<알고리즘 실습> - 방향그래프

※ 입출력에 대한 안내

- 특별한 언급이 없으면 문제의 조건에 맞지 않는 입력은 입력되지 않는다고 가정하라.
- 특별한 언급이 없으면, 각 줄의 맨 앞과 맨 뒤에는 공백을 출력하지 않는다.
- 출력 예시에서 □는 각 줄의 맨 앞과 맨 뒤에 출력되는 공백을 의미한다.
- 입출력 예시에서 ↦ 이 후는 각 입력과 출력에 대한 설명이다.

[문제 1] 위상순서 찾기

주어진 방향그래프 G에 대해 다음과 같이 수행하는 프로그램을 작성하라.

1) G가 **방향 비싸이클 그래프**(directed acyclic graph: DAG)면 **위상순서**(topological order)를 구해 인쇄.
2) G에 **방향 싸이클**(directed cycle)이 존재하면 위상순서를 구할 수 없으므로 **0**을 인쇄.

힌트:

1. 그래프를 **인접리스트 구조**로 표현하는 것이 시간 성능 면에서 유리하며 배열로 구현하는 편이 코딩에 용이하다. 아래의 "**알고리즘 설계 팁**" 역시 이 기준으로 제공된다.

2. **위상 정렬** 알고리즘에는 두 가지 버전이 있다. 첫째 깊이우선탐색(DFS)을 응용하는 버전, 둘째 각 정점의 진입차수(in-degree)를 이용하는 버전이다. 이 가운데 둘째 버전은 G가 DAG면 위상순서를 구하고 그렇지 않으면(즉, 방향 싸이클이 존재하면) 일부 정점에 대해 순위를 매기지 않은 채로 정지하므로 DAG가 아님을 알 수 있다. 본 문제 해결을 위해 이 버전을 사용할 것. 상세 내용은 아래의 "**알고리즘 설계 팁**"을 참고할 것.

주의:

1. 방향 싸이클의 존재 여부 검사와 위상순서 구하기를 별도 작업으로 수행하면 전체 실행 시간이 늘어나므로, 위상 순서를 구하는 과정에서 방향 싸이클의 존재 여부를 확인할 수 있도록 작성해야 한다.

2. 원래 어떤 그래프에 대한 위상순서는 여러 개 있을 수 있다. 하지만 채점 편의 상, 이 문제는 그 가운데 단 한 개의 위상순서만 출력하도록 다음 사항을 **준수**해야 한다. (즉, '**권고**'가 아닌 '**요구**' 사항으로 받아들여야 제대로 평가받을 수 있고, 아래의 "**알고리즘 설계 팁**"도 이 준수 사항에 따라 작성되어 있다.)
   1) 그래프의 부착리스트 구축 시, 새로 입력되는 간선에 대한 **노드를 리스트의 맨 앞에 삽입**해야 한다. (이전 실습에서는 정점의 알파벳 순으로 부착 리스트 유지)
   2) 위상 정렬 알고리즘에서 **최초로 진입 간선의 개수가 0인 정점을 찾을 때, 알파벳 순서대로 조사**해야 한다.

입출력 형식:

1) main 함수는 아래 형식의 표준입력으로 방향그래프를 입력 받는다.

입력 : 첫 번째 라인 : 정점 수(n)

두 번째 라인 : 정점들의 이름.

각 정점의 이름은 하나의 문자(예: 영문자, 숫자, 기호 등)로 표현

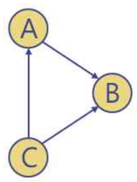
세 번째 라인 : 방향간선 수(m)

이후 m개의 라인 : 방향간선 정보

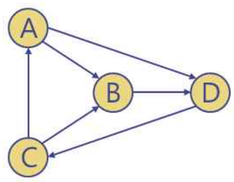
2) main 함수는 다음을 표준출력한다.

출력 : 위상 순서(정점들의 이름을 인쇄)

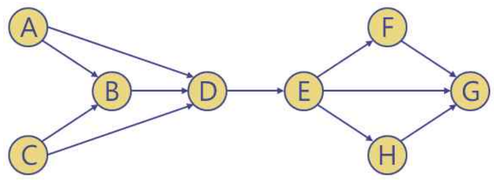
입력 예시 1



입력 예시 2



입력 예시 3



입력 예시 1		출력 예시 1	
3	↦ n = 정점 수	C A B	↦ 위상 순서
A B C	↦ 정점들		
3	↦ m = 간선 수		
A B	↦ 간선 정보		
C A	↦ 간선 정보		
C B	↦ 간선 정보		

입력 예시 2		출력 예시 2	
4	↦ n = 정점 수	0	↦ 방향싸이클 존재 하므로 위상 순서 없음
A B C D	↦ 정점들		
6	↦ m = 간선 수		
A B	↦ 간선 정보		
C A	↦ 간선 정보		
C B	↦ 간선 정보		
A D	↦ 간선 정보		
B D	↦ 간선 정보		
D C	↦ 간선 정보		

