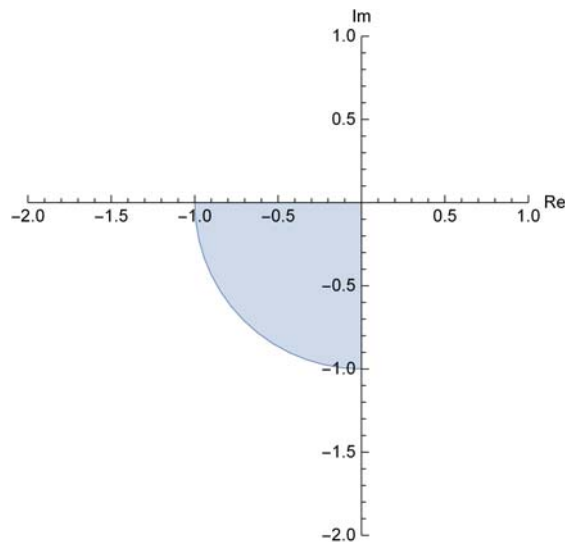


### Задание №6

Найти регулярные функции, отображающие заштрихованную область плоскости  $Z$  на верхнюю полуплоскость.

Сначала изобразим данную область  $D$ .

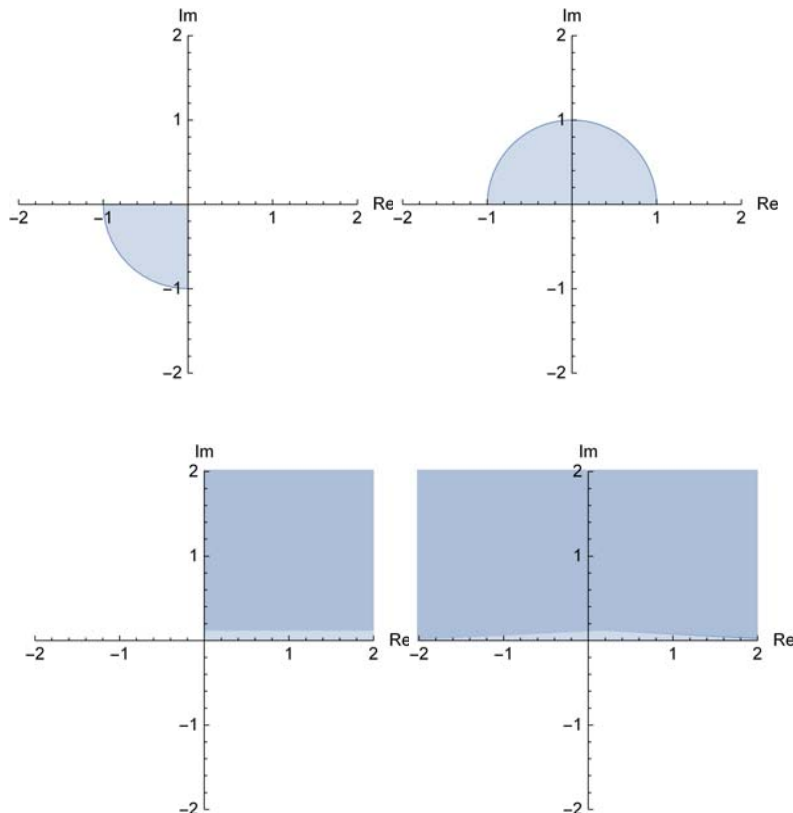
```
ParametricPlot[{v Cos[u], v Sin[u]}, {u, Pi, 3 Pi/2}, {v, 0, 1}, Frame -> False,  
_график параметрически... _косинус _синус _числ... _число пи _рамка _ложь  
Axes -> True, AxesLabel -> {Re, Im}, PlotRange -> {{-2, 1}, {-2, 1}}]  
_оси _истина _обозначения на... _д... _мн... _отображаемый диапазон графика
```



Теперь последовательно изобразим процессы отображений области  $D$  из комплексной плоскости  $Z$  на плоскость  $W$  отображениями:  $w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_n$

В данной задаче я использую экспоненциальную форму записи числа  $z$ , потому что так проще задать нужную нам область (часть окружности).

```
With[{z = u Exp[I v]},
  Row@Table[ ParametricPlot[ReIm[w], {v, Pi, 3 Pi/2}, {u, 0, 1},
    AxesLabel -> {Re, Im}, PlotRange -> {{-2, 2}, {-2, 2}}, Frame -> False,
    Axes -> True, ImageSize -> 200], {w, {z, z^2, - (z^2 + 1)/(z^2 - 1), ((z^2 + 1)/(z^2 - 1))^2}}]]
```



Итак первое отображение выглядит как  $w_1(z) = z^2$ , я выбрал эту функцию, так как мне нужно было перевести часть окружности с углами  $(\text{Pi}, 3\text{Pi}/2)$  в верхнюю полуокружность  $(2\text{Pi}, 3\text{Pi})$ .

Следующее отображение  $w_2(z) = -\frac{w_1(z)+1}{w_1(z)-1}$  переводит верхнюю полуокружность в плоскость первой четверти.

Затем нужно расширить первую четверть в верхнюю полуплоскость отображением  $w_3(z) = w_2(z)^2$

В итоге получаем композицию функций  $w(z) = w_1 \cdot w_2 \cdot w_3$ .

Конечное отображение выглядит как  $w(z) = \left(\frac{z^2+1}{z^2-1}\right)^2$

Теперь о функциях, которые я использовал:

1) With [{x=x0}, expr] Функция With создает локальную переменную x и присваивает ей начальное значение. В данной программе использовать ее не обязательно, но в более сложных ее использование позволяет использовать одни и те же переменные в разных блоках программы.

2) Row[{..}] Выстраивает элементы массива (множества) в ряд

- 3) `Table [ expr, {i,{i1,i2,i3...}} ]` Функция `Table` строит массив из каких либо элементов с итератором `i`, который принимает значения `i1,i2,i3`.
- 4) `ParametricPlot [ {fx, fy }, {u, u0,uk},{v,v0,vk}]` Данная функция строит параметрический график от переменных `u,v` которые пробегают от своих начальных и до конечных значений.
- 5) Далее элементарные опции `AxesLabel` подписи осей, `PlotRange` диапазон отображения графика, `Frame` рамка, `Axes` оси, `ImageSize` размер изображения.