

同济大学
博士学位论文
大跨度桥梁耦合颤抖振响应的精细化分析
姓名：丁泉顺
申请学位级别：博士
专业：桥梁与隧道工程
指导教师：项海帆;陈艾荣
2001. 8. 1

摘 要

本文回顾了大跨度桥梁颤振和抖振的频域、时域分析理论方法的进展。基于现有的颤振基本理论,建立和发展了一套精细化的大跨度桥梁耦合颤振和抖振分析体系,较为全面地分析和研究气动耦合、振动模态耦合、结构几何非线性、气动非线性、气动导纳等因素对桥梁颤振的影响。长期以来,桥梁断面颤振导数的识别都是大跨度桥梁颤振响应分析中的重点和难点问题。鉴于目前桥梁断面颤振导数识别的水平和存在的问题,论文首先对现有颤振导数识别方法进行了改进。(本文主要进行了以下几方面的工作:

1、针对目前桥梁节段模型试验识别颤振导数中存在的问题,提出了桥梁断面颤振导数耦合振动识别的修正最小二乘方法,高风速时颤振导数的非耦合识别方法和考虑涡振影响时颤振导数的识别方法。并在润扬悬索桥主梁节段模型风洞试验中,对这些颤振导数识别方法的正确性和可靠性进行了验证。

2、提出了用于分析大跨度桥梁结构气动耦合颤振问题统一的多模态和全阶方法。该多模态颤振分析方法是一种不迭代的单参数搜索方法,简单实用,且具有很强的自动性。相比而言,颤振全阶分析方法则从方法上显得更加严格和精确。对几个典型结构进行了耦合颤振分析,通过不同方法的分析结果与精确解或试验结果之间的比较,证实了这些方法的可靠性和有效性,并从中得出一些认识。

3、基于结构的固有模态坐标,发展了用于大跨度桥梁耦合抖振响应分析的有限元CQC方法,它能够全面地考虑桥梁抖振响应的多模态和模态耦合效应,并且计算效率较高。该方法不仅可以分析桥梁桥面上气动力的作用,而且可以考虑桥塔和缆索上的气动力对桥梁抖振响应的影响。对大跨度悬索桥和斜拉桥的耦合抖振响应问题进行了分析和研究,并从中总结出有益的结论。

4、论述了大跨度桥梁结构非线性颤振响应的时域分析方法。通过对现有谐波合成法进行改进,提高谐波合成法的计算效率,并节省内存花费,实现了对三维空间脉动风场的有效模拟。同时,介绍了桥梁结构上的不同风荷载的处理方式。此外,编制了相应的非线性颤振动力分析程序。针对该程序所具有的各项分析功能,采用了不同的数值算例进行验证。

5、综合应用本文的耦合颤振和抖振分析方法,对大跨度桥梁非线性风致振动问题进行了研究,较为全面地考虑了结构几何非线性和气动荷载非线性的影响。结合润扬长江悬索桥的颤振分析,对静风荷载作用的结构变形和附加攻角、结构几何非线性、自激力非线性、抖振力非线性等因素的影响进行了参数分析,从中得出一些结论。

关键词: 大跨度桥梁; 耦合颤振; 多模态自动分析; 全阶分析; 耦合抖振; 有限元 CQC 方法; 频域分析; 非线性时域分析; 颤振导数; 参数识别; 随机模拟;

Refinement of Coupled Flutter and Buffeting Analysis for Long-span bridges

Abstract

The development of flutter and buffeting analysis of long-span bridges both in the frequency domain and in the time domain is reviewed in the dissertation. Based on the present theory, the refined methodology for coupled flutter and buffeting problems of long-span bridges is developed, in which the effects of aerodynamic coupling, mode coupling, structural geometrical nonlinearity, aerodynamic nonlinearity, aerodynamic admittance, etc. could be included. From the beginning, the identification of flutter derivatives of bridge decks is a key and difficult issue in the flutter and buffeting analysis of long-span bridges. Therefore, the identifying technique is improved at first. This research is focused mainly on the following aspects:

1. For the present problems in the identification of flutter derivatives, the modified least square method for identifying flutter derivatives of bridge decks by coupled free vibrations, as well as the non-coupled identifying technique at the high experiment wind speeds and the identification of flutter derivatives considering vortex-induced vibration, are suggested. The correctness and reliability of these methods have been proved in the sectional model testing for Runyang Suspension Bridge in a wind tunnel.

2. The coupled flutter and buffeting analysis of long-span bridges in the smooth flow by the multimode and full-order approaches are proposed. This multimode approach is non-iterative and of single-parameter and offers simplicity, automaticity and robustness. Relatively speaking, the full-order approach of flutter is more strict and accurate on the viewpoint of methodology. The flutter analyses of several typical structures are performed. The proposed approaches have been proved to be reliable in its methodology and efficient in its use by the comparison of their analytical results with the exact ones or the experimental ones.

3. Based on the natural mode coordinates of structures, the finite element and CQC analysis for coupled buffeting problems of bridges is developed, which is efficient and can take the multimode and intermode effects of buffeting responses into consideration. Not only this method could consider the aerodynamic forces on the bridge decks, but also it could include the effects of aerodynamic forces on the towers and cables. The coupled buffeting problems of long-span suspension bridges and cable-stayed bridges are analyzed.

4. The time domain analysis of nonlinear flutter and buffeting responses of long-span bridges is discussed. The computational efforts and memory expense of the

WAWS simulation are reduced greatly by improving the present WAWS method, so the three-dimension stochastic wind field is simulated efficiently. Furthermore, the approaches to treat various wind loads on the bridge structures are introduced. Moreover, these approaches are coded to an FEM program and its reliability is proved using a variety of examples.

5. The nonlinear wind-induced vibration problems of long-span bridges are studied in the synthetical application of the coupled flutter and buffeting approaches presented, in which the effects of structural geometrical nonlinearity and aerodynamic nonlinearity are included. In the flutter and buffeting analysis of Runyang Suspension Bridge over the Yangtse-river, the effects of bridge deformation and additive attack angle due to static wind loads, structural geometrical nonlinearity, the nonlinearity of the self-excited and buffeting forces is investigated.

Keywords: long-span bridges; coupled flutter; automatic multimode analysis; full-order analysis; coupled buffeting; finite element and CQC method; frequency domain analysis; nonlinear time domain analysis; flutter derivatives; parameter identification; stochastic simulation.

