

Найти аналитические выражения для коэффициентов многочлена R(x)

Сначала я задаю все функции:

$$T1[k_, d_] := \frac{1 - 4 k}{(\text{Pi} (1 - 4 k))^2 - 4 d^2};$$

$$T2[k_, d_] := \frac{1 + 4 k}{(\text{Pi} (1 + 4 k))^2 - 4 d^2};$$

$$A[k_, d_, x_] := 1 - 4 \text{Pi} T2[k, d] x + \frac{4 x^2}{(\text{Pi} (1 + 4 k))^2 - 4 d^2};$$

$$B[k_, d_, x_] := 1 - 4 \text{Pi} T1[k, d] x + \frac{4 x^2}{(\text{Pi} (1 - 4 k))^2 - 4 d^2};$$

Теперь вводим многочлен как функцию от d и x, устанавливаем верхний предел произведения равным бесконечности.

$$Rb[d_, x_] := \left( 1 - 4 \text{Pi} \frac{x}{\text{Pi}^2 - 4 d^2} + 4 \frac{x^2}{\text{Pi}^2 - 4 d^2} \right) \prod_{k=1}^{\text{Infinity}} (A[k, d, x] * B[k, d, x]);$$

Далее считаем значение этого многочлена и применяем функцию упростить (Simplify). Это приводит к удивительным результатам:

`Simplify[Rb[d, x]]`

`упростить`

$$1 - \text{Sec}[d] \sin[x]$$

Получили очень простое выражение. Переменной x в явном виде тут не содержится. Для того чтобы определить множители перед x, x<sup>2</sup>, x<sup>3</sup> и так далее введем обозначение:

Функция R от d и x

$$R[d_, x_] := 1 - \text{Sec}[d] \sin[x]$$

`секанс` `синус`

Теперь введем новую функцию R1 которая будет равна разложению в ряд тейлора функции R(d,x) но зоависеть также от чисел a и b, где a - степень разложения, b - максимальный порядок разложения.

$$R1[d_, x_, a_, b_] := \text{Series}[R[d, x], \{x, a, b\}]$$

`разложить в ряд`

И затем просто введем функцию a(i) значение которой будут равно коэффициенту перед x<sup>i-1</sup>:

$$a[i_, d_, x_, a_] := \text{CoefficientList}[R1[d, x, a, i + 2], x][[i]]$$

`список коэффициентов многочлена`

Выведем значения в удобной табличной форме:

```
TableForm[Table[{ai, a[i, d, x, x0], xi-1}, {i, 1, 13}],
```

```
табличная ... таблица значений
```

```
TableHeadings → {{}, {"Козф.", "Его выражение", "степень x"}}]
```

```
табличные заголовки
```

	Козф.	Его выражение
a <sub>1</sub>		$1 + x0 \cos[x0] \sec[d] - \frac{1}{6} x0^3 \cos[x0] \sec[d] - \sec[d] \sin[x0] + \frac{1}{2} x0^2 \sec[d] \sin[x0]$
a <sub>2</sub>		$-\cos[x0] \sec[d] + \frac{1}{2} x0^2 \cos[x0] \sec[d] - x0 \sec[d] \sin[x0] + \frac{1}{6} x0^3 \sec[d] \sin[x0]$
a <sub>3</sub>		$-\frac{1}{2} x0 \cos[x0] \sec[d] + \frac{1}{12} x0^3 \cos[x0] \sec[d] + \frac{1}{2} \sec[d] \sin[x0] - \frac{1}{4} x0^2 \sec[d] \sin[x0]$
a <sub>4</sub>		$\frac{1}{6} \cos[x0] \sec[d] - \frac{1}{12} x0^2 \cos[x0] \sec[d] + \frac{1}{6} x0 \sec[d] \sin[x0] - \frac{1}{36} x0^3 \sec[d] \sin[x0]$
a <sub>5</sub>		$\frac{1}{24} x0 \cos[x0] \sec[d] - \frac{1}{144} x0^3 \cos[x0] \sec[d] - \frac{1}{24} \sec[d] \sin[x0] + \frac{1}{48} x0^2 \sec[d] \sin[x0]$
a <sub>6</sub>		$-\frac{1}{120} \cos[x0] \sec[d] + \frac{1}{240} x0^2 \cos[x0] \sec[d] - \frac{1}{120} x0 \sec[d] \sin[x0] + \frac{1}{720} x0^3 \sec[d] \sin[x0]$
a <sub>7</sub>		$-\frac{1}{720} x0 \cos[x0] \sec[d] + \frac{x0^3 \cos[x0] \sec[d]}{4320} + \frac{1}{720} \sec[d] \sin[x0] - \frac{x0^2 \sec[d] \sin[x0]}{1440}$
a <sub>8</sub>		$\frac{\cos[x0] \sec[d]}{5040} - \frac{x0^2 \cos[x0] \sec[d]}{10080} + \frac{x0 \sec[d] \sin[x0]}{5040} - \frac{x0^3 \sec[d] \sin[x0]}{30240}$
a <sub>9</sub>		$\frac{x0 \cos[x0] \sec[d]}{40320} - \frac{x0^3 \cos[x0] \sec[d]}{241920} - \frac{\sec[d] \sin[x0]}{40320} + \frac{x0^2 \sec[d] \sin[x0]}{80640}$
a <sub>10</sub>		$-\frac{\cos[x0] \sec[d]}{362880} + \frac{x0^2 \cos[x0] \sec[d]}{725760} - \frac{x0 \sec[d] \sin[x0]}{362880} + \frac{x0^3 \sec[d] \sin[x0]}{2177280}$
a <sub>11</sub>		$-\frac{x0 \cos[x0] \sec[d]}{3628800} + \frac{x0^3 \cos[x0] \sec[d]}{21772800} + \frac{\sec[d] \sin[x0]}{3628800} - \frac{x0^2 \sec[d] \sin[x0]}{7257600}$
a <sub>12</sub>		$\frac{\cos[x0] \sec[d]}{39916800} - \frac{x0^2 \cos[x0] \sec[d]}{79833600} + \frac{x0 \sec[d] \sin[x0]}{39916800} - \frac{x0^3 \sec[d] \sin[x0]}{239500800}$
a <sub>13</sub>		$\frac{x0 \cos[x0] \sec[d]}{479001600} - \frac{x0^3 \cos[x0] \sec[d]}{2874009600} - \frac{\sec[d] \sin[x0]}{479001600} + \frac{x0^2 \sec[d] \sin[x0]}{958003200}$