

## Задание 1. Газовые смеси и теплоемкости

Газовая смесь имеет следующий процентный состав (1), давление смеси в бар, объем смеси в м<sup>3</sup>, температура смеси в °C (2). Требуется определить:

1. Массовый состав смеси.
2. Газовые постоянные компонентов и смеси.
3. Среднюю (кажущуюся) молекулярную массу смеси через объемные и массовые доли.
4. Парциальные давления компонентов через объемные и массовые доли, массу каждого компонента.
5. Массу смеси и компонентов.
6. Парциальные объемы и плотности компонентов.
7. Плотность компонентов и смеси при заданных условиях через объемные и массовые доли.
8. Плотность компонентов и смеси при нормальных условиях через объемные и массовые доли.
9. Истинные: мольную, объемную (для 1 м<sup>3</sup>) и удельную (массовую) теплоемкости смеси при  $p = \text{const}$  и  $v = \text{const}$  для температуры  $t = 500^\circ \text{C}$ .
10. Средние: мольную, объемную и удельную (массовую) теплоемкости смеси при  $p = \text{const}$  и  $v = \text{const}$  для интервала температур (3).
11. Количество теплоты, необходимое для нагревания (охлаждения) смеси при  $p = \text{const}$  двух киломолей, 5 м<sup>3</sup> и 7 кг смеси в интервале температур, указанном в предыдущем пункте.

Дано:

1. Смесь имеет следующий объемный состав :

$$\begin{array}{ll}
 H_2 = 5 \% & r_{H_2} = 0.05 \\
 CO = 15 \% & r_{CO} = 0.15 \\
 N_2 = 70 \% & r_{N_2} = 0.70 \\
 H_2O = 10 \% & r_{H_2O} = 0.10 \\
 \text{Всего ... 100 \%} & \sum_i r_i = 1
 \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{2. Объем смеси} & V = 4 \text{ м}^3 \\
 \text{Давление смеси} & p = 0.9 \text{ бар} \\
 \text{Температура смеси} & t = 500^\circ \text{C} \quad (T = 773 \text{ К})
 \end{array} \quad (2)$$

3. Интервал температур, для которого определяется средняя теплоемкость :

$$\begin{array}{ll}
 t_1 = 1000^\circ \text{C} \quad (T_1 = 1273 \text{ К}) \\
 t_2 = 300^\circ \text{C} \quad (T_2 = 573 \text{ К})
 \end{array} \quad (3)$$

1. Определение состав смеси:

Вначале определим массовые доли компонентов  $\mu_i$ , кг/кмоль:

$$\begin{array}{l}
 \mu(H_2) = 2 \cdot 1 = 2 \text{ кг/кмоль} \\
 \mu(CO) = 16 + 12 = 28 \text{ кг/кмоль} \\
 \mu(N_2) = 2 \cdot 14 = 28 \text{ кг/кмоль} \\
 \mu(H_2O) = 2 \cdot 1 + 16 = 18 \text{ кг/кмоль}
 \end{array}$$

Определим массовый состав по следующей формуле:

$$g_i = \frac{r_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n r_j \mu_j} \quad (4)$$

$$g_{H_2} = \frac{0.05 \cdot 2}{0.05 \cdot 2 + 28 \cdot 0.15 + 28 \cdot 0.7 + 18 \cdot 0.1} = 0.004$$

$$g_{CO} = \frac{28 \cdot 0.15}{0.05 \cdot 2 + 28 \cdot 0.15 + 28 \cdot 0.7 + 18 \cdot 0.1} = 0.163$$

$$g_{N_2} = \frac{28 \cdot 0.7}{0.05 \cdot 2 + 28 \cdot 0.15 + 28 \cdot 0.7 + 18 \cdot 0.1} = 0.763$$

$$g_{H_2O} = \frac{18 \cdot 0.1}{0.05 \cdot 2 + 28 \cdot 0.15 + 28 \cdot 0.7 + 18 \cdot 0.1} = 0.070$$

$$\left[ \sum_{j=1}^n g_j = 0.004 + 0.163 + 0.763 + 0.070 = 1 \right] = \text{верно}$$

2. Определение газовых постоянных компонентов и смеси:

$$R_i = \frac{8314}{\mu_i} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \quad (5)$$

$$R_{H_2} = \frac{8314}{2} = 4157 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$R_{CO} = \frac{8314}{28} = 297 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 297 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$R_{H_2O} = \frac{8314}{18} = 462 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Определение газовой постоянной смеси:

$$R = \sum_{j=1}^n g_j R_j \quad (6)$$

$$R = 0.004 \cdot 4157 + 0.163 \cdot 297 + 0.763 \cdot 297 + 0.07 \cdot 462 = 324 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

