

## ฟังก์ชันไซน์(sine)

$(\theta, y) \in \text{sine}$  จะได้ว่า  $y$  เป็นค่าฟังก์ชันไซน์ที่  $\theta$  เขียนเป็นสมการความสัมพันธ์ได้ว่า  $y = \text{sine}(\theta)$  แต่นิยมเขียนเป็น  $y = \sin \theta$  จะเห็นว่า  $y$  จากสมการเป็นค่า  $y$  ของ  $P(x, y)$  และ  $\theta$  ที่ เป็นความยาวส่วนโค้งหรือมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งหน่วย

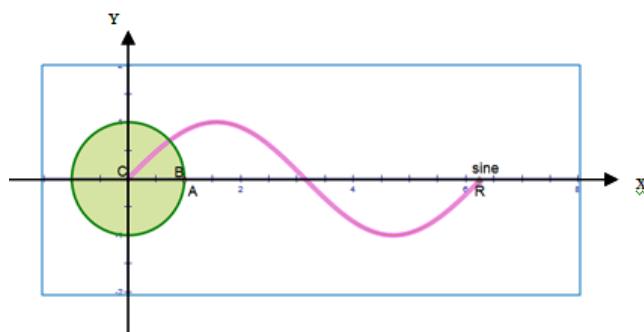
### สมการฟังก์ชันไซน์ (sine)

สมการฟังก์ชันไซน์ คือ  $y = \sin x$  โดยที่  $x$  เป็นความยาวส่วนโค้งบนวงกลมหนึ่งหน่วยหรือมุม

ตารางแสดงค่าความสัมพันธ์  $y = \sin x$  เมื่อ  $x$  แทนความยาวส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งหน่วย หรือมุม

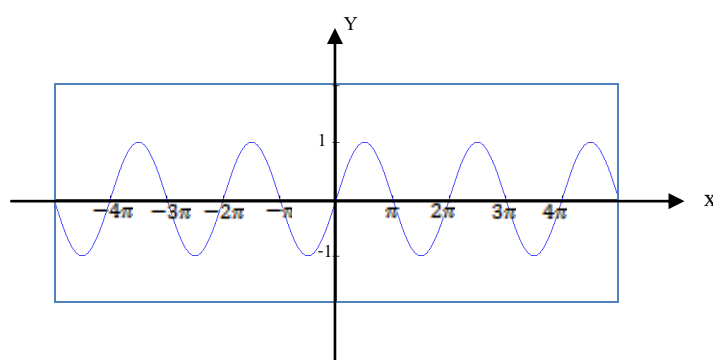
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$225^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$315^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

เขียนกราฟได้ดังนี้



กราฟนี้เป็นกราฟหนึ่งรอบของฟังก์ชันไซน์

ส่วนกราฟแสดงคลื่นไซน์ (sine wave) ที่ซ้ำไปเรื่อย ๆ ทั้งทางบวกและลบของสมการ  $y = \sin x$  ได้แก่



## สิ่งที่เราสนใจศึกษาจากกราฟฟังก์ชันตรีโกณมิติ ได้แก่

1. โดเมน (domain) ของฟังก์ชันไซน์ คือ  $\mathbb{R}$  (เซตของจำนวนจริง)

เรนจ์ (range) ของฟังก์ชัน คือ  $[-1, 1]$

ค่าต่ำสุด (The minimum value) ของฟังก์ชัน คือ  $y = -1$

ค่าสูงสุด (The maximum value) ของฟังก์ชัน คือ  $y = 1$

แอมพลิจูด (amplitude) ของฟังก์ชัน คือ  $|k|$

คาบ (periodic) ของฟังก์ชัน คือ  $2\pi$

พิจารณาฟังก์ชันเพิ่ม/ฟังก์ชันลด จากกราฟของฟังก์ชันไซน์ในหนึ่งรอบ

ช่วง	รูปแบบฟังก์ชัน
$0 < x < \frac{\pi}{2}$	ฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function)
$\frac{\pi}{2} < x < \pi$	ฟังก์ชันลด (decreasing function)
$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$	ฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function)
$\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$	ฟังก์ชันลด (decreasing function)

