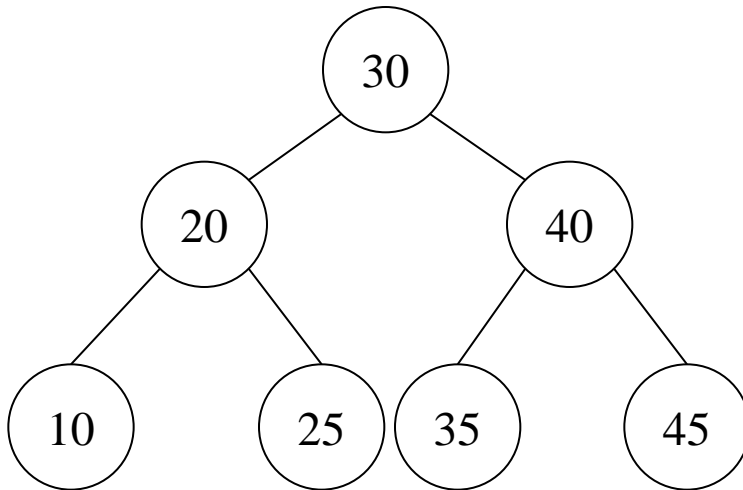


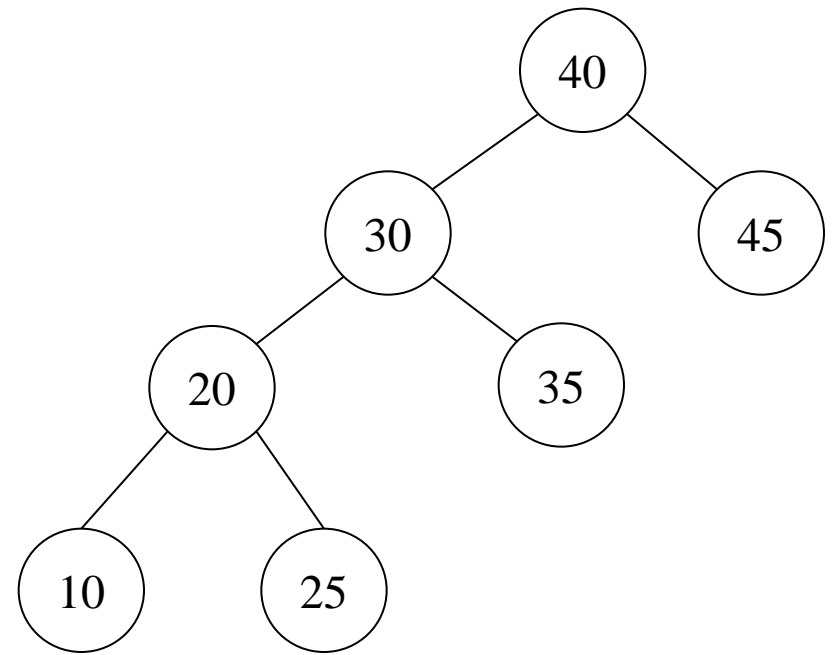
# 이진검색트리

- 이진검색트리의 각 노드는 키값을 하나씩 갖는다. 각 노드의 키값은 모두 달라야 한다.
- 최상위 레벨에 루트 노드가 있고, 각 노드는 최대 두 개의 자식을 갖는다.
- 임의의 노드의 키값은 자신의 왼쪽 자식 노드의 키값보다 크고, 오른쪽 자식의 키값보다 작다.

# 이진검색트리의 예

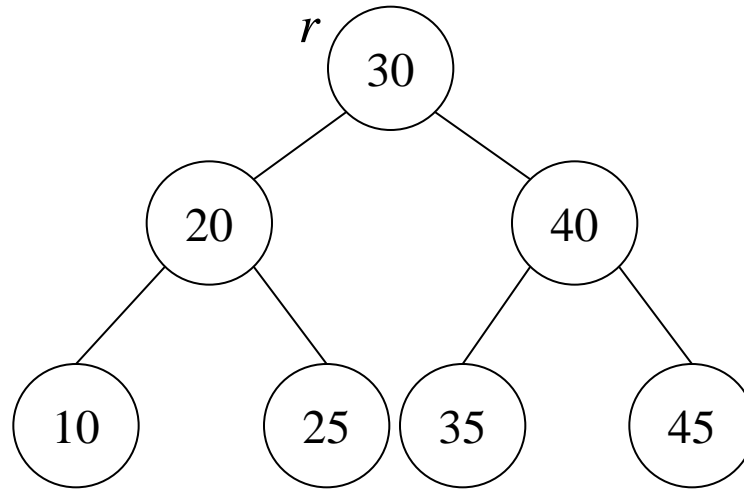


(a)