致 谢

本文的工作是在项海帆院士和陈艾荣教授两位导师的悉心指导下完成的。导师严谨求实的治学态度、渊博的学识和诲人不倦的作风将使笔者终身受益。在此，对导师三年来的辛勤培养表示衷心的感谢。

林志兴老师从多方面给予了笔者很大的关心和帮助，葛耀君老师和顾明老师对论文的工作提出了不少宝贵的意见和建议。郭震山老师为论文试验中的模型设计提供了部分资料和帮助，宋锦忠老师、徐建英老师等帮助笔者完成了论文中的试验。张锋老师的严密思维也使笔者倍受启发。在论文的进展过程中，还得到了陈伟老师、曹丰产老师、庞加斌老师和其他风洞实验室和桥梁系老师们的大力支持和帮助。对他们的无私帮助，笔者一并表示深深地谢意。

同时感谢杨咏昕、张福江、刘志刚、何宪飞、王利娟、黄鹏、王春生、靳欣华、李加武、赵林、马如劲、胡小红、周海俊、刘志文、盛勇、王达磊、韦中等学友以及曾在实验室的曹映泓、张新军、程进先生。三年中，笔者在论文和试验方面得到了他们的热情帮助和启发。

最后，笔者还要特别感谢我的父母亲和妻子龙菡女士。如果没有他们这几年来在学业和生活上的全力支持和帮助，笔者是很难于完成这篇论文的。

第一章 绪 论

1.1 大跨度桥梁的发展

在人类文明的发展史中,桥梁占有重要的一页。中国古代桥梁技术曾经有过辉煌的业绩,中国的古代木桥、石桥和铁索桥都长时间占据世界领先地位。

15 世纪的意大利文艺复兴和 18 世纪的英国工业革命造就了近代科学技术,也使欧美各国相继进入现代桥梁工程的新时期。到 18 世纪末,英国伦敦的铁拱桥就已达 183m 的跨度。19 世纪是钢桥的世纪,钢桥的跨度从世纪初的 200m 到世纪末已突破了 500m。这一进步凝聚了许多桥梁先驱者的智慧和艰辛。

进入 20 世纪之后,随着现代科学技术的迅速发展,桥梁工程也取得了惊人的成就。1931 年建成的纽约华盛顿悬索桥,主跨突破了千米,达到 1067m。随后为庆祝 1937 年旧金山世界博览会而建造的跨度 1280m 的金门大桥,是这一时期桥梁工程的代表作。第二次世界大战后,预应力混凝土技术的应用完全改变了传统的施工方式,使梁桥的跨度飞速增加到 200m 以上。斜拉桥的复兴是另一辉煌的成就。这一桥型以其多姿多态的造型、方便的施工和竞争力,使二次大战前常用的一些大跨度钢桥,如钢拱桥和钢桁架桥失去了原有的地位。现代斜拉桥在 200m 到 800m 跨度的大范围内显示出的优越性,使之成为大跨度桥梁的最主要桥型,也迫使悬索桥向更大跨度方向退让。英式钢箱悬索桥的问世创造了一种更经济,抗风能力更好的新型悬索桥,并成为 20 世纪悬索桥的主流。

60 年代,日本和丹麦两个岛国率先实施了宏伟的跨海工程计划。日本以关门桥为起点,建设具有东中西三条通道的本州-四国联络线工程,并以创本世纪跨度的明石海峡大桥(1991m 悬索桥)和多多罗大桥(890m 斜拉桥)的建成宣告这一计划的胜利实现。丹麦则从小海带桥开始,以最终建成连接领土两岛的大海带桥(排名世界第二位的 1624m 悬索桥)成为新崛起的桥梁强国。法国也以居世界第二位的诺曼底桥(856m 斜拉桥)的独特设计构思赢得国际桥梁界的赞誉。上述四座大桥被公认为是 20 世纪桥梁的代表作而载入史册^[177]。

目前,最令国际桥梁工程界瞩目的当属意大利墨西拿海峡(Messina Strait)大桥。这一从意大利半岛到西西里岛的跨海工程早在 50 年代就开始规划,经历了 40 余年的漫长准备,多次修改方案,最后考虑到水文、地质和地震等因素,已确定采用主跨为 3300m 的单孔悬索桥,它将是世界跨海大桥工程的一座丰碑。此外,在 20 世纪桥梁工程所取得的巨大成就鼓舞下,一些发达国家在基本完成了本土交通建设的任务后,并开始构想更大跨度和更大规模的跨海工程和跨岛工程,如欧非直布罗陀海峡,美亚白令海峡等洲际跨海工程,以期使世界五大洲可以用陆路相连形成交通网。

中国在 70 年代的改革开放也迎来了桥梁建设的春天,20 几年的成就令世人瞩目^[179]。1991 年建成的主跨 423m 上海南浦大桥(结合梁斜拉桥)标志着我国的桥梁技术水平正在迅速赶上世界先进水平,也可以说是这一时期中国桥梁进步的里程碑。继南浦大桥之后,主跨 602m 记录跨度的上海杨浦大桥的成功兴建,不但使中国的建桥水平上了一个台阶,缩小了和先进国家的差距,而且增强了全国桥梁界的信心,带动了建造大跨度斜拉桥和悬索

桥的新高潮。我国第一座现代悬索桥—汕头海湾大桥的胜利建成进一步促进了我国现代悬索桥建设技术的发展。现已建成通车的主跨跨度 1385m 江阴长江大桥标志着中国正在走向世界桥梁强国之列。为了满足 21 世纪经济发展的需要, 中国交通部规划了被称为“五纵”和“七横”的高等级公路骨架网。其中, 太平洋沿岸的同三线包含了五个跨海工程, 自北向南依次为: 1. 渤海湾工程, 2. 长江口越江工程, 3. 杭州湾工程, 4. 珠江口伶仃洋工程, 5. 琼州海峡工程。这些工程的顺利完成将是 21 世纪中国桥梁工程师面临的严峻挑战^[178]。

1.2 桥梁颤抖振研究概况

现代桥梁结构向跨度更大、更柔、更纤细的方向发展, 这必然导致对风的敏感性增加。在桥梁风毁事故中, 最为著名者当属美国跨径 851.2m 的老 Tacoma 吊桥, 建成数月后于 1940 年即被风速不足 20m/s 的风振所毁。这个事实大大震撼了土木工程界, 从那以后许多学者从事了土木建筑风工程的研究工作, 取得了大量的有益成果。现代大跨度桥梁成功设计和建造的一个重要方面在于桥梁结构抗风问题的解决。

众所周知, 颤振和抖振问题一直都是桥梁风工程研究的焦点。经过土木工程师和空气动力学家们半个多世纪的不懈努力, 已逐步建立了分析桥梁颤振和抖振响应的基本理论和实用方法。作为本论文的研究基础, 首先简要回顾一下风工程界在研究桥梁颤抖振问题的过程中所经过的历程。为了与原论文保持一致, 这里暂时保留原有的符号表示方式。

1.2.1 颤振

颤振是由于气动不稳定性引起的一种自激发散振动。该振动现象一旦发生, 将导致结构整体的彻底破坏。因此, 不论是在航空还是在土木工程领域, 颤振都是必须严格杜绝的振动形式。颤振按其振动形态分为单自由度弯曲颤振(弛振)、单自由度扭转颤振(失速颤振)和弯扭耦合颤振(经典颤振)。在航空领域中, 人们很早就开始认识到机翼的颤振现象, 并对之进行了研究。1935 年, Theodorsen^[131]首先从理论上研究了薄平板的空气作用力, 用势流理论求得了作用于振动平板上的非定常气动力的解析表达式。1938 年 von Karman 也得到了同样的结果。

