Задание №1

Найти значение выражения

a) $\overline{z}_1 * z_2$ b) $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$ c) $\sqrt[3]{\overline{z_1{}^4}}$

```
z1 = 2 - 2 I;
          мні
z2 = 1 + 3 I;
          мні
```

```
a = Conjugate[z1] * z2
    комплексное сопряжение
```

$-4 + 8\,i$

Функция Conjugate [z] принимает комплексное число и возващает число ему сопряженное.

$$b = \left(\frac{(2 - 2\,I)\ (1 - 3\,I)}{(1 + 3\,I)\ (1 - 3\,I)}\right)^2$$

$$-\frac{12}{25} + \frac{16\,i}{25}$$

c) $\sqrt[3]{\overline{z^4{}_1}}$

Найдем значение аргумента числа Z_1

```
Arg[z1]
аргумент числа
```

$$-\frac{\pi}{4}$$

Воспользуемся тригонометрической формой записи:

$$Z_1 = \text{Abs}[z_1] \left(\text{Cos}\left[-\frac{\pi}{4}\right] + I\,\text{Sin}\left[-\frac{\pi}{4}\right]\right)$$

абсолют··· косинус · синус

Для возведения в 4-ую степень воспользуемся формулой Муавра:

$$Z_1{}^4 = \text{Abs}[z_1]^4 \left(\text{Cos}\left[4 * \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right] + I\,\text{Sin}\left[4\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]\right)$$

косинус · синус

-64

Получили $Z_1{}^4$ равным (-64 + 0 i). Сопряженное будет равно (-64 - 0 i).

Затем чтобы найти корень 3-ий степени воспользуемся следующей формулой:

$$c = \sqrt[3]{\text{Abs}[64]} \left(\text{Cos}\left[\frac{-\pi + 2\,\pi\,k}{3}\right] - I\,\text{Sin}\left[\frac{-\pi + 2\,\pi\,k}{3}\right]\right), \text{ где } k = \{0, 1, 2\}$$

косинус · синус

В итоге получаем ответ:

$$c_1 = 4\left(\text{Cos}\left[\frac{-\pi + 2\,\pi\,0}{3}\right] - I\,\text{Sin}\left[\frac{-\pi + 2\,\pi\,0}{3}\right]\right)$$

косинус · синус

$$4\left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$$

```
c2 = 4 (Cos[(-π + 2 π)/3] - I Sin[(-π + 2 π)/3])
        косинус          · синус
```

$$4\left(\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$$

```
c3 = 4 (Cos[(-π + 2 π 2)/3] - I Sin[(-π + 2 π 2)/3])
        косинус            · синус
```

-4

Получили 3 корня:

```
c = {ReIm[4 (1/2 + (i √3)/2)], ReIm[4 (1/2 - (i √3)/2)], ReIm[-4]};
     действительная и мнимая⋯  действительная и мнимая⋯  действительная
```

Функция ReIm [z] принимает комплексное число и возвращает точку { Re[z], Im[z] }

Изобразим их на плоскости:

```
Show[ContourPlot[{x^2 + y^2 == Abs[-4]^2},
пок⋯ контурный график
  {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, Axes → True, Frame → False],
                          оси    истина  рамка    ложь
 Graphics[{Text[#, #], Arrow[{{0, 0}, #}]} & /@#, Point@#  ] &@c    ]
 графика   текст       стрелка                    точка
```