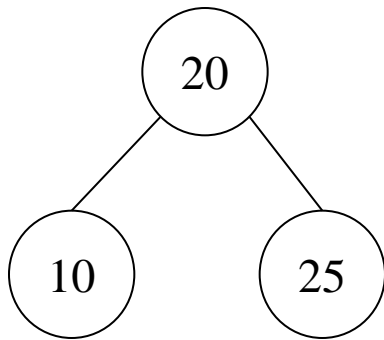


(b)

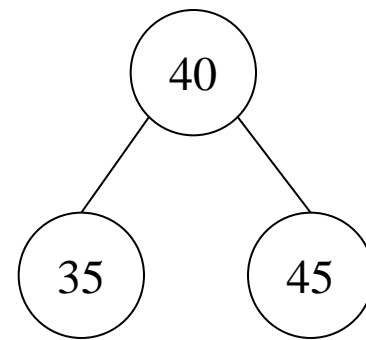
# 서브트리의 예



(a)



(b) 노드  $r$ 의 왼쪽 서브트리



(c) 노드  $r$ 의 오른쪽 서브트리

# 이진검색트리에서의 검색

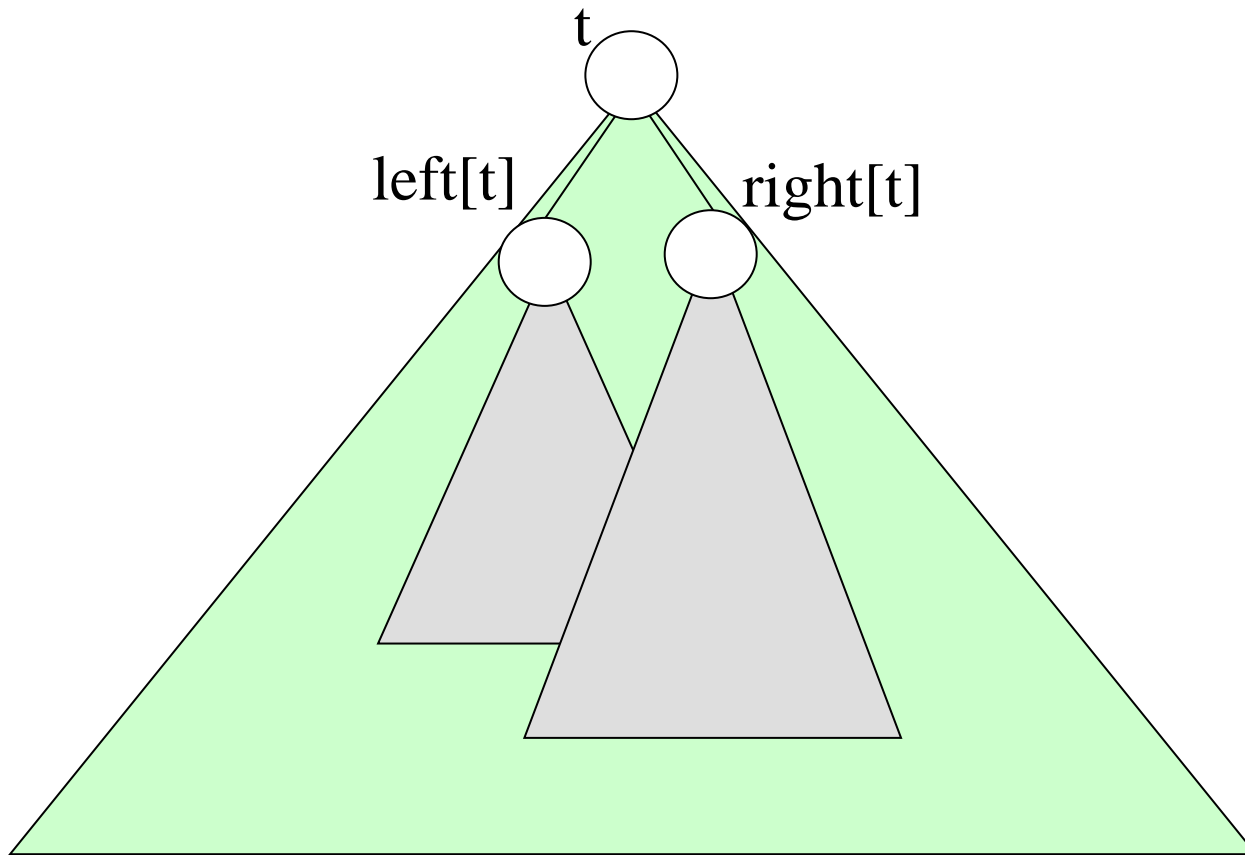
**treeSearch**( $t, x$ )