在均匀流场中, 平行于来流的二维理想平板作微小振动时所受到的非定常气动升力和扭矩可表示为

$$L = -2\pi\rho bU^2 \left\{ C(k) \left[\alpha + \frac{\dot{h}}{U} \right] + [1 + C(k)] \frac{b}{2} \frac{\dot{\alpha}}{U} \right\} \quad (1.1a)$$

$$M = \pi\rho b^2U^2 \left\{ C(k) \left[\alpha + \frac{\dot{h}}{U} \right] + [1 - C(k)] \frac{b}{2} \frac{\dot{\alpha}}{U} \right\} \quad (1.1b)$$

式中, ρ 为空气密度;

b 为平板的半弦长, 板宽 $B=2b$;

U 为空气来流流速;

h, α 分别为截面竖向位移和扭转角;

k 为无量纲折减频率, $k = \omega b / U$, ω 为振动的圆频率;

$C(k)$ 为 Theodorsen 函数, 当用 Bessel 函数表示时可写成

$$C(k) = F(k) + iG(k) \quad (1.2)$$

式(1.1)奠定了对飞机进行颤振研究的基础。对于桥梁这种钝体断面型式, 人们试图直接用机翼理论中 Theodorsen 的表达式来近似描述作用于桥梁上的气动力, Bleich^[8]首次运用了这一思路。他认为在悬索桥中常用的桁架加劲梁的上承桥面接近于一块平板, 而空腹桁架上所受到的空气力相对较小可忽略不计。此时, 悬索桥桥面的二维颤振运动微分方程可写成

$$m\ddot{h} + m\omega_h^2(1 + ig_h) \cdot h = L \quad (1.3a)$$

$$I\ddot{\alpha} + I\omega_\alpha^2(1 + ig_\alpha) \cdot \alpha = M \quad (1.3b)$$

式中, m, I 分别为桥面每延米的质量和惯性矩;

ω_h, ω_α 分别为悬索桥的弯曲基频和扭转基频;

$g_h = 2\xi_h, g_\alpha = 2\xi_\alpha$ 分别为弯曲和扭转振动的复阻尼系数;

L, M 即为 Theodorsen 平板气动升力和扭矩。

Bleich 运用结构的固有模态坐标, 将问题转化为变系数的齐次方程组。并利用系数行列式为零的条件求出临界状态时的 k_c 和 ω_c , 从而得到颤振临界风速。但由于式(1.1)中的气动力系数 $C(k)$ 是 k 的函数, 因而必须通过迭代方式进行求解。这便是后来被广泛采用的经典半逆解法的思路。

实验研究表明, 钝体断面的气动力系数对其断面形状非常敏感。因而 Bleich 采用 Theodorsen 函数的描述方法是严重失真的, 且其求解方法也甚为复杂。为此, Klöppel 和 Thiele^[57]提出了一种变系数的图解法。该方法虽同样用 Theodorsen 函数求解桥梁颤振临界风速, 但对实际桥梁断面, 他们引入一个折减系数 η 对计算结果进行修正, 如式(1.4)所示。并将由各种实验得出的修正系数绘制成图表以供查阅。

$$U_{cr} = \eta U_{c0} \quad (1.4)$$

1976 年, van der Put^[134]注意到在影响平板耦合颤振临界风速的诸参数中, 可以偏安全地忽略结构阻尼的影响。同时他发现, 折减风速与扭弯频率比之间接近线性关系。据此, 他给出了一个实用的平板颤振临界风速近似公式:

$$U_{cr} = \eta \left[1 + (\varepsilon - 0.5) \sqrt{\left(\frac{r}{b}\right) 0.72 \mu} \right] \omega_h b \quad (1.5)$$

其中, ε 为扭弯频率比, $\varepsilon = \frac{f_\alpha}{f_h} = \frac{\omega_\alpha}{\omega_h}$;

μ 为桥梁与空气密度比, $\mu = \frac{m}{\pi \rho b^2}$;

$\frac{r}{b}$ 为桥梁断面的惯性半径比, $\frac{r}{b} = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{I}{m}}$ 。

以上解法尽管有一定的进步, 但归根结底仍是沿用平板颤振理论作为参考。然而实际桥梁断面均具有明显的棱角, 其流动情况与平板有着本质的区别。当均匀气流绕过一个振

动着非流线型断面时，在迎风面的棱角处气流将发生分离，同时出现旋涡的脱落，且脱落的气流又有可能再附，因而流态十分复杂。用势流理论已不能描述空气作用在非流线体上的非定常力。1966年，日本 Sakata 发表了基于实测气动参数的桥梁颤振分析论文。Scanlan^[106,115,112] 对比了桥梁断面和机翼断面颤振导数的本质差别，建立了桥梁结构的分离流扭转颤振理论。他建议了用六个实函数的颤振导数表示钝体气动自激力的公式：

$$\begin{aligned} L_{se} &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha \right] \\ M_{se} &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha \right] \end{aligned} \quad (1.6)$$

式中， K 为折减频率， $K = \frac{\omega B}{U}$ ； H_i^* 和 A_i^* 为颤振导数（也称气动导数），从具体桥梁断面的节段模型试验或 CFD 计算中提取。

Scanlan 同时建议了一种分阶段识别桥梁断面颤振导数的方法，并用该方法对典型桥梁断面型式的颤振导数进行了识别^[112]。由于该气动力力学模型能较好地反映实际桥梁断面的气动特性和弯扭运动的气动耦合效应，因而自诞生以来便广受欢迎，一直作为桥梁颤振研究的经典公式被桥梁工程界沿用至今。类似于航空中机翼颤振运动方程的求解方法，Scanlan^[113] 采用了一种半逆解的方法求解桥梁的颤振临界风速。

近几年来，人们逐渐注意到桥梁断面侧向位移对其气动性能的影响。为此，Sarkar^[100] 和 Jones^[51] 将上述气动力模型予以推广，提出了用 18 个颤振导数表示的气动力公式：

$$L_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) (KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} + KH_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 H_6^* \frac{p}{B}) \quad (1.7a)$$

$$D_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) (KP_1^* \frac{\dot{p}}{U} + KP_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 P_3^* \alpha + K^2 P_4^* \frac{p}{B} + KP_5^* \frac{\dot{h}}{U} + K^2 P_6^* \frac{h}{B}) \quad (1.7b)$$

$$M_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) (KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} + KA_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 A_6^* \frac{p}{B}) \quad (1.7c)$$

在实际应用中，由于 18 个颤振导数识别上的困难，一般需针对具体的情况进行不同程度的简化。

以上所述的颤振研究均对桥梁主梁的节段进行，用该节段的气动特性来代表全桥，忽略了气动特性沿桥梁纵向的变化，所以称为二维颤振理论。对于一般的悬索桥，该简化尚可接受。但对于斜拉桥等桥梁，实验证明节段是不能正确反映全桥的。为此，需要把二维理论推广到三维。Scanlan^[113] 通过引入模态坐标，得出了用广义坐标表示的系统气动运动方程如下

$$I_i (\ddot{\zeta}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\zeta}_i + \omega_i^2 \zeta_i) = (Q_i)_{se} \quad (1.8)$$

