:

   - 对$x(n)$前后分解: 令$x_1(n)=x(n)$，$x_2(n)=x(N/2+n)$，其中$0\le n<N/2$
   - 对$X(k)$偶奇分解: 令$G(k)=X(2k)$，$H(k)=X(2k+1)$，其中$0\le k<N/2$

   请推导并说明该算法，使得$G(k)$、$H(k)$可以用$N/2$点序列的$N/2$点 DFT 表示。