▷  $t$ : 트리의 루트 노드

▷  $x$ : 검색하고자 하는 키

```
{  
    if ( $t = \text{NIL}$  or  $\text{key}[t] = x$ ) then return  $t$ ;  
    if ( $x < \text{key}[t]$ )  
        then return treeSearch( $\text{left}[t], x$ );  
        else return treeSearch( $\text{right}[t], x$ );  
}
```

# 검색에서 재귀적 관점



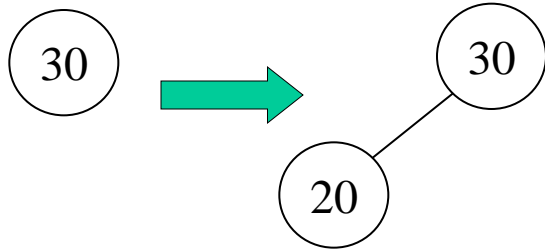
# 이진검색트리에서의 삽입

**treeInsert**( $t, x$ )

- ▷  $t$ : 트리의 루트 노드
- ▷  $x$ : 삽입하고자 하는 키
- ▷ 작업 완료 후 루트 노드의 포인터를 리턴한다

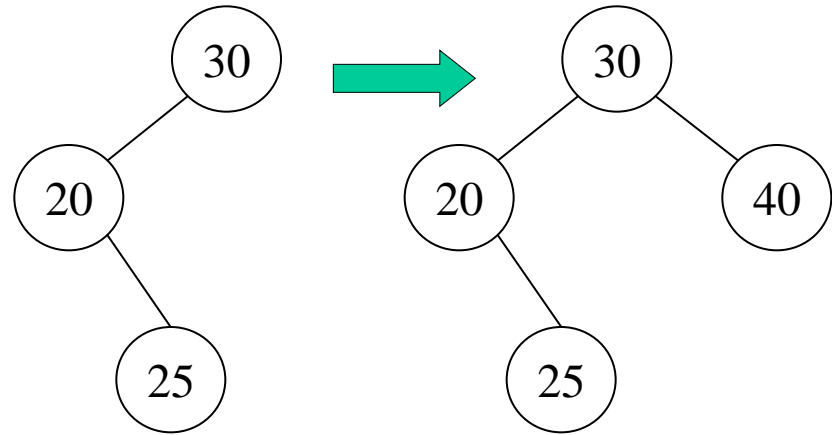
```
{  
    if ( $t = \text{NIL}$ ) then {  
         $\text{key}[r] \leftarrow x$ ;  $\text{left}[r] \leftarrow \text{NIL}$ ;  $\text{right}[r] \leftarrow \text{NIL}$ ;   ▷  $r$ : 새 노드  
        return  $r$ ;  
    }  
    if ( $x < \text{key}(t)$ )  
        then {  $\text{left}[t] \leftarrow \text{treeInsert}(\text{left}[t], x)$ ; return  $t$ ; }  
        else {  $\text{right}[t] \leftarrow \text{treeInsert}(\text{right}[t], x)$ ; return  $t$ ; }  
}
```

## 삽입의 예



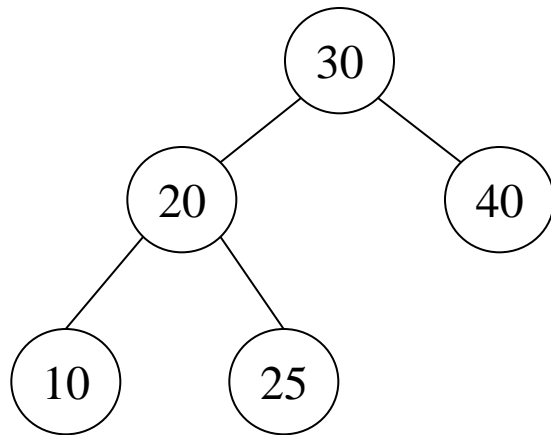
(a)