ฟังก์ชันไซน์เป็นฟังก์ชันคี่ (odd function) จึงได้ว่า

$$\sin(-x) = -\sin x$$

กราฟของสมการ  $y = \sin x$  สมมาตรจุดกำเนิด จึงได้ว่า

$$\sin(-x) = -\sin x$$

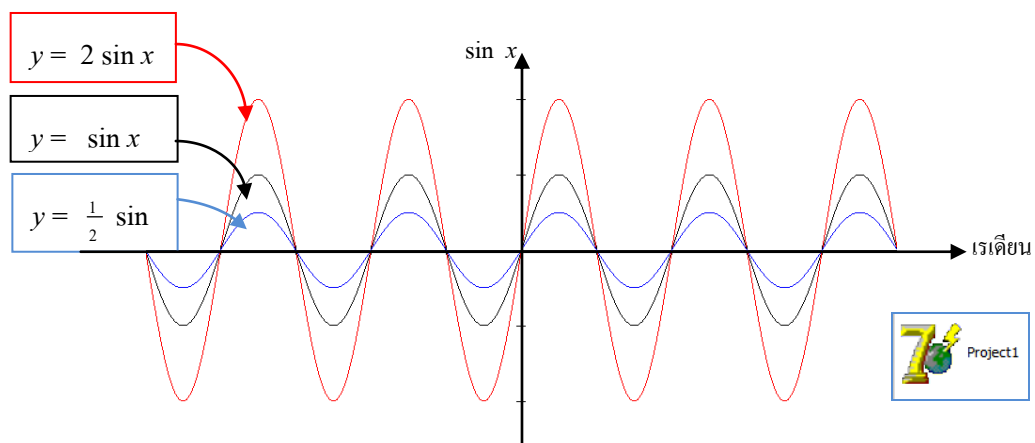
## ลักษณะของกราฟฟังก์ชันไซน์

จากสมการมาตรฐานของฟังก์ชันไซน์  $y = a \sin (bx + c) + d$

การยืดหดของกราฟตามแนวตั้ง ของสมการ  $y = a \sin x$

พิจารณา กราฟของสมการทั้งสามต่อไปนี้

$$y = \sin x, \quad y = 2 \sin x \quad \text{และ} \quad y = \frac{1}{2} \sin x$$



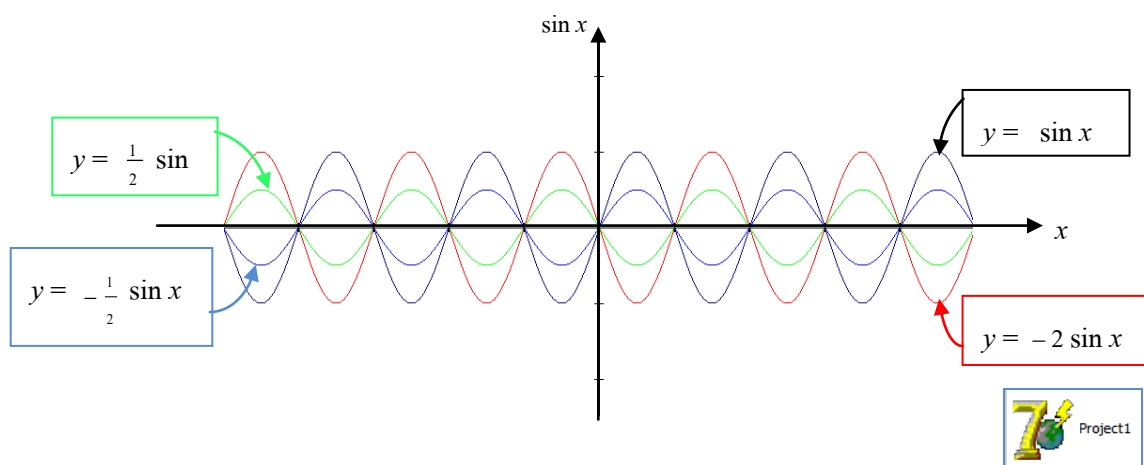
จะพบว่า เมื่อ  $a$  แตกต่างกัน แอมพลิจูดของฟังก์ชันไซน์ จะแตกต่างกัน ดังนี้