其中， ζ_i 为广义模态坐标； I_i 为对应于第 i 模态的广义质量惯矩

$$I_i = M_{v_i} B^2 + M_{L_i} B^2 + I_{0i} \quad (1.9)$$

式中， $M_{v_i} = \int_{span} m(x) h_i^2(x) dx$ ， $M_{L_i} = \int_{span} m(x) p_i^2(x) dx$ ， $I_{0i} = \int_{span} I(x) \alpha_i^2(x) dx$ ，其中 $m(x)$ 和 $I(x)$

分别为主梁单位长度的分布质量和质量惯矩； $(Q_i)_{se}$ 为对应于第 i 模态的广义自激力

$$(Q_i)_{se} = \int_{span} [L_{se} h_i(x) B + D_{se} p_i(x) B + M_{se} \alpha_i(x)] dx \quad (1.10)$$

$$L_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^*(K) \frac{\sum \dot{\zeta}_j h_j B}{U} + KH_2^*(K) \frac{\sum \dot{\zeta}_j \alpha_j B}{U} + K^2 H_3^*(K) (\sum \zeta_j \alpha_j) \right]$$

$$D_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KP_1^*(K) \frac{\sum \dot{\zeta}_j p_j B}{U} + KP_2^*(K) \frac{\sum \dot{\zeta}_j \alpha_j B}{U} + K^2 P_3^*(K) (\sum \zeta_j \alpha_j) \right]$$

$$M_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \left[KA_1^*(K) \frac{\sum \dot{\zeta}_j h_j B}{U} + KA_2^*(K) \frac{\sum \dot{\zeta}_j \alpha_j B}{U} + K^2 A_3^*(K) (\sum \zeta_j \alpha_j) \right]$$

通过求解式(1.8)分析桥梁结构的三维颤振问题。由于用解析方式求解式(1.8)方面的难度，他建议了一种逐个模态的颤振分析方法。该方法仅分析桥面主梁的运动，因而只能考虑桥面主梁上气动力的作用。

中国学者谢霁明、项海帆^[185,186,141]较早注意到了大跨度斜拉桥多模态耦合颤振的特点。他们采用二元非定常气动力模型，提出了多模态颤振分析的状态空间法，分析中首次结合了有限元方法。该方法沿用现代控制理论中有关状态空间的概念，将结构与气流作为一个系统来处理，取结构广义模态坐标与气动力变量作为描述系统的状态变量，导出结构颤振的状态空间方程，从而将结构气动稳定性问题转化为一个一般特征值问题。根据非定常气动力学原理，可写出 Laplace 域内二元非定常气动力的一般形式为

$$\{\bar{F}\} = \rho V^2 [B]^T [A(\bar{s})] [B] \{\bar{\delta}\} \quad (1.11)$$

式中， $\{\bar{F}\} = [D \quad L \quad M]^T$ ， D, L, M 分别为阻力、升力和升力矩的 Laplace 变换；

$$\{\bar{\delta}\} = [\bar{\delta}_x \quad \bar{\delta}_y \quad \bar{\delta}_\theta]^T；$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & B \end{bmatrix}，B \text{ 为断面特征宽度；}$$

V 为平均风速；

$[A(\bar{s})]$ 为无量纲复系数矩阵，设其具有 Roger 的有理分式级数型^[54]，即取

$$[A(\bar{s})] = [P_1] + \bar{s}[P_2] + \bar{s}^2[P_3] + \sum_{j=1}^N \frac{\bar{s}}{\bar{s} + \gamma_j} [Q_j] \quad (1.12)$$

式中， $\bar{s} = \beta + ik$ ， $\beta = \frac{nB}{V}$ 为无量纲约化阻尼， $k = \frac{\omega B}{V}$ 为无量纲约化频率；

$[P_1]$ ， $[P_2]$ ， $[P_3]$ ， $[Q_j]$ ($j=1, \dots, N$) 为待定实系数矩阵，阶数均为 3×3 ，且它们都是与频率无关的系数矩阵；

γ_j 为气动力模型参数。

并且，还建立了初脉冲耦合振动识别方法，结合卡尔曼滤波技术可以直接从节段模型试验中得出式(1.11)中的系数矩阵 $[A(\bar{s})]$ 。为了与 Scanlan 的实测颤振导数兼容，也可采用对各级风速下离散的气动力系数进行拟合的方法得到 $[A(\bar{s})]$ 。

进而，桥梁整体结构自激振动有限元方程可写为

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{F\} \quad (1.13)$$

式中：[M]、[C]、[K]分别为结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵；{F}为气动自激力向量。通过数学推导，最后得到了下列状态空间颤振方程：

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{\zeta}\} \\ \{\dot{\zeta}\} \\ \{\dot{\eta}_1\} \\ \vdots \\ \{\dot{\eta}_N\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & [I] & 0 & \cdots & 0 \\ -[\tilde{M}]^{-1}[\tilde{K}] & -[\tilde{M}]^{-1}[\tilde{C}] & \rho V_0^2 [\tilde{M}]^{-1} & \cdots & \rho V_0^2 [\tilde{M}]^{-1} \\ 0 & [\tilde{Q}_1] & -\frac{V_0}{B} \gamma_1 [I] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & [\tilde{Q}_N] & 0 & \cdots & -\frac{V_0}{B} \gamma_N [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\zeta\} \\ \{\zeta\} \\ \{\eta_1\} \\ \vdots \\ \{\eta_N\} \end{Bmatrix} \quad (1.14)$$

式中， $[\tilde{M}] = [I] - \rho B^2 [\Phi]^T [\bar{P}_3] [\Phi]$ ， $[\Phi]$ 为规格化振型， $[I]$ 为单位对角矩阵；

$$[\tilde{C}] = [2\xi\omega] - \rho V_0 B [\Phi]^T [\mu] [\bar{P}_2] [\Phi]；$$

$$[\tilde{K}] = [\omega^2] - \rho V_0^2 [\Phi]^T [\mu^2] [\bar{P}_1] [\Phi]；$$

$$[\tilde{Q}_j] = [\Phi]^T [\mu^2] [\bar{Q}_j] [\Phi]；$$

{ ζ }为广义模态坐标；

{ η }为增广坐标，它的 Laplace 变换为

$$\{\bar{\eta}_j\} = \frac{s}{s + \frac{V_0}{B} \gamma_j} [\tilde{Q}_j] \{\bar{\zeta}\} \quad (1.15)$$

V_0 为距地表 10 米高度的基准风速；

μ 为随坐标变化的分布系数，代表风速在空间分布上的非均匀性。

只需给定风速，就可以由式(1.14)求出表征系统动力特性的各特征值和特征向量，其中特征值实部代表振动阻尼，而虚部则代表振动频率。可见，该状态空间法是一种单参数搜索的颤振分析方法，且不需要迭代过程。但由于确定该气动力模型参数方面的困难，当时该颤振分析方法没有得到推广。后来，Scanlan 提出的自激力模型被桥梁风工程界广泛接受和应用。尽管如此，谢霖明研究中的许多思想仍被后来的研究者采用，如初脉冲耦合振动参数识别方法，有限元方法的应用等。甚至，最近有些学者(Booyapinyo^[11]；Chen^[22])在分析颤振时依旧沿用了该状态空间求解方法，仅在表现形式方面略有不同。