(b)

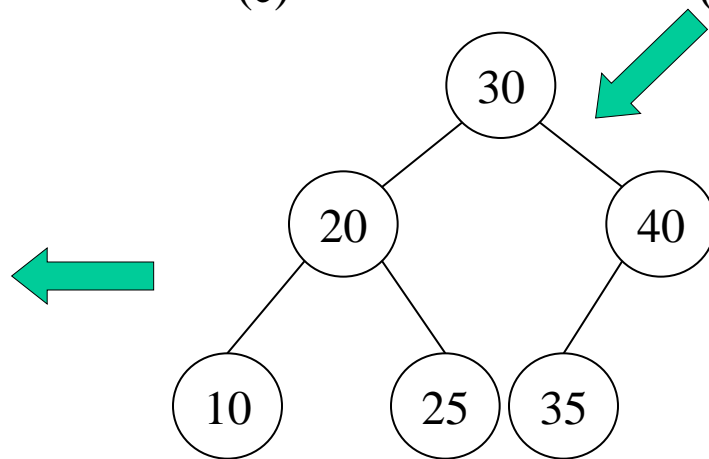


(c)

(d)



(e)



(f)

# 이진검색트리에서의 삭제

$t$ : 트리의 루트 노드

$r$ : 삭제하고자 하는 노드

- 3가지 경우에 따라 다르게 처리한다
  - Case 1 :  $r$ 이 리프 노드인 경우
  - Case 2 :  $r$ 의 자식 노드가 하나인 경우
  - Case 3 :  $r$ 의 자식 노드가 두 개인 경우



# 이진검색트리에서의 삭제

Sketch-TreeDelete( $t, r$ )

▷  $t$ : 트리의 루트 노드

▷  $x$ : 삭제하고자 하는 키

{

**if** ( $r$ 이 리프 노드) **then**

▷ Case 1

        그냥  $r$ 을 버린다;

**else if** ( $r$ 의 자식이 하나만 있음) **then**

▷ Case 2

$r$ 의 부모가  $r$ 의 자식을 직접 가리키도록 한다;

**else**

▷ Case 3

$r$ 의 오른쪽 서브트리의 최소원소 노드  $s$ 를 삭제하고,  
         $s$ 를  $r$  자리에 놓는다;

}

# 이진검색트리에서의 삭제

$t$ : 트리의 루트 노드  
 $r$ : 삭제하고자 하는 노드  
 $p$ :  $r$ 의 부모 노드

```
treeDelete(t, r, p)
```

```
{
```

```
    if (r = t) then root ← deleteNode(t);
```

```
    else if (r = left[p])
```

```
        then left[p] ← deleteNode(r);
```

```
        else right[p] ← deleteNode(r);
```

```
}
```

```
deleteNode(r)
```

```
{
```

```
    if (left[r] = right[r] = NIL) then return NIL;
```

```
    else if (left[r] = NIL and right[r] ≠ NIL) then return right[r];
```

```
    else if (left[r] ≠ NIL and right[r] = NIL) then return left[r];
```

```
    else {
```

```
        s ← right[r];
```

```
        while (left[s] ≠ NIL)
```

```
            {parent ← s; s ← left[s];}
```

```
        key[r] ← key[s];
```

```
        if (s = right[r]) then right[r] ← right[s];
```

```
            else left[parent] ← right[s];
```

```
        return r;
```

```
    }
```

```
}
```

