

### Задание 9

Вычислить интеграл при помощи теорем вычетов.

$$\oint_C z^2 e^{-\frac{1}{z}} dz \text{ где контур } C: |z| = 4$$

Воспользуемся первой теоремой о вычетах:

$$\int f(z) dz = 2\pi i \sum_{k=1}^N \text{res}(f(z), z_k)$$

Внутри контура C всего одна существенно особая точка:  $z = 0$

Найдем вычет в ней разложив функцию в ряд:

$$\text{Series}\left[z^2 \text{Exp}\left[-\frac{1}{z}\right], \{z, \text{Infinity}, 3\}\right]$$

разложить · · показательная · · бесконечность

$$z^2 - z + \frac{1}{2} - \frac{1}{6z} + \frac{1}{24z^2} - \frac{1}{120z^3} + O\left[\frac{1}{z}\right]^4$$

Вычет будет равен коэффициенту перед  $z^{-1}$ ,  $\text{res} = \frac{-1}{6}$

Отсюда интеграл:

$$\int f(z) dz = 2\pi i * \frac{-1}{6}$$

$$\int f(z) dz = -\frac{\pi i}{3}$$