

Take-Home Eksamen DM500 Efterår 2020

h8 - studiegruppe 3:

Andreas Rosenstjerne(andrh20)

Frederik Mortensen Dam(Frdam20)

Gabrielle Hvid Benn Madsen (gamad20)

Nanta Veliovits (navel16)

November 2020

1 Opgave 1 (Reeksamen februar 2015)

I det følgende lader vi $U = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ være universet (universal set).

Betragt de to mængder

$$A = \{2n | n \in S\} \quad B = \{3n + 2 | n \in S\}$$

hvor $S = \{1, 2, 3, 4\}$

Angiv samtlige elementer i hver af følgende mængder

a) $A \cap B$

b) $B \cap A$

c) $A \cup B$

d) $A \cap B \cap \{8\}$

e) $A - B$

f) $\overline{A \cap B}$

2 Opgave 2 (Reeksamen februar 2015)

a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in N : \exists y \in N : x < y \quad \text{Det er sandt.}$$

$$\forall x \in N : \exists ! y \in N : x < y \quad \text{Det er ikke sandt.}$$

$$\exists y \in N : \forall x \in N : x < y \quad \text{Det er sandt.}$$

b) Angiv negeringen af udsagn 1. fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren (\neg) må ikke indgå i dit udsagn.

$$\exists x \in N : \forall y \in N : x > y$$

3 Opgave 3 (Reeksamen februar 2015)

Lad R, S og T være binære relationer på mængden $\{1, 2, 3, 4\}$.

a) Lad $R = \{(1,1), (2,1), (2,2), (2,4), (3,1), (3,3), (3,4), (4,1), (4,4)\}$. Er R en partiel ordning?

Svar: Ja, da relationen er både refleksiv, antisymmetrisk og transitiv.

b) Lad $S = \{(1,2), (2,3), (2,4), (4,2)\}$. Angiv den transitive lukning af S .

Svar: Vi tilføjer de par, der mangler for, at relationen lever op til den transitive egenskab. Den nye relation ser sådan ud: $\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (4,2), (4,3), (4,4)\}$

c) Lad $T = \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,4), (3,1), (3,3), (4,2), (4,4)\}$. Bemærk at T er en ækvivalensrelation. Angiv T 's ækvivalensklasser.

Svar:

$$[1] \cup [3] = \{1, 3\}$$

$$[2] \cup [4] = \{2, 4\}$$

Opskriv desuden matricerne, der repræsenterer de tre relationer R , S og T .

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$