입력 예시 3		출력 예시 3	
8	↦ n = 정점 수	A C B D E H F G	↦ 위상 순서
A B C D E F G H	↦ 정점들		
11	↦ m = 간선 수		
A B	↦ 간선 정보		
C B	↦ 간선 정보		
A D	↦ 간선 정보		
C D	↦ 간선 정보		
B D	↦ 간선 정보		
D E	↦ 간선 정보		
E F	↦ 간선 정보		
E H	↦ 간선 정보		
E G	↦ 간선 정보		
F G	↦ 간선 정보		
H G	↦ 간선 정보		

필요 데이터구조:

○ **G** 방향그래프
- 크기: n < 100, m < 1,000
- 내용: 방향그래프
- 범위: 전역

○ **n**, **m** 변수
- 내용: n = 정점 수, m = 간선 수
- 데이터 형: 정수
- 범위: 전역

○ **in** 배열
- 크기: n
- 데이터 형: 정수
- 내용: in[i] = 정점 i의 진입차수
- 범위: topologicalSort 함수

○ **topOrder** 배열
- 크기: n + 1
- 데이터 형: 정수
- 내용: topOrder[0] = 1 (G가 DAG인 경우), 0 (G가 non-DAG인 경우)
  topOrder[1:n] = 정점들의 위상순서 (G가 DAG인 경우 유효)
- 범위: 전역

○ **Q** 큐
- 크기: 최대 n
- 데이터 형: 정수
- 내용: 정점들의 대기열
- 범위: 전역

필요 함수:

○ **main**() 함수
- 인자: 없음
- 반환값: 없음
- 내용: 방향그래프 정보로부터 그래프를 구축한 후 위상순서를 구하거나, 방향 싸이클 존재를 보고한 후 종료.

○ **buildGraph**() 함수
- 인자: 방향그래프 G (전역}
- 반환값: 방향그래프 G (전역}
- 내용: 표준 입력으로부터 방향그래프 정보를 읽어 들여 그래프 G에 저장

○ **insertVertex**(vName, i) 함수
- 인자: 정점 이름 vName, 인덱스 i, 방향그래프 G (전역}
- 반환값: 방향그래프 G (전역}

- 내용: vName 정점 i를 G의 정점리스트에 삽입하고 i의 진입차수를 초기화
- 시간 성능: O(1)

○ **insertDirectedEdge**(uName, wName, i) 함수
- 인자: 정점 이름 uName, wName, 인덱스 i, 방향그래프 G (전역}
- 반환값: 방향그래프 G (전역}
- 내용: uName 정점 u를 시점으로, wName 정점 w를 종점으로 하는 방향간선 i를, G의 간선리스트, u의 진출간선리스트, 그리고 w의 진입간선리스트에 각각 삽입하고 w의 진입차수를 갱신
- 시간 성능: O(n)

○ **index**(vName) 함수
- 인자: 식별자 vName, 방향그래프 G (전역}
- 반환값: 정수
- 내용 : vName에 해당하는 정점의 인덱스를 찾아 반환
- 시간 성능: O(n)

○ **insertFirst**(H, i) 함수
- 인자: 헤더연결리스트 H, 인덱스 i
- 반환값: 없음
- 내용 : H의 첫 노드 위치에 정수 i를 원소로 하는 노드를 삽입
- 시간 성능: O(1)

○ **topologicalSort**() 함수
- 인자: 배열 topSort (전역), 방향그래프 G (전역}
- 반환값: 배열 topSort (전역)
- 내용: G로부터 위상순서를 구하거나 방향 싸이클이 존재함을 보고
- 시간 성능: O(n + m)

○ **isEmpty**() 함수
- 인자: 큐 Q (전역)
- 반환값: True/False
- 내용 : Q가 비어 있으면 True, 아니면 False를 반환
- 시간 성능: O(1)

○ **enqueue**(v) 함수
- 인자: 큐 Q (전역), 정점 v
- 반환값: 없음
- 내용 : v를 Q에 삽입
- 시간 성능: O(1)

○ **dequeue**() 함수
- 인자: 큐 Q (전역)
- 반환값: 정점
- 내용 : Q로부터 정점을 삭제하여 반환
- 시간 성능: O(1)