$y = \sin x$  เนื่องจาก  $a = 1$  ทำให้ แอมพลิจูด เท่ากับ  $|1| = 1$

$y = 2 \sin x$  เนื่องจาก  $a = 2$  ทำให้ แอมพลิจูด เท่ากับ  $|2| = 2$

$y = \frac{1}{2} \sin x$  เนื่องจาก  $a = \frac{1}{2}$  ทำให้ แอมพลิจูด เท่ากับ  $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

สำหรับกรณีที่  $a < 0$  จะพบว่า กราฟของสมการ  $y = a \sin x$  เกิดจากการสะท้อนแกน  $x$  ของกราฟของสมการ  $y = a \sin x$  เมื่อ  $a > 0$  ดังรูป



จะพบว่า เมื่อ  $a < 0$  แอมพลิจูดของฟังก์ชันไซน์ จะได้ ดังนี้

$$y = -2 \sin x \quad \text{เนื่องจาก } a = 2 \text{ ทำให้ แอมพลิจูด เท่ากับ } |-2| = 2$$

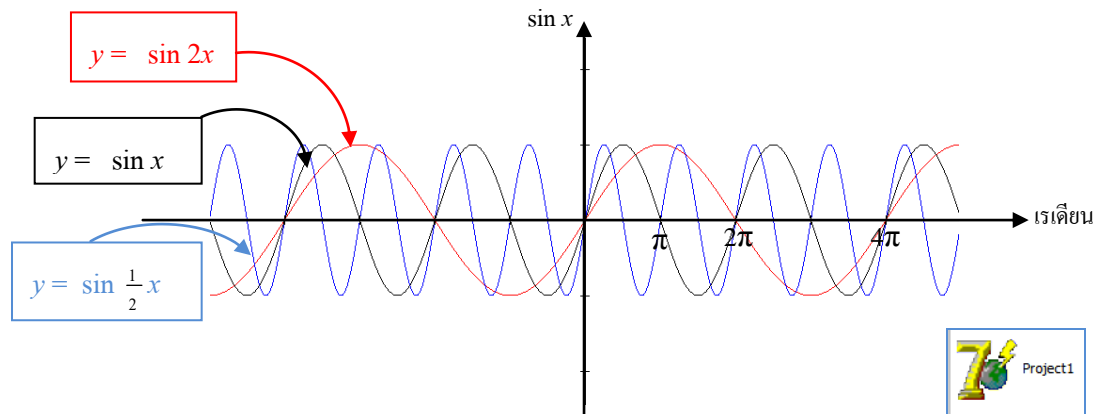
$$y = -\frac{1}{2} \sin x \quad \text{เนื่องจาก } a = \frac{1}{2} \text{ ทำให้ แอมพลิจูด เท่ากับ } |-\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$$

การขีดหัดของกราฟตามแนวนอน ของสมการ  $y = \sin bx$  พิจารณา กราฟของสมการทั้งสาม  
ต่อไปนี้

$$y = \sin x,$$

$$y = 2 \sin x$$

$$\text{และ } y = \sin \frac{1}{2} x$$



จะพบว่า เมื่อ  $b$  แตกต่างกัน คาบของฟังก์ชันไซน์ จะแตกต่างกันดังนี้

$$y = \sin x \quad \text{เนื่องจาก } b = 1 \text{ ทำให้ คาบของฟังก์ชัน เท่ากับ } 2\pi$$

$$y = \sin 2x \quad \text{เนื่องจาก } b = 2 \text{ ทำให้ คาบของฟังก์ชัน เท่ากับ } \pi$$