在应用上述单参数的颤振分析状态空间方法之前，需要首先对颤振导数进行最小二乘拟合，这对颤振导数识别结果的完整性有一定的要求。此外，由于增广坐标的引入，式(1.14)的模态根并不都是真实的结构模态根，需要从中辨别出结构模态根，才能判断系统的颤振状态。这些因素都将影响到桥梁颤振分析的自动性。

此后，基于 Scanlan 的线性自激力模型和颤振基本理论，国内外很多学者对大跨度桥梁颤振问题进行了大量的研究^[85,86,2,88,25,94,47,33,35,36,59]。到目前为止，许多学者已经提出了不同的颤振分析方法，大致可分为两种类型。第一类颤振分析方法是基于结构的固有模态坐标，叫多模态(Multimode)颤振分析方法。Agar^[2,3]和 Beith^[7]将系统颤振运动方程转化为一种不对称实矩阵的特征值问题进行颤振分析，但分析中必须进行两参数搜索的迭代求解。Namini^[88]提出了用于多模态颤振分析的 pK-F 方法，特点是求解一非线性方程组，能给出结构颤振

发生全过程的结果,程韶红^[155]和张新军^[190]在大跨度桥梁颤振分析中均采用了这种方法。陈政清^[25,152,153]将颤振分析问题转化为复矩阵的广义特征值问题,并提出了 M-S(Multimode and Single-parameter)颤振分析方法,该方法对于无结构阻尼情况不需要迭代。在他的研究中发现,桥梁结构颤振中高阶模态的参与具有正、负效应。Jain^[47,48]也将颤振运动方程转化为特征值问题,但通过求解其特征多项式的实部和虚部方程进行颤振分析。这些颤振分析方法基于结构固有模态坐标,计算量较小,应该说各有其特点。与上述状态空间方法不同的是,这些方法直接应用了 Scanlan 的线性气动自激力模型,且它们都需要两参数搜索或迭代过程。迭代计算过程中的稳定性将会影响颤振临界状态搜索的顺利进行,因而它们通常是预先选定用于颤振分析的参与模态,且颤振分析时需要较大程度的人为参与。

另一类分析大跨度桥颤振问题的方法是基于桥梁结构有限元全模型的物理坐标。这类方法叫做直接(或全模态)颤振分析方法或颤振全阶(Full-order)分析方法。Miyata & Yamada^[84,85]最早提出了一种直接颤振分析方法。由于当时他忽略了结构阻尼对颤振的影响,因而颤振分析中不需要迭代搜索过程,但该方法分析桥梁颤振的计算量非常大^[33]。此后,Dung^[33]进一步发展了该直接颤振分析方法,求解特征方程时采用模态追踪技术,这在一定程度上提高了该方法的计算效率,但它仍不能有效地考虑结构阻尼。Ge^[35]也提出了在物理坐标下分析大跨度桥梁三维颤振的全模态方法。该全模态方法较好地考虑了结构阻尼的影响,但它是一种双参数搜索方法。与多模态颤振分析方法相比,目前的直接(或全模态)颤振分析方法都存在着一些缺陷,因而在实际大跨度桥梁颤振分析中很少应用。

以上的桥梁颤振分析都是对均匀流场中的颤振问题而言,没有考虑紊流对桥梁颤振的影响。但有研究表明,紊流对桥梁颤振的影响似乎不能忽略^[43]。目前,研究紊流对桥梁颤振的影响主要有两种途径:确定性方法和随机性方法。Scanlan^[113,109]和 Scanlan & Jones^[103]提出了一种确定性方法,将紊流场中气动自激力处理为确定性的。除颤振导数直接从紊流场中测定以考虑紊流的影响外,该方法与均匀流情况完全一样。通过紊流场与均匀流场颤振导数的对比,Scanlan 指出紊流对桥梁节段的颤振无趋势性影响。同时他认为,随着桥梁跨度的增加,紊流空间相关性的减弱有可能提高桥梁结构的气动稳定性^[108,109]。

正如一些实验所观察到的那样,与均匀流场相比,紊流场中的桥梁通常在更高的风速下发生颤振。然而,由于实验设备方面的限制,以前的相似模型实验中产生的紊流均较相似原则要求的小。因此这些实验并没有完全真实地反映紊流对颤振稳定性的影响。

Lin^[66-70,60]第一个用随机参激方法(RPE)从数学上模拟了紊流对颤振稳定性的影响,他发现在紊流度较大的情况下空气中的紊流分量可能减小颤振风速。大尺寸紊流实验中^[43]测定颤振导数的结果在一定程度上支持了 Lin 的结论。随机参激分析的缺点是它的数学复杂性和用于多模态分析时计算量很大,且紊流数学模型的选用对结果有较大的影响^[14-17,66-70]。本节以下的部分将对时域方法进行介绍。

可见,关于紊流对桥梁颤振的影响尚有待进一步的深入研究。

1.2.2 抖振

实际的自然风均具有一定的紊流特性。抖振是指结构在自然风中脉动成分作用下的随机强迫振动。抖振虽然不会引起灾难性的破坏,但是过大的抖振响应在施工期间可能危及

施工人员和机械的安全，在成桥运营阶段则会影响行人和车辆的舒适性和缩短局部构件的疲劳寿命。因此，正确估计桥梁结构的抖振响应是十分重要的。根据引起抖振的脉动风来源不同可将抖振分成：(a). 结构物本身尾流引起的尾流抖振；(b). 其它结构物尾流引起的抖振；(c). 大气边界层紊流引起的抖振。其中研究最多的大气紊流来流引起的结构抖振现象，也是本文抖振研究的重点之一。

六七十年代，国外学者已经开始了桥梁结构抖振问题的研究。Davenport^[26-31]最早将概率统计的方法引入到桥梁结构的抖振响应分析中，应用随机振动理论来分析桥梁抖振响应的方法开辟了桥梁气动弹性研究的新领域，并成为至今人们研究抖振问题的主要方法之一。由于自然风场的非定常性，Davenport^[26]又提出了气动导纳的概念来修正其按准定常气动力模型计算的误差。Davenport 建议的准定常气动抖振力模型可表示如下(其中包括了静风力)：

$$L(t) = \bar{L} + 2\bar{L} \cdot \chi_{Lu} \cdot \frac{u(t)}{U} + \frac{d\bar{L}}{d\alpha} \cdot \chi_{Lw} \cdot \frac{w(t)}{U} \quad (1.16a)$$

$$P(t) = \bar{P} + 2\bar{P} \cdot \chi_{Pu} \cdot \frac{u(t)}{U} \quad (1.16b)$$

$$M(t) = \bar{M} + 2\bar{M} \cdot \chi_{Mu} \cdot \frac{u(t)}{U} + \frac{d\bar{M}}{d\alpha} \cdot \chi_{Mw} \cdot \frac{w(t)}{U} \quad (1.16c)$$