▷  $r$ 이 루트 노드인 경우

▷  $r$ 이 루트가 아닌 경우

▷  $r$ 이  $p$ 의 왼쪽 자식

▷  $r$ 이  $p$ 의 오른쪽 자식

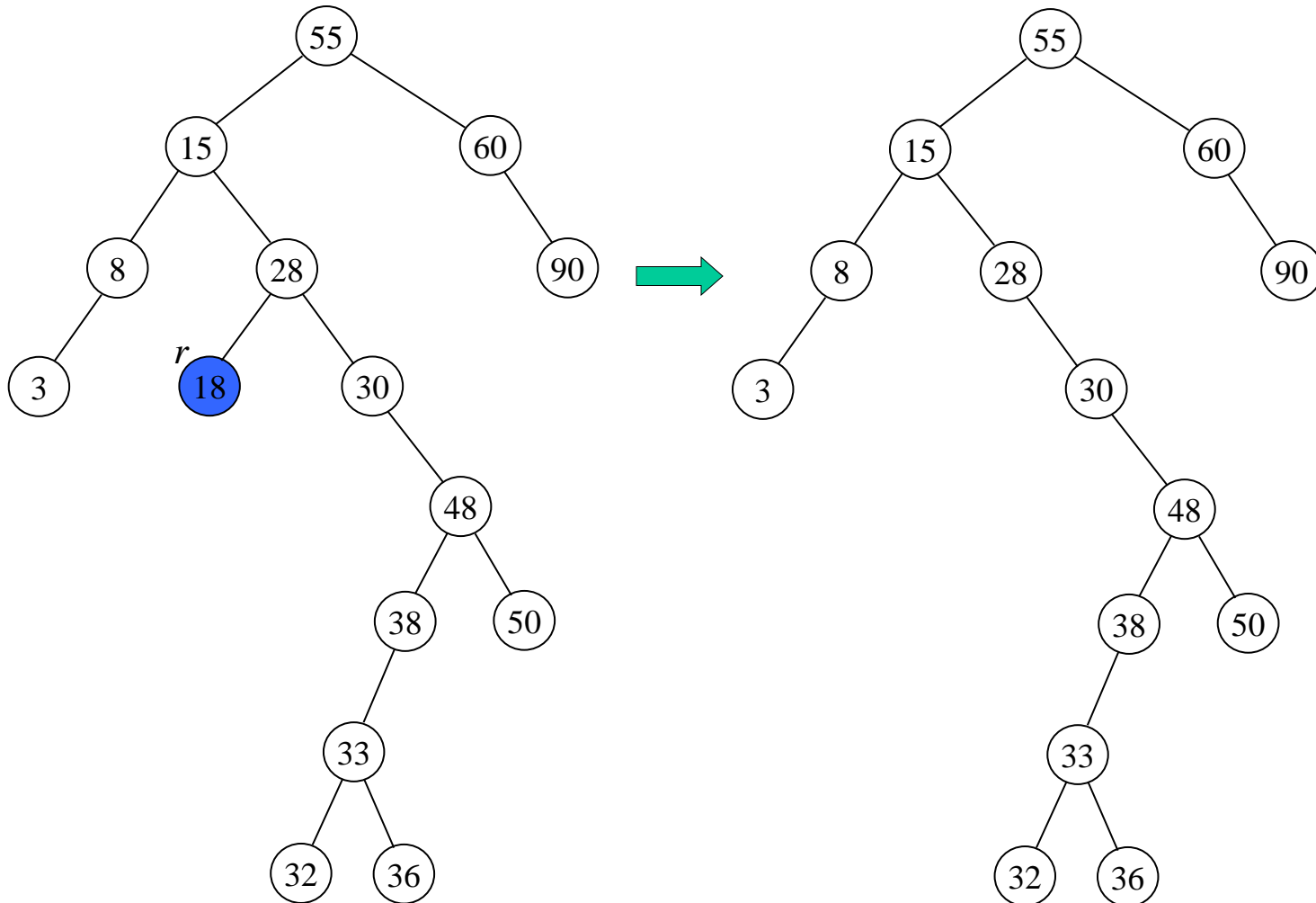
▷ Case 1

▷ Case 2-1

