

## 期末考试

考试时间：2022/6/7 19:20-21:20.

1. 语言  $L = \{w \in \{0,1\}^* | w \text{ 中 } 1 \text{ 的个数是偶数, } 0 \text{ 的个数} \geq 1\}$ .
  - a) (10 分) 写出一个能接受  $L$  的确定性有穷自动机;
  - b) (10 分) 写出一个  $L$  对应的正则表达式。
2. 语言  $L = \{w \in \{0,1\}^* | w \text{ 中 } 0 \text{ 的个数比 } 1 \text{ 的个数多 } 2 \text{ 个}\}$ .
  - a) (10 分) 写出一个接受  $L$  的下推自动机;
  - b) (10 分) 写出一个  $L$  对应的上下文无关文法。
3. 判断下列语言是否是递归语言 (图灵机可判定)，并给出证明：
  - a) (9 分)  $L = \{0^n 1^n 2^{2n} | n \geq 1\}$ 。
  - b) (9 分)  $L = \{w_M | w_M \text{ 是一台图灵机 } M \text{ 的描述, } M \text{ 在输入 } x = 111 \text{ 时停机}\}$ 。
4. 判断下列问题是否是 **NP 完全** 的，并给出证明：
  - a) (9 分) 输入图  $G = (V, E)$ ,  $|V| = 3n$ , 判定图  $G$  中是否存在一个大小为  $n$  的独立集, 即存在  $n$  个顶点, 它们两两之间都没有边。
  - b) (9 分) 输入  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ ,  $w_i \in \mathbb{N} (i = 1, \dots, n)$ , 判定  $W$  能否被分成两个集合  $W = A \cup B$ , 满足  $A \cap B = \emptyset$ , 并且  $|\sum_{w_i \in A} w_i - \sum_{w_j \in B} w_j| \leq 10$ 。(提示: 首先考虑  $\sum_{w_i \in A} w_i = \sum_{w_j \in B} w_j$ )
5. (10 分) 写出 **P, RP, co-RP, BPP, NP, co-NP, ZPP, PSPACE** 彼此之间的包含关系。
6. 关于 **co-RP**:
  - a) (4 分) 写出 **co-RP $_{\epsilon}$**  的定义 ( $\epsilon$  是错误概率)。
  - b) (10 分) 证明: **co-RP $_{0.99}$  = co-RP $_{0.01}$** 。