3. Определение средней молекулярной массы смеси:

а) через объемные доли:

$$\mu = \sum_{i=1}^n r_i \mu_i \quad (7)$$

$$\mu = 0.05 \cdot 2 + 0.15 \cdot 28 + 0.7 \cdot 28 + 0.1 \cdot 18 = 25.7 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$$

б) через массовые доли:

$$\mu = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\mu_i}} \quad (8)$$

$$\mu = \frac{1}{\frac{0.004}{2} + \frac{0.163}{28} + \frac{0.763}{28} + \frac{0.07}{18}} = 25.7 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$$

Проверка правильности найденного значения:

$$\mu = \frac{8314}{R} = 25.7 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}} - \text{верно}$$

4. Определение парциальных давлений компонентов:

а) через объемные доли

$$p_i = p \cdot r_i \quad (9)$$

$$p(H_2) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.05 = 4500 \text{ Па}$$

$$p(CO) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.15 = 13\,500 \text{ Па}$$

$$p(N_2) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.7 = 63\,000 \text{ Па}$$

$$p(H_2 O) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.1 = 9000 \text{ Па}$$

Проверим вычисление:

$$\left[ \sum_{i=1}^n p_i = 4500 + 13\,500 + 6300 + 9000 = 0.9 \cdot 10^5 \text{ Па} \right] = \text{верно}$$

б) через массовые доли:

$$p_i = p \cdot g_i \cdot \frac{R_i}{R} \quad (10)$$

$$p(H_2) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.004 \cdot \frac{4157}{324} = 4500 \text{ Па}$$

$$p(CO) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.163 \cdot \frac{297}{324} = 13\,500 \text{ Па}$$

$$p(N_2) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.763 \cdot \frac{297}{324} = 63\,000 \text{ Па}$$

$$p(H_2 O) = 0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.07 \cdot \frac{462}{324} = 9000 \text{ Па}$$

Проверка вычисления:

$$\left[ \sum_{i=1}^n p_i = 4500 + 13\,500 + 6300 + 9000 = 0.9 \cdot 10^5 \text{ Па} \right] = \text{верно}$$

5. Определение массы смеси:

$$m = \frac{p \cdot V}{R T} \quad (11)$$

$$m = \frac{0.9 \cdot 10^5 \cdot 4}{324 \cdot 773} = 1.44 \text{ кг}$$

6. Определение массы компонентов:

$$m_i = m \cdot g_i \quad (12)$$

$$m(H_2) = 1.44 \cdot 0.004 = 0.006 \text{ кг}$$

$$m(CO) = 1.44 \cdot 0.163 = 0.235 \text{ кг}$$

$$m(N_2) = 1.44 \cdot 0.763 = 1.099 \text{ кг}$$

$$m(H_2 O) = 1.44 \cdot 0.07 = 0.1 \text{ кг}$$

Проверка вычисления:

$$\left[ \sum_{i=1}^n m_i = 0.006 + 0.235 + 1.099 + 0.1 = 1.44 \text{ кг} \right] = \text{верно}$$

7. Определение парциальных объемов компонентов:

$$V_i = V \cdot r_i \quad (13)$$

$$V(H_2) = 4 \cdot 0.05 = 0.2 \text{ м}^3$$

$$V(CO) = 4 \cdot 0.15 = 0.6 \text{ м}^3$$

$$V(N_2) = 4 \cdot 0.7 = 2.8 \text{ м}^3$$

$$V(H_2 O) = 4 \cdot 0.1 = 0.4 \text{ м}^3$$

Проверка вычисления:

$$\left[ \sum_{i=1}^n V_i = 0.2 + 0.6 + 2.8 + 0.4 = 4 \text{ м}^3 \right] = \text{верно}$$

8. Определение парциальной плотности компонентов (при  $p_i$  и  $T$ ):

$$\rho_{i'} = \frac{m_i}{V} \quad (14)$$

$$\rho_{i'}(H_2) = 0.006/4 = 0.0015 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{i'}(CO) = 0.235/4 = 0.05875 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{i'}(N_2) = 1.099/4 = 0.27475 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{i'}(H_2 O) = 0.1/4 = 0.025 \text{ кг/м}^3$$