其中， $u(t)$, $w(t)$ 分别为水平和竖向脉动风速； U 为平均风速； χ_{Lu} , χ_{Lw} , χ_{Pu} , χ_{Mu} , χ_{Mw} 为气动导纳函数，它们依赖于桥面的几何构形，且随折减风速而变化； \bar{L} , \bar{P} , \bar{M} 分别为平均风引起的升力、阻力和扭矩

$$\bar{L} = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_L(\alpha), \quad \bar{P} = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_D(\alpha), \quad \bar{M} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 C_M(\alpha) \quad (1.17)$$

式中， $C_L(\alpha)$, $C_D(\alpha)$, $C_M(\alpha)$ 分别为桥梁断面的静风升力、阻力和扭矩系数。

通过 Fourier 变换，可以得出抖振力的功率谱密度为

$$S_L(n) = 4\bar{L}^2 \cdot |\chi_{Lu}|^2 \cdot \frac{S_{uu}(n)}{U^2} + \left(\frac{d\bar{L}}{d\alpha}\right)^2 \cdot |\chi_{Lw}|^2 \cdot \frac{S_{ww}(n)}{U^2} \quad (1.18a)$$

$$S_P(n) = 4\bar{P}^2 \cdot |\chi_{Pu}|^2 \cdot \frac{S_{uu}(n)}{U^2} \quad (1.18b)$$

$$S_M(n) = 4\bar{M}^2 \cdot |\chi_{Mu}|^2 \cdot \frac{S_{uu}(n)}{U^2} + \left(\frac{d\bar{M}}{d\alpha}\right)^2 \cdot |\chi_{Mw}|^2 \cdot \frac{S_{ww}(n)}{U^2} \quad (1.18c)$$

其中， $S_{uu}(n)$ 和 $S_{ww}(n)$ 分别为水平和竖向脉动风速谱。 $|\chi_{Lu}|^2$, $|\chi_{Lw}|^2$, $|\chi_{Pu}|^2$, $|\chi_{Mu}|^2$, $|\chi_{Mw}|^2$ 通常被称为“气动导纳”。由于桥梁断面的钝体性质，至今还没有适用于桥梁抖振响应分析的气动导纳表达式。

对于方形截面的构件，Davenport给出了其气动导纳的近似表达式如下^[26]

$$|\chi(\xi)|^2 \approx C(\xi) = \frac{2}{(7\xi)^2} (7\xi - 1 + e^{-7\xi}) \quad (1.19)$$

但对扁平状的桥梁断面来说，他认为气动导纳采用Sears函数可能更为合理。

若将桥面运动按模态进行分解，可得出不同方向上第 r 阶模态的广义气动抖振力功率谱为(以阻力为例)

$$S_{p_r}(n_r) = 4\bar{P}^2 \cdot |\chi_{pu}|^2 \cdot |J_r(n_r)|^2 \cdot \frac{S_{uu}(n_r)}{U^2} \quad (1.20)$$

其中, $|J_r(n_r)|^2$ 为反映脉动风速空间相关性的联合接受函数。

对于自激力在抖振中的表现, Davenport 仅考虑了其中非耦合气动阻尼力的作用。由此得出各模态的抖振响应谱, 从而确定结构的抖振响应。

可见, Davenport 为了修正准定常气动力的误差, 引入了气动导纳函数, 为了反映抖振力沿跨向的相关性, 采用了联合接受函数, 但他对自激力则仅考虑了气动阻尼的影响而忽略了气动刚度的作用和气动耦合效应。对于断面两个方向的尺寸相当的结构, 这样简化还基本上可以接受。但对于大跨度桥梁断面来说, 特别是由于竖向和扭转运动的相互耦合作用, 这种简化将是非常局限的。为此, Scanlan^[102,113,47] 在其建立的颤振分析理论基础上, 提出了考虑结构自身运动引起的自激力以及自然风产生的抖振力同时作用下的颤抖振分析理论。他特别强调了气动自激力在抖振中的参与效应。基于准定常气动力理论, Scanlan 建议用如下表达式描述作用于桥梁上的抖振力^[47]

$$L_b(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_L(\alpha) \frac{u(t)}{U} + \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D(\alpha) \right) \frac{w(t)}{U} \right] \quad (1.21a)$$

$$D_b(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_D(\alpha) \frac{u(t)}{U} + \frac{dC_D}{d\alpha} \frac{w(t)}{U} \right] \quad (1.21b)$$

$$M_b(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[2C_M(\alpha) \frac{u(t)}{U} + \frac{dC_M}{d\alpha} \frac{w(t)}{U} \right] \quad (1.21c)$$

可以看出, 上式与式(1.16)稍有不同, 且在桥梁结构的抖振响应分析中, 他没有考虑气动导纳的影响。Scanlan 分析桥梁结构的抖振响应主要还是在频域中进行, 其中自激力处理为气动刚度和气动阻尼。其余的计算方面与 Davenport 基本相同, 都是通过模态分解, 求得各阶模态的响应谱, 再迭加得到结构位移和内力总的响应谱。Scanlan 的抖振分析理论较为全面地考虑了自激力的作用, 但偏安全地忽略了气动导纳的影响。

陈伟^[150,140]综合了上述这些抖振理论的特点, 采用 Davenport 的方式计算抖振力而用 Scanlan 的方式计算自激力。然后借鉴地震分析中反应谱分析方法的思想, 提出了分析大跨度桥梁抖振问题的反应谱方法, 取得了较好的效果。

对大跨度桥梁的抖振响应分析, 采用单一模态响应进行 SRSS 组合的这些传统方法被广泛应用。但随着桥梁跨度的增大和断面的流线化, 在大气来流作用下将使得桥梁结构的振动频率更加接近且振动模态相互耦合。这种模态气动耦合效应将显著地影响大跨度桥梁的抖振响应。Matsumoto & Chen^[73,22] 研究中指出, 在分析大跨度桥梁结构抖振响应时应考虑振动模态的气动耦合, 并且在高风速的情况下显得特别重要。

基于随机振动理论, Jain^[47,48] 发展了 Scanlan 的颤抖振分析方法, 考虑了多模态及模态耦合效应对桥梁抖振响应的影响。基于结构的固有模态坐标, 将桥梁主梁的运动控制方程转化到无量纲时间($s=Ut/B$)域中, 即

$$\mathbf{I} \dot{\xi}' + \mathbf{A} \xi' + \mathbf{B} \xi = \mathbf{Q}_b \quad (1.22)$$

式中, ξ 为广义模态坐标, 右上标指对无量纲时间 s 的导数; \mathbf{I} 为单位对角矩阵; 实系数矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 和 \mathbf{Q}_b 的各元素为

$$A_{ij}(K) = 2\zeta_i K_i \delta_{ij} - \frac{\rho B^4 l K}{2I_i} (H_1^* G_{h,h_j} + H_2^* G_{h,\alpha_j} + H_5^* G_{h,p_j} + P_1^* G_{p,p_j} + P_2^* G_{p,\alpha_j} + P_5^* G_{p,h_j} + A_1^* G_{\alpha,h_j} + A_2^* G_{\alpha,\alpha_j} + A_5^* G_{\alpha,p_j}) \quad (1.23a)$$

$$B_{ij}(K) = K_i^2 \delta_{ij} - \frac{\rho B^4 l K^2}{2I_i} (H_3^* G_{h,\alpha_j} + H_4^* G_{h,h_j} + H_6^* G_{h,p_j} + P_3^* G_{p,\alpha_j} + P_4^* G_{p,p_j} + P_6^* G_{p,h_j} + A_3^* G_{\alpha,\alpha_j} + A_4^* G_{\alpha,h_j} + A_6^* G_{\alpha,p_j}) \quad (1.23b)$$

$$Q_b(K) = \frac{\rho B^4 l}{2I_i} \int_0^l [L_b(x, K) h_i + D_b(x, K) p_i + M_b(x, K) \alpha_i] \frac{dx}{l} \quad (1.23c)$$

