Série C - session 2015 : exercice partie B - corrigé

II - Probabilités

1) Probabilité de l'événement A : "la face cachée porte un numéro inférieur ou égal à 4"

On a
$$P(A) = \frac{3}{4}$$

Probabilité de l'événement B : "la somme des numéros des faces visibles est un nombre premier"

Les sommes possibles sont :

$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$2 + 3 + 5 = 10$$

$$2 + 4 + 5 = 11$$

$$3 + 4 + 5 = 12$$

Seul 11 est premier, d'où $P(B) = \frac{1}{4}$

2) La probabilité pour que l'événement A ne se réalise pas est $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{4}$

La probabilité P_n de réaliser au moins une fois l'événement A est $P_n=1-\left\lceil P(\overline{A}) \right\rceil^n$

D'où
$$P_n = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

a) Calcul de P3

pour n = 3, on a
$$P_3 = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{63}{64}$$

b) Le plus petit entier n tel que $\,P_n \geq 0.99\,$

$$1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n \geq 0,99 \qquad \text{implique} \qquad \left(\frac{1}{4}\right)^n \leq 0,01 \text{ , c'est-\hat{a}-dire} \quad n.\ln\left(\frac{1}{4}\right) \leq \ \ln 0,01 \text{ and } \ln 1,001 \text{ and }$$

alors
$$n \geq \frac{\text{ln 0,01}}{\text{ln 0,25}}$$
, D'où $n \geq 7,2$

Le plus petit entier n est 8.

