

Задание №5

Установить, может ли данная функция служить вещественной или мнимой частью неоторой регулярной функции, и если может, то восстановить эту регулярную функцию в виде $f(z)$.

Убедится что найденная функция регулярна и удовлетворяет заданному условию.

$$U(x, y) = e^{-x} \sin(y)$$

`U[x_, y_] := Exp[-x] Sin[y];`
показател... синус

Проверим является ли данная функция гармонической.

$$\partial_{x,x} U[x, y]$$

$$e^{-x} \sin[y]$$

$$\partial_{y,y} U[x, y]$$

$$-e^{-x} \sin[y]$$

$$\text{TrueQ}[\partial_{x,x} U[x, y] + \partial_{y,y} U[x, y] == 0]$$

истина?

True

Да является, так как ее лапласиан равен нулю.

Восстановим функцию $V(x,y)$

$$\int \partial_x U[x, y] dy = e^{-x} \cos[y] + c[x]$$

косинус

$$\partial_y U[x, y] = e^{-x} \cos[y] = e^{-x} \cos[y] + c'[x]$$

косинус косинус

$$c'[x] = 0$$

Функция $V(x,y)$ имеет следующий вид:

$$V[x_, y_] := e^{-x} \cos[y]$$

косинус

Теперь можно составить функцию $f(x,y)$:

$$f[x_, y_] := U[x, y] + I V[x, y];$$

мнимая едини

Преобразуем полученную функцию :

$$e^{-x} \sin[y] + I e^{-x} \cos[y] = e^{-x} \cos\left[\frac{\pi}{2} - y\right] + I e^{-x} \sin\left[\frac{\pi}{2} - y\right] = \text{Exp}\left[-x - I y + \frac{I \pi}{2}\right];$$

синус мн... косинус косинус мн... синус показател... мнимая едини

В итоге получили функцию:

$$f[z_] := \text{Exp}\left[-z + \frac{I \pi}{2}\right]$$

показательная фу