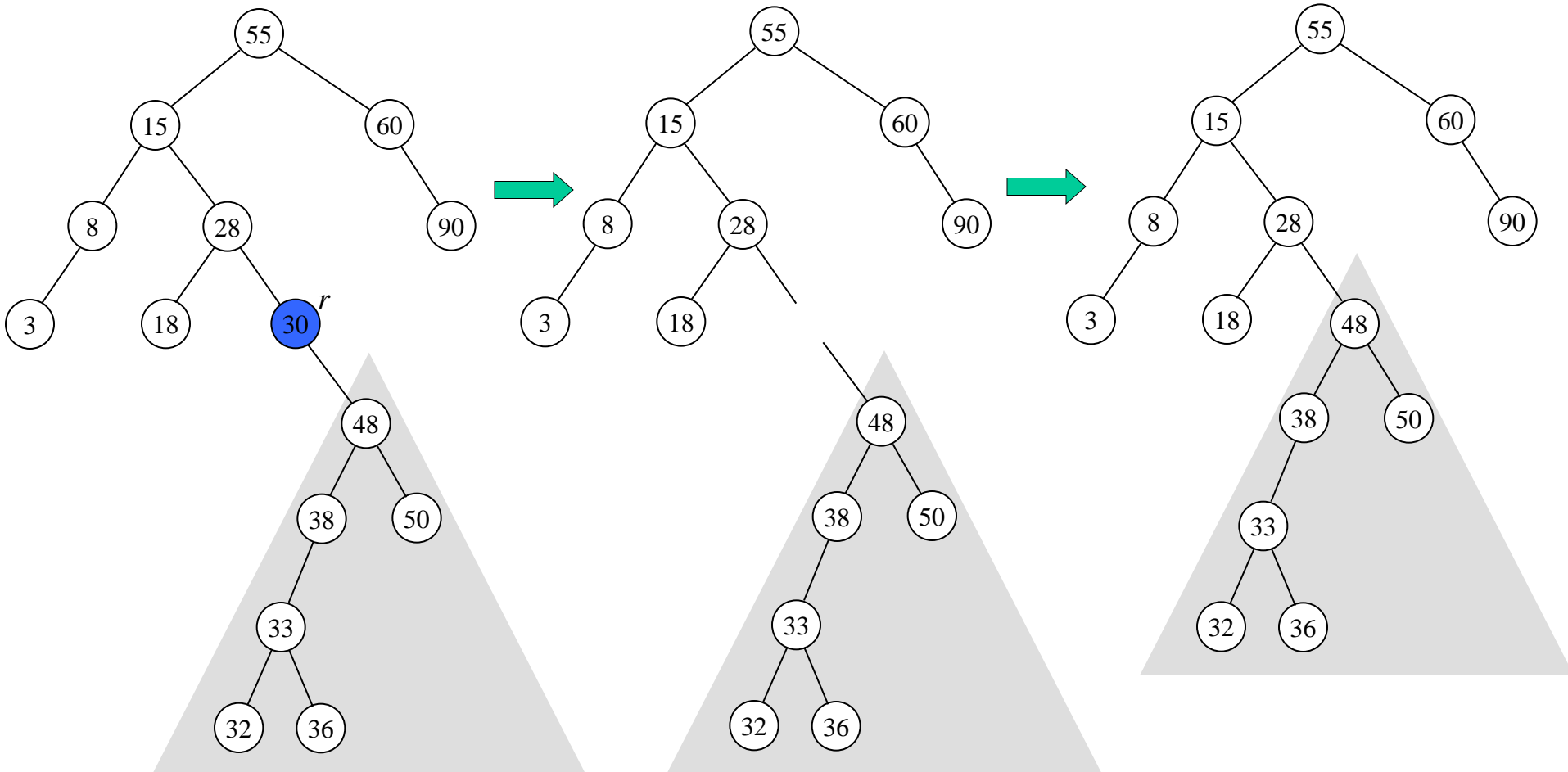
▷ Case 2-2

▷ Case 3

## 삭제의 예: Case 1



## 삭제의 예: Case 2

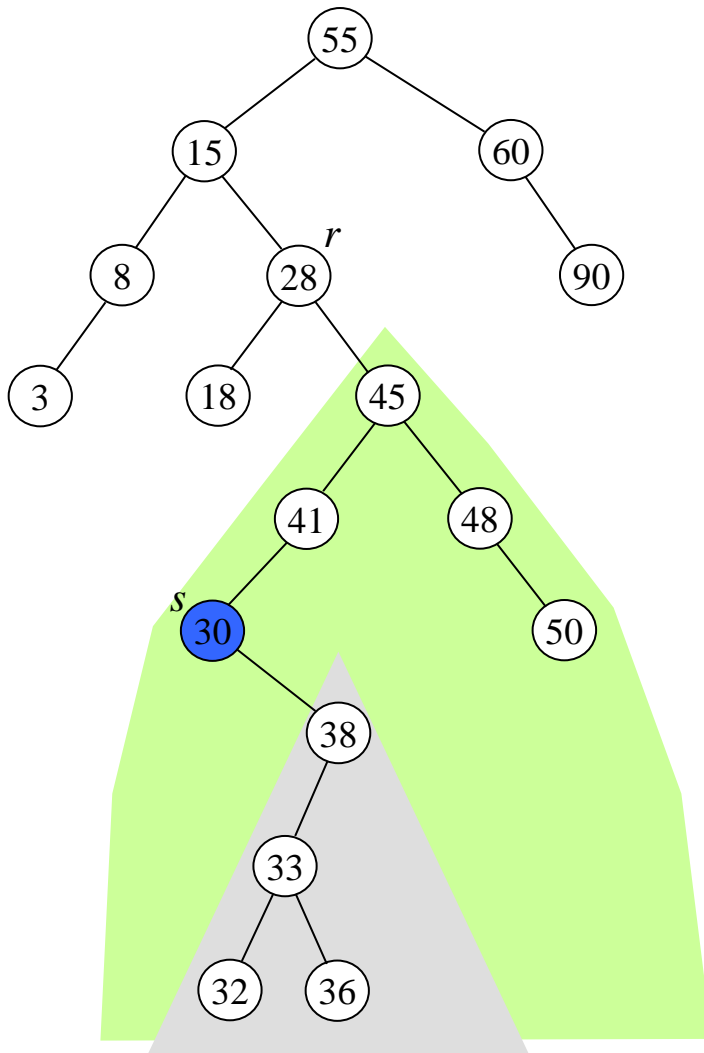


(a)  $r$ 의 자식이 하나뿐임

