考试课程: 高等代数（2）　　　　2021年 4月 17日

清华大学本科生考试试题　　A卷

系:　　　班:　　　姓名:　　　　　　学号:

1.（10分） 计算矩阵$\begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$的Frobenius标准形。

2. （10分）决定实数t的范围使实二次型$x_1^2+2tx_1x_2+2tx_1x_3+x_2^2+x_3^2$正定。

3. （15分）设$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$. 求正交矩阵$Q$使得$Q^TAQ$为对角矩阵。

4. （20分） 设$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$， 求可逆矩阵$P$使得$P^{-1}AP$为Jordan标准型。 特征值为 $1, 1, 1$.

5. （10分）设$A=\begin{pmatrix} 0 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 1964 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$， 研究矩阵方程$X^2=A$是否有解并证明你的结论。

6.（10分） 证明欧氏空间V中存在一组基使得不同的基向量之间的夹角$> \frac{\pi}{2}$.

7. （10分）设A为可对角化矩阵。证明矩阵A^2+A^*可对角化。 A, A^* 交换可同时对角化

8. （10分）设Q是一个正交矩阵。 W是Q的前K行前K列交叉所构成一个K阶主子矩阵。 证明W的特征值的模长不超过1.