9. Определение плотности компонентов при заданных условиях (при  $p$  и  $T$ ):

$$\rho_i = \frac{m_i}{V_i} \quad (15)$$

$$\rho(H_2) = 0.006/0.2 = 0.03 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho(CO) = 0.235/0.6 = 0.391667 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho(N_2) = 1.099/2.8 = 0.3925 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho(H_2 O) = 0.10/0.4 = 0.25 \text{ кг/м}^3$$

10. Определение плотности смеси при заданных условиях (при  $p$  и  $T$ ):

а) через объемные доли:

$$\rho = \sum_{i=1}^n r_i \rho_i \quad (16)$$

$$\rho = 0.03 \cdot 0.05 + 0.15 \cdot 0.392 + 0.7 \cdot 0.3925 + 0.1 \cdot 0.25 = 0.36 \text{ кг/м}^3$$

б) через массовые доли:

$$\rho = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_i}} \quad (17)$$

$$\rho = \frac{1}{\frac{0.004}{0.03} + \frac{0.163}{0.392} + \frac{0.763}{0.3925} + \frac{0.07}{0.25}} = 0.36 \text{ кг/м}^3$$

Произведем проверку:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (18)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1.44}{4} = 0.36 \text{ кг/м}^3$$

11. Определение плотности компонентов и смеси при нормальных физических условиях ( $p = 101\,300 \text{ Па}$ ,  $T = 273 \text{ К}$ ):

Плотность компонентов определяется:

$$\rho_{0i} = \frac{\mu_i}{22.4} \quad (19)$$

$$\rho_0(H_2) = 2/22.4 = 0.089 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_0(\text{CO}) = 28/0.6 = 1.25 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_0(N_2) = 28/2.8 = 1.25 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_0(H_2O) = 18/0.4 = 0.8 \text{ кг/м}^3$$

Плотность смеси определяется:

а) через объемные доли:

$$\rho_0 = \sum_{i=1}^n \rho_{0i} r_i \quad (20)$$

а) через массовые доли:

$$\rho_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_{0i}}} \quad (21)$$

$$\rho_0 = \frac{1}{\frac{0.004}{0.089} + \frac{0.163}{1.25} + \frac{0.763}{1.25} + \frac{0.07}{0.8}} = 1.147 \text{ кг/м}^3$$

Выполним проверку:

$$\rho_0 = \rho \frac{T}{273} \frac{1.013}{p} \quad (22)$$

$$\rho_0 = 0.36 \frac{773}{273} \frac{1.013}{0.9} = 1.147 \text{ кг/м}^3$$

12. Определение истинных теплоемкостей при заданной температуре ( $T=773 \text{ K}$ ):

а) молярная теплоемкость при постоянном давлении:

$$\mu_{c_p} = \sum_{i=1}^n r_i \mu_{c_{pi}} \quad (23)$$

где  $\mu_{c_p}$  и  $\mu_{c_{pi}}$  - истинные молярные теплоемкости смеси и компонентов при постоянном давлении.

Истинные теплоемкости компонентов при заданной температуре ( $T=773 \text{ K}$ ):

$$\mu_{c_p}(H_2) = 29.56 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль K}}$$

$$\mu_{c_p}(\text{CO}) = 31.71 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль K}}$$

$$\mu_{c_p}(N_2) = 31.13 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль K}}$$

$$\mu_{c_p}(H_2O) = 38.41 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль K}}$$

$$\mu_{c_p} = \sum_{i=1}^n r_i \mu_{c_{pi}} = 0.05 \cdot 29.56 + 0.15 \cdot 31.71 + 0.7 \cdot 31.13 + 0.1 \cdot 38.41 = 31.8665 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль K}}$$

Используя уравнение Майера, определим молярную теплоемкость при постоянном давлении:

$$\mu_{c_v} = \mu_{c_p} - 8.314 \quad (24)$$

$$\mu_{c_v} = 31.8665 - 8.314 = 23.5525 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль K}}$$

б) объемная теплоемкость при постоянном давлении:

$$C_p = \frac{\mu c_p}{22.4} = \frac{31.8665}{22.4} = 1.42261 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \text{ К}} \quad (25)$$

объемная теплоемкость при постоянном объеме:

$$C_v = \frac{\mu c_v}{22.4} = \frac{23.5525}{22.4} = 1.05145 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \text{ К}} \quad (26)$$

в) массовая теплоемкость смеси при постоянном давлении:

$$c_p = \frac{\mu c_p}{\mu} = \frac{31.8665}{25.7} = 1.23994 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}} \quad (27)$$