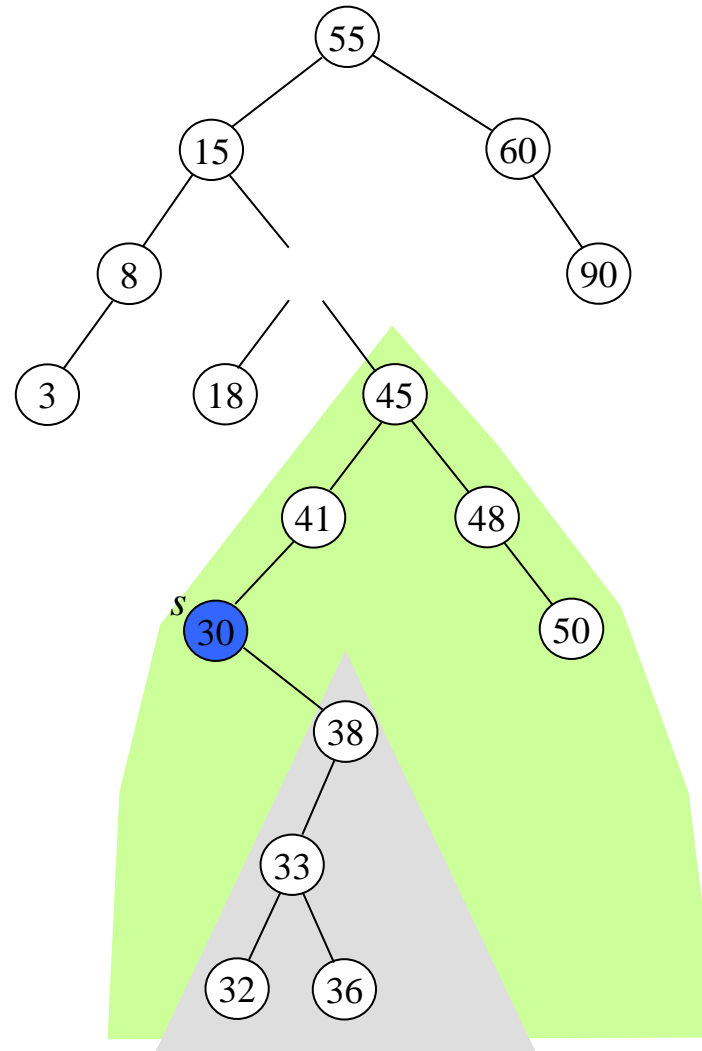
(b)  $r$ 을 제거

(c)  $r$  자리에  $r$ 의 자식을 놓는다

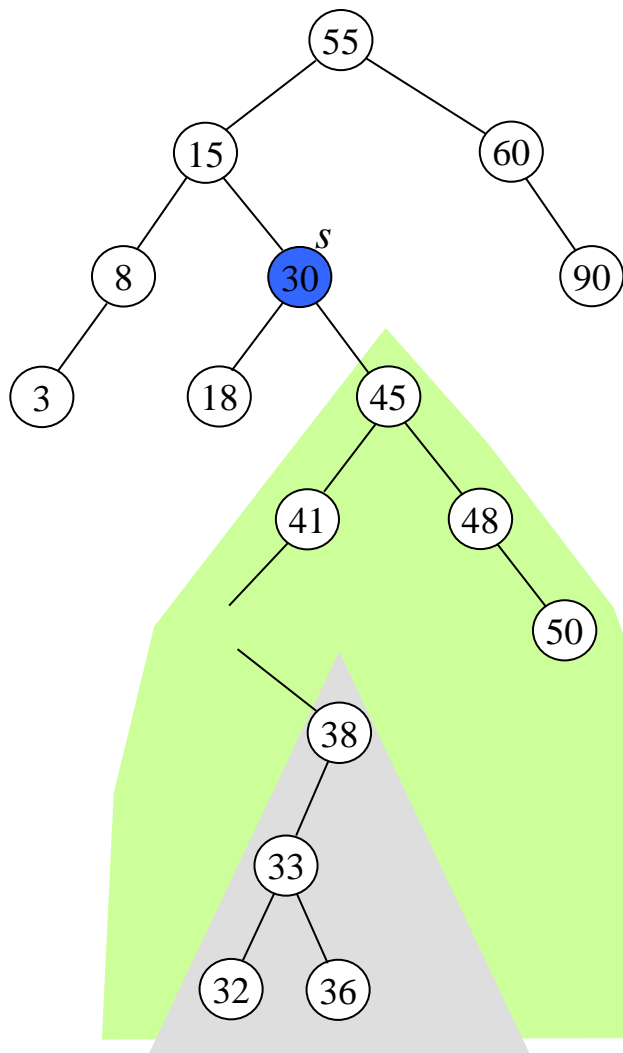