其中, 模态积分(G_{r,s_j})为

$$G_{r,s_j} = \int_0^l r_i(x) s_j(x) \frac{dx}{l} \quad (r, s = h, p, \alpha) \quad (1.24)$$

因而, 广义模态坐标的功率谱密度为

$$S_{\xi\xi}(K) = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{S}_{Q,Q_b} [\mathbf{E}^*]^{-1} \quad (1.25)$$

式中, 矩阵 \mathbf{E} 的元素为 $E_{ij} = -K^2 \delta_{ij} + iK A_{ij}(K) + B_{ij}(K)$, $i = \sqrt{-1}$ 。一旦得出广义模态坐标的功率谱密度, 则节点物理坐标和单元内力的功率谱以及根方差响应均可确定。由于该抖振分析方法是Scanlan方法的扩展, 以下仍统称为Scanlan方法, 它只能考虑桥面上的气动力, 且其中二重积分的计算量较大。Katsuchi进一步发展了该耦合颤抖振分析方法, 考虑了气动参数随桥梁轴向的变化, 并对明石海峡大桥(Akashi Kaikyo Bridge)进行了耦合颤抖振分析[55]。

在桥梁结构的耦合抖振响应分析中, Xu^[142,129]提出将有限元方法和虚拟激励法^[65,167,168]结合的计算方法, 由于该方法需要对每个频点进行谱分解, 因而计算效率不高。针对香港青马大桥, Xu^[143]较为细致地分析了该悬索桥的多模态和模态耦合效应。Chen^[22]建议了一种桥梁结构耦合抖振响应分析的频域方法, 也研究了大跨度桥梁抖振响应中的模态气动耦合效应。他指出, 忽略模态气动耦合的传统方法的分析结果将明显偏低。还有其他学者也对大跨度桥梁的耦合抖振问题进行过一些研究^[56,132]。

基于Dung的模态追踪技术, Minh & Miyata^[81]建议了用复模态响应来分析大跨度桥梁耦合抖振响应的频域叠加方法, 他引进了一种近似的方式考虑结构阻尼。通过计算结果与风洞试验结果之间的比较, 发现两者较吻合。他在抖振响应分析中采用了风洞中实测的紊流风速谱和空间相关性。

1.2.3 时域颤抖振

上述的桥梁结构颤振和抖振分析均在频域中进行, 且大都基于结构的固有模态坐标, 因而具有较高的效率。由于其简单、实用、有效等特点, 桥梁结构颤振和抖振频域分析一直以来都被广泛应用。尽管如此, 我们同时也要认识到频域分析中所存在的局限性。它不能全面地反映结构的非线性行为, 不能考虑气动非线性因素, 并且在频域中研究紊流对桥梁颤振稳定性的影响也存在着较大的难度。为此, 我们需要寻找一种行之有效的方法来尽可能全面地研究和分析这些因素的影响。

从研究方法本身的角度来说,时域分析方法则给予了我们更大的自由度,不失为一个有力的研究工具。Lin^[66-71]、Bucher & Lin^[14-18]等^[19,20,133,138]用随机振动稳定性方法研究紊流对桥梁颤振稳定性和随机抖振响应的影响时就是基于了时域的分析方法。由于该方法的数学复杂性和对大气紊流模型的理想简化,因而应用非常有限。Agar^[1]开始研究均匀流场中桥梁结构的颤振问题时,也尝试了时域的分析方法,终因计算上的原因而放弃了该方面的研究。

过去,由于计算机内存和计算速度方面的限制,对大跨度桥梁这样的复杂结构进行非线性分析是不现实的。因此,研究者多致力于改进频域方法来考虑非线性的影响。随着计算机软硬件技术的飞速发展,使计算速度和计算量的问题将越来越容易解决,许多以前无法计算的问题现在变得已非常简单。在此形势下,时域分析方法的优势也就开始表现出来而成为各种工程领域研究中的新兴方向之一^[5,13,99]。

在介绍目前桥梁结构颤抖振时域分析方法之前,有必要首先回顾一下时域方法的一些基础性研究。针对悬索桥的颤振问题,Scanlan^[105,111]将Wagner^[126]在航空中提出的经典阶跃函数(indicial function)的概念引入到桥梁中,提出了用阶跃函数来描述在任意运动时作用于桥梁节段的气动力表达式。其最终表达可以写成(以纯扭转运动为例)

$$M_a = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \frac{dC_M}{d\alpha} \left[X_{Ma} \dot{\alpha}(s) + \int_0^s \Phi_{M0}(s-\tau) \dot{\alpha}(\tau) d\tau \right] \quad (1.26)$$

其中, $s = Ut/B$ 为无量纲时间;

$\frac{dC_M}{d\alpha}$ 为静力扭转系数对扭转角的导数;

X_{Ma} 为待定系数;

$\Phi_{M0}(s)$ 为气动力阶跃函数,该阶跃函数在航空中可以用Wagner函数表示。

在桥梁分析中,Scanlan先仿照Wagner函数构造了阶跃函数表达形式如下(以 $\Phi_{M0}(s)$ 为例):

$$\Phi_{M0}(s) = 1 + C_1 e^{C_2 s} + C_3 e^{C_4 s} \quad (1.27)$$

其中, C_1, C_2, C_3, C_4 为待定系数。

式(1.26)同样满足均匀流下结构作简谐振动的情形,因而均匀流中式(1.26)与式(1.6)是等价的。根据这一关系,运用最小二乘拟合技术,便可确定这五个待定系数,从而得到式(1.26)的具体表达形式。类似地可以获得弯扭耦合运动情况下的气动力计算公式。

用阶跃函数表达气动力的一个优点在于它是纯时域的表达式,因此它既可以通过变换应用到频域分析,也可直接用于时域求解。事实上,Scanlan提出阶跃函数的初衷在于使之与时域化的抖振力相配合,用于求解抖振响应。因为在实际抖振情况下,式(1.6)表达的线性自激力从实际上讲是不成立的(因为没有有一个确定的频率)。从理论上讲,只要我们能获得各自由度上的颤振导数,则对应自由度对气动力的贡献都可用阶跃函数的形式来表达。然而由于Wagner函数自身的一些特点,致使气动力耦合项的阶跃函数表达式的确定比较困难。因而在Scanlan的例子中他仅分析了单自由度扭转的情况。

