

Take-Home Eksamen DM500 Efterår 2020

h8 - studiegruppe 3:

Andreas Rosenstjerne Hansen(andrh20)

Frederik Mortensen Dam(Frdam20)

Gabrielle Hvid Benn Madsen (gamad20)

Nanta Veliovits (navel16)

November 2020

1 Opgave 1 (Reeksamen februar 2015)

I det følgende lader vi $U = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ være universet (universal set).

Betragt de to mængder

$$A = \{2n | n \in S\} \quad B = \{3n + 2 | n \in S\}$$

hvor $S = \{1, 2, 3, 4\}$

Angiv samtlige elementer i hver af følgende mængder

a) $A \cap B$

b) $B \cap A$

c) $A \cup B$

d) $A \cap B \cap \{8\}$

e) $A - B$

f) $\overline{A \cap B}$

2 Opgave 2 (Reeksamen februar 2015)

a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in N : \exists y \in N : x < y \quad \text{Det er sandt.}$$

$$\forall x \in N : \exists ! y \in N : x < y \quad \text{Det er ikke sandt.}$$

$$\exists y \in N : \forall x \in N : x < y \quad \text{Det er sandt.}$$

b) Angiv negeringen af udsagn 1. fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren (\neg) må ikke indgå i dit udsagn.

$$\exists x \in N : \forall y \in N : x > y$$

3 Opgave 3 (Reeksamen februar 2015)

Lad R, S og T være binære relationer på mængden $\{1, 2, 3, 4\}$.

a) Lad $R = \{(1,1), (2,1), (2,2), (2,4), (3,1), (3,3), (3,4), (4,1), (4,4)\}$. Er R en partiel ordning?

Svar: Ja, da relationen er både refleksiv, antisymmetrisk og transitiv.

b) Lad $S = \{(1,2), (2,3), (2,4), (4,2)\}$. Angiv den transitive lukning af S .

Svar: Vi tilføjer de par, der mangler for, at relationen lever op til den transitive egenskab. Den nye relation ser sådan ud: $\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (4,2), (4,3), (4,4)\}$

c) Lad $T = \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,4), (3,1), (3,3), (4,2), (4,4)\}$. Bemærk at T er en ækvivalensrelation. Angiv T 's ækvivalensklasser.

Svar:

$$[1] \cup [3] = \{1, 3\}$$

$$[2] \cup [4] = \{2, 4\}$$

Opskriv desuden matricerne, der repræsenterer de tre relationer R , S og T .

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4 Opgave 1 (Reeksamen Januar 2012)

Betragt funktionerne $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ og $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defineret ved

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 2 + x + 1 \\ g(x) &= 2x - 2 \end{aligned}$$

a) Er f en bijektion?

Svar: Nej, da vi ved $x = 1$ og $x = -2$ får resultatet 3

b) Har f en invers funktion?

Svar: Nej, da det ikke er en bijektion, da den skal opfylde $f(x) = y$ og $f^{-1}(y) = x$

c) Angiv $f + g$.

Svar: Vi sætter $f(x) + g(x)$ sammen

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= x^2 + x + 1 + 2x - 2 \\ &\Downarrow \\ &2x^3 + 3x \end{aligned}$$

a) Angiv $g \circ f$

Svar: Vi sætter $f(x)$ ind i $g(x)$, så vi får

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= 2(x^2 + x + 1) - 2 \\ &\Downarrow \\ &2x^2 + 2x \end{aligned}$$

5 Opgave 1 (Reeksamen Januar 2009)

Lad $S = \{1, 2, \dots, 15\}$. Betragt følgende binære relation på S :

$$R = \{(a, b) | b = 2a\}$$

a) Hvilken af nedenstående par tilhører R ? Hvilke tilhører R^2

Eftersom at vi har formelen (a,b) og b skal være det dobbelte af a, derfor er det kun {2,4}

Ved R^2 er det { 2,8 } da det er et transitivt trin mellem {2,4} og {4,8}

b) Opskriv alle par i den transitive lukning af R

{1,2 ; 1,4 ; 1,8 ; 2,4 ; 2,8 ; 3,6 ; 3,12 ; 4,8 ; 5,10 ; 6,12 ; 7,14 }

Vi skal nu opstille matricen som repræsenterer relationen R , dog med S reduceret til 6.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$