## 삭제의 예: Case 3



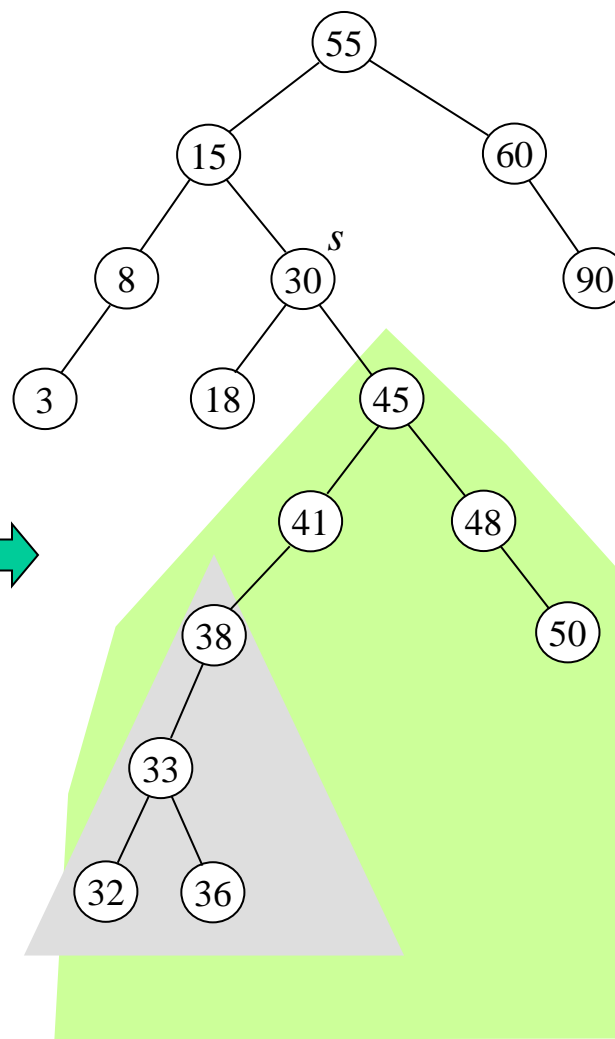
(a)  $r$ 의 직후원소  $s$ 를 찾는다



(b)  $r$ 을 없앤다



(c)  $s$ 를  $r$ 자리로 옮긴다



(d)  $s$ 가 있던 자리에  $s$ 의 자식을 놓는다