массовая теплоемкость смеси при постоянном объеме:

$$c_v = \frac{\mu c_v}{\mu} = \frac{23.5525}{25.7} = 0.91644 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}} \quad (28)$$

13. Определение средних молярных теплоемкостей смеси при постоянном давлении:

Средние теплоемкости компонентов при заданных температурах:

$$\begin{array}{ll} t_1 = 1000^\circ \text{C} (T_1 = 1273 \text{ K}) & t_2 = 300^\circ \text{C} (T_2 = 573 \text{ K}) \\ \overline{\mu c_p}(H_2) = 29.79 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} & \overline{\mu c_p}(H_2) = 29.12 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} \\ \overline{\mu c_p}(CO) = 31.66 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} & \overline{\mu c_p}(CO) = 29.52 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} \\ \overline{\mu c_p}(N_2) = 31.20 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} & \overline{\mu c_p}(N_2) = 29.29 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} \\ \overline{\mu c_p}(H_2 O) = 38.62 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} & \overline{\mu c_p}(H_2 O) = 34.57 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}} \end{array}$$

Средняя молярная теплоемкость смеси при постоянном давлении рассчитывается по формуле:

$$\overline{\mu c_p} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\overline{\mu c_p} \Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{\mu c_p} \Big|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} \quad (29)$$

$$\text{где } \overline{\mu c_p} \Big|_0^t = \sum_{i=1}^n r_i \overline{\mu c_{pi}} \Big|_0^t \quad (30)$$

$$\overline{\mu c_p} \Big|_0^{t_1} = 0.05 \cdot 29.79 + 0.15 \cdot 31.66 + 0.7 \cdot 31.2 + 0.1 \cdot 38.62 = 31.9405 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}}$$

$$\overline{\mu c_p} \Big|_0^{t_2} = 0.05 \cdot 29.12 + 0.15 \cdot 29.52 + 0.7 \cdot 29.29 + 0.1 \cdot 34.59 = 29.846 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}}$$

$$\overline{\mu c_p} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{29.846 \cdot 300 - 31.9405 \cdot 1000}{300 - 1000} = 32.8381 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}}$$

Используя уравнение Майера, определим среднюю молярную теплоемкость смеси при постоянном объеме:

$$\overline{\mu c_v} \Big|_{t_1}^{t_2} = \overline{\mu c_p} \Big|_{t_1}^{t_2} - 8.314 \quad (31)$$

$$\overline{\mu c_v} \Big|_{t_1}^{t_2} = 32.8381 - 8.314 = 24.5241 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль К}}$$

Определение средней объемной теплоемкости смеси при постоянном объеме:

$$\overline{C_p} \big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\overline{\mu c_p} \big|_{t_1}^{t_2}}{22.4} = \frac{32.8381}{22.4} = 1.46599 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \text{ К}} \quad (32)$$

Определение средней объемной теплоемкости смеси при постоянном объеме:

$$\overline{C_v} \big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\overline{\mu c_v} \big|_{t_1}^{t_2}}{22.4} = \frac{24.5241}{22.4} = 1.09483 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \text{ К}} \quad (33)$$

Определение средней массовой теплоемкости смеси при постоянном давлении в данном интервале температур:

$$\overline{c_p} \big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\overline{\mu c_p} \big|_{t_1}^{t_2}}{\mu} = \frac{32.8381}{25.7} = 1.27775 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}} \quad (34)$$

Определение средней массовой теплоемкости смеси при постоянном объеме в данном интервале температур:

$$\overline{c_v} \big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\overline{\mu c_v} \big|_{t_1}^{t_2}}{\mu} = \frac{24.5241}{25.7} = 0.954245 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}} \quad (35)$$

14. Определение количества теплоты, затрачиваемой при охлаждении:

а) для двух киломолей смеси:

$$Q' = 2 \overline{\mu c_p} \big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) \quad (36)$$

$$Q' = 2 \cdot 32.8381 (300 - 1000) = -45\,973.3 \text{ кДж}$$

б) для 5 м<sup>3</sup> смеси:

$$Q'' = 5 \overline{C_p} \big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) \quad (37)$$

$$Q'' = 5 \cdot 1.46599 (300 - 1000) = -5130.96 \text{ кДж}$$

в) для 7 кг смеси:

$$Q''' = 7 \overline{c_p} \big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) \quad (38)$$

$$Q''' = 7 \cdot 1.27775 (300 - 1000) = -6260.98 \text{ кДж}$$