알고리즘 설계 팁:

```
Alg main()
   input none
   output none

1. buildGraph()                            {입력으로부터 G 구축}

2. topologicalSort()                       {G를 위상 정렬}

3. if (topOrder[0] = 0)                    {G는 non-DAG, 즉 방향 싸이클 존재}
      write(0)
   else                                    {G는 DAG}
      for i ← 1 to n
         write(G.vertices[topOrder[i]].name)

4. return
```

```
Alg buildGraph()                           {그래프 구축 알고리즘}
   input graph G                           {G : 전역, 방향그래프}
   output graph G                          {G : 전역, 방향그래프}

1. initializeGraph()                       {빈 그래프 G 초기화}

2. n ← readline()                          {n : 정점 수}

3. for i ← 0 to n - 1
      vName ← readchar()                   {vName : 정점 이름}
      insertVertex(vName, i)               {그래프에 정점 삽입}

4. m ← readline()                          {m : 간선 수}

5. for i ← 0 to m - 1
      (uName, wName) ← readline()          {방향간선 입력}
      insertDirectedEdge(uName, wName, i) {그래프에 방향간선 삽입}

5. return
```

```
Alg insertVertex(vName, i)                 {그래프에 정점 삽입}
   input identifier vName
         integer I
         graph G                           {G : 전역, 방향그래프}
   output graph G                          {G : 전역, 방향그래프}

1. G.vertices[i].name ← vName              {정점 i의 이름 저장}

2. G.vertices[i].outEdges ← empty list     {진출부착간선리스트 초기화}

3. G.vertices[i].inEdges ← empty list      {진입부착간선리스트 초기화}

4. G.vertices[i].inDegree ← 0              {정점 i의 진입차수 초기화}

5. return
```

```
Alg insertDirectedEdge(uName, wName, i)  {그래프에 방향간선 삽입}
   input identifier uName, wName
         integer i
         graph G                          {G : 전역, 방향그래프}
   output graph G                         {G : 전역, 방향그래프}

1. u ← index(uName)                       {u : uName 정점의 배열 인덱스}

2. w ← index(wName)                       {w : wName 정점의 배열 인덱스}

3. G.edges[i].origin ← u                  {간선 i의 시점으로 u를 저장}

4. G.edges[i].destination ← w             {간선 i의 종점으로 w를 저장}

5. insertFirst(G.vertices[u].outEdges, i){정점 u의 진출부착간선리스트에 i 삽입}

6. insertFirst(G.vertices[w].inEdges, i) {정점 w의 진입부착간선리스트에 i 삽입}

7. G.vertices[w].inDegree++               {정점 w의 진입차수 갱신}

8. return
```

```
Alg index(vName)                          {정점 vName의 인덱스 반환}
   input identifier vName
         graph G                          {G : 전역, 방향그래프}
   output integer

1. for i ← 0 to n - 1
      if G.vertices[i].name = vName
         return i
```

```
Alg insertFirst(H, i)                     {헤더연결리스트의 첫 노드로 i를 삽입
                                           - 주의 사항 2-1)}
   input linked-list H                    {H를 헤더로 하는 연결리스트}
         integer i
   output none

1. node ← getnode()                       {동적메모리 노드 node 할당}
2. node.element ← i                       {node 원소로 i를 저장}
3. node.next ← H.next                     {기존 연결리스트를 node 뒤에 연결}
4. H.next ← node                          {node를 H의 첫 노드로 설정}
5. return
```

```
Alg topologicalSort()                       {위상 정렬 알고리즘}
   input array topOrder[0:n]                {topOrder : 전역, 위상순서}
         graph G                            {G : 전역, 방향그래프}
   output array topOrder[0:n]               {topOrder : 전역, 위상순서}

1. Q ← empty queue                          {Q 초기화}

2. for i ← 0 to n - 1                       {G의 모든 정점에 대해 정점 번호 순으로
                                             반복 - 주의 사항 2-2)}
      in[i] ← G.vertices[i].inDegree        {정점 i의 진입차수를 in[i]에 저장}
      if (in[i] = 0)
         Q.enqueue(u)                       {진입차수 0인 정점들을 Q에 삽입}

3. t ← 1                                    {t : 위상순위}

4. while (!Q.isEmpty())                     {Q가 비지 않은 동안 반복}
      u ← Q.dequeue()                       {Q 삭제}
      topOrder[t] ← u                       {위상순위 t 정점 저장}
      t ← t + 1                             {위상순위 t 증가}

      for each e in G.vertices[u].outEdges{u의 모든 진출간선 e에 대해 반복}
         w ← G.edges[e].destination         {w : 간선 e의 종점}
         in[w] ← in[w] - 1                  {in[u] 감소}
         if (in[w] = 0)
            Q.enqueue(w)                    {정점 w의 진입차수가 0이면 Q에 삽입}

5. if (t ≤ n)                               {아직 위상순위가 매겨지지 않은 정점이
                                             존재하면}
      topOrder[0] ← 0                       {G는 non-DAG, 즉 방향 싸이클 존재}
   else
      topOrder[0] ← 1                       {G는 DAG}

6. return                                   {위상순서 반환}
```

isEmpty, enqueue, dequeue 등 큐 관련 알고리즘 설계는 데이터구조 교재를 참고할 것.