参考阶跃函数表达气动力的思想,Bucher & Lin^[14]和Li & Lin^[60]提出了一种以单位脉冲响应函数表示的自激力模型,利用该模型可以完善地描述三个方向的耦合气动力。其基本表达式如下(以弯扭耦合为例)

$$\left. \begin{aligned} L_{se}(t) &= L_h(t) + L_a(t) = \int_{-\infty}^t f_{lh}(t-\tau)h(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{la}(t-\tau)\alpha(\tau)d\tau \\ M_{se}(t) &= M_h(t) + M_a(t) = \int_{-\infty}^t f_{Mh}(t-\tau)h(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{Ma}(t-\tau)\alpha(\tau)d\tau \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

式中, $f_{lh}(t-\tau)$, $f_{la}(t-\tau)$, $f_{Mh}(t-\tau)$, $f_{Ma}(t-\tau)$ 分别为对应自由度方向的单位脉冲响应函数。在准定常气动力理论的基础上, Lin 借助于航空中非定常气动力的 Roger 有理函数, 推导出了如下的气动力表达式

$$M_a(t) = \rho U^2 B^2 \left[C_1 \alpha(t) + C_2 \frac{B}{U} \dot{\alpha}(t) + \sum_{k=3}^n C_k \int_{-\infty}^t e^{-\frac{d_k U}{B}(t-\tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau \right] \quad (1.29)$$

式中 C_1, C_2, C_k, d_k 为待定系数, 可通过对实测颤振导数的拟合确定。

从本质上来说, 用脉冲响应函数表达的气动力公式与阶跃函数表达的气动力公式是一致的。但利用脉冲响应函数表达式时, 研究人员可以容易地寻找到全面描述耦合气动力的具体表达形式。当时, Lin 提出用脉冲响应函数描述自激力的目的是为了研究紊流对桥梁颤振的影响。后来, 在用时域分析方法研究桥梁结构的颤抖振问题时, 不少学者都沿用了这种自激力的处理方式。

德国的 Kovacs^[58] 对挪威主跨为 425m 的 Helgeland 桥风振响应进行了时程分析, 开辟了桥梁风振响应分析的新思路。他在分析中用了一种简化的谐波合成法(WAWS)模拟作用于桥梁上的脉动风速, 并且认为用相对速度计算的脉动风压可以描述气动阻尼对结构气动响应的影响。在此基础上, Kovacs 还较为细致地考虑了结构中钢筋砼的材料非线性和开裂情形, 对桥梁结构进行了风载下的极限状态分析。

基于上述的自激力时域模型, 近几年一些学者从时域的角度研究了大跨度桥梁结构的颤抖振响应问题。我国西南交通大学的周述华^[192]和同济大学的刘春华^[169]、曹映泓^[148]对大跨度桥梁结构非线性颤抖振时域分析进行了较为深入的研究。周应用自回归(AR)模型模拟桥梁上的随机脉动风速, 抖振力按 Davenport 的准定常理论公式计算并考虑了气动导纳的修正。对于自激力, 他采用了 Scanlan 提出的阶跃函数表达式并且忽略了耦合项的影响。在刘的研究^[169,170]中, 互相关随机风速的模拟沿用了 Kovacs 的简化谐波合成法。抖振力的计算也按考虑气动导纳修正的 Davenport 理论公式进行, 但自激力则采用的是 Lin 的脉冲响应函数表达式。他推导了水平、竖向和扭转三个方向的耦合自激力, 但在非线性动力响应分析时未考虑气动耦合项。曹应用特殊情况下谱矩阵的显式分解, 大大提高了谐波合成法的效率, 成功地模拟了大跨度桥梁沿水平主梁的脉动风速^[21]。在非线性抖振时程分析中, 他考虑了自激力气动耦合项的影响。可惜的是, 由于改进后的随机模拟方法无法模拟三维空间的脉动风速, 因而他的研究仅限于对桥面主梁来进行, 不能分析桥梁其他各部分的紊流效应。

最近, 日本的 Boonyapinyo & Miyata^[11]和 Chen & Matsumoto^[23,24]也从时域分析的角度研究了大跨度桥梁颤振和抖振响应问题。Boonyapinyo 采用了 Roger 形式的非定常气动自激力模型, 对主跨 1990m 的明石海峡大桥(Akashi Kaikyo Bridge)进行了抖振时程分析。他应用了一种多维的自回归滑动平均(ARMA)模型模拟桥梁上的随机风速, 同时综合了状态空间方法计算桥梁结构的抖振时程响应。由于基于结构的固有模态坐标, 他忽略结构非线性对动力响应的影响, 仅考虑了该桥的静风非线性效应。Chen 采用了一种自回归模型(Li & Kareem^[61])生成桥面主梁上的随机脉动风速, 并将气动自激力、抖振力、气动导纳和联合接

受函数都表示成有理函数形式。他也主要是从模态坐标方面讨论了桥梁结构颤振和抖振响应的时域分析问题,并将时域分析的结果与频域结果进行了比较。

上述的桥梁结构抖振响应时域分析都仅考虑了桥面主梁上气动力的作用,未考虑桥梁其他部分(如主缆、吊杆、桥塔等)上气动力的影响。而且,对三维空间随机脉动风场的有效模拟、紊流对大跨度桥梁气动稳定性的影响以及时域与频域抖振分析结果的统一性问题都是值得研究的。

1.3 本文的研究内容

通过以上对大跨度桥梁颤振和抖振的频域、时域分析方法的回顾和评述,本文试图基于现有的颤抖振基本理论,建立和发展一套精细化的大跨度桥梁耦合颤振和抖振分析体系,较为全面地分析和研究气动耦合、振动模态耦合、结构几何非线性、气动荷载非线性、气动导纳等因素对桥梁颤抖振的影响。长期以来,桥梁断面颤振导数的识别都是大跨度桥梁颤抖振响应分析中的重点和难点问题。鉴于目前桥梁断面颤振导数识别的水平和存在的问题,论文首先对现有颤振导数识别方法进行了改进,为之后的颤抖振分析奠定基础。

本文的主要研究内容如下:

第一章简要回顾了大跨度桥梁颤振和抖振的频域、时域分析的研究概况。

第二章针对目前桥梁节段模型试验识别颤振导数中存在的问题,提出了桥梁断面颤振导数耦合振动识别的修正最小二乘方法,高风速时颤振导数的非耦合识别方法和考虑涡振影响时颤振导数的识别方法。并在润扬悬索桥主梁节段模型风洞试验中,对这些颤振导数识别方法的正确性和可靠性进行了验证。

第三章提出了用于分析大跨度桥梁结构气动耦合颤振问题统一的多模态和全阶方法。该多模态颤振分析方法是一种不迭代的单参数搜索方法,简单实用,且具有很强的自动性。相比而言,颤振全阶分析方法则从方法上显得更加严格和精确。对几个典型结构进行了耦合颤振分析,通过不同方法的分析结果与精确解或试验结果之间的比较,证实了这些方法的可靠性和有效性,并从中得出一些认识。

第四章基于结构的固有模态坐标,发展了用于大跨度桥梁耦合抖振响应分析的有限元CQC(the Complete Quadratic Combination)方法,它能够全面地考虑桥梁抖振响应的多模态和模态耦合效应,并且计算效率较高。该方法不仅可以分析桥梁桥面上气动力的作用,而且可以考虑桥塔和缆索上的气动力对桥