TP3

3.1.1

a)

\begin{displaymath}\begin{array}{ll}
S(t)
&\displaystyle =a_0+\sum_{n=1}^{+\inft...
...ty}
\dfrac{1}{n}\Bigl(1-\cos(n\pi)\Bigr) \sin(n t)
\end{array}\end{displaymath}

$ n\geqslant 1$

On remarque que pour tout entier

$ \cos(n\pi)=(-1)^n$

on a :

$ n=2p+1$

$ b_n$et ainsi que les coefficients  de rang pair,   , sont nuls

$ b_{2p+1}=\dfrac{4}{n}=\dfrac{4}{2p+1}$

et que ceux de rang impair valent plus simplement

La série de Fourier s'écrit alors :

$\displaystyle S(t)=\dfrac{4}{\pi}\sum_{p=1}^{+\infty} \dfrac{1}{2p+1}\sin((2p+1)t)
$

b)

Sachant que

\begin{displaymath}\begin{array}{lccl}
I_n
&=&\displaystyle \int_0^{2\pi} f(t)\,...
...{1}{n}\Bigl[ \sin(2n\pi)-\sin(n\pi)\Bigr]\\ [0.4cm]
\end{array}\end{displaymath}

Alors on a :

\begin{displaymath}
\begin{array}{lll}
\displaystyle a_n=\dfrac{2}{T}\int_0^{T} ...
...int_0^{2\pi} f(t)\,\cos(nt)\,dt
=\dfrac{1}{\pi} I_n
\end{array}\end{displaymath}

Sachant que :

\begin{displaymath}\begin{array}{lccl}
J_n
&=&\displaystyle \int_0^{2\pi} f(t)\,...
...{1}{n}\Bigl[ \cos(2n\pi)-\cos(n\pi)\Bigr]\\ [0.4cm]
\end{array}\end{displaymath}

Alors on a :

\begin{displaymath}
\begin{array}{lll}
\displaystyle b_n=\dfrac{2}{T}\int_0^{T} ...
...int_0^{2\pi} f(t)\,\sin(nt)\,dt
=\dfrac{1}{\pi} J_n
\end{array}\end{displaymath}