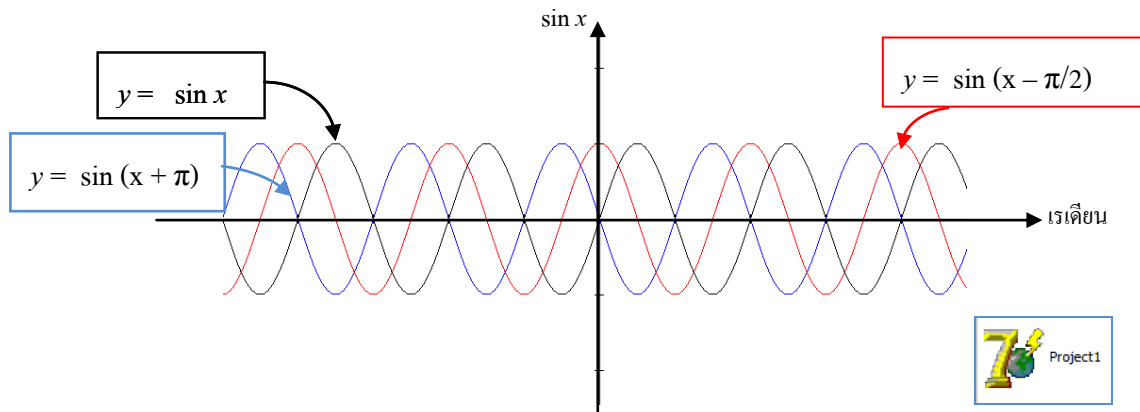
$$y = \sin \frac{1}{2} x \quad \text{เนื่องจาก } b = \frac{1}{2} \text{ ทำให้ คาบของฟังก์ชัน เท่ากับ } 4\pi$$

นั่นแสดงว่า กราฟของสมการ  $y = \sin bx$  มีคาบของฟังก์ชัน เท่ากับ  $\left| \frac{2\pi}{b} \right|$

การเลื่อนกราฟขนานตามแกน  $x$  ของสมการ  $y = \sin(x + c)$

พิจารณา กราฟของสมการทั้งสามต่อไปนี้

$$y = \sin x, \quad y = \sin(x + \pi) \quad \text{และ} \quad y = \sin(x - \pi/2)$$

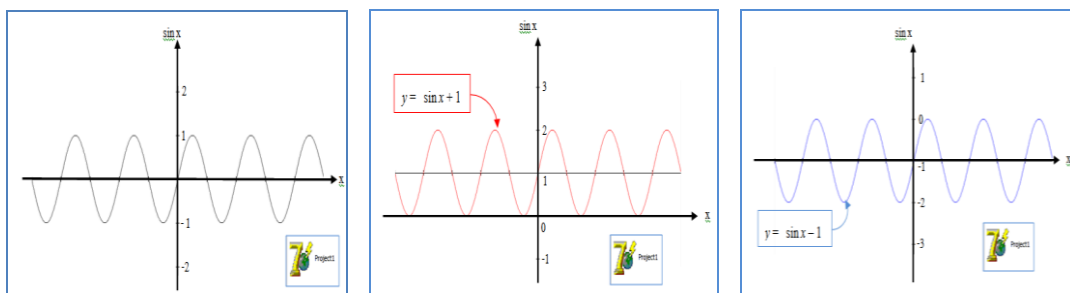


จะพบว่า เมื่อ  $c$  แตกต่างกัน กราฟจะเลื่อนไปทางซ้ายเมื่อ  $c > 0$  และ เมื่อ  $c < 0$  กราฟจะเลื่อนไปทางขวา  $|c|$  หน่วย

การเลื่อนกราฟขนานตามแกน  $y$  ของสมการ  $y = \sin x + d$

พิจารณา กราฟของสมการทั้งสามต่อไปนี้

$$y = \sin x, \quad y = \sin x + 1 \quad \text{และ} \quad y = \sin x - 1$$



จะพบว่า เมื่อ  $d$  แตกต่างกัน กราฟของสมการ  $y = \sin x + d$  จะเลื่อนตามแกน  $y$  ไปทางด้านบนเมื่อ  $d > 0$  และเมื่อ  $d < 0$  กราฟจะเลื่อนตามแกน  $y$  ไปทางด้านล่าง เป็นระยะทาง  $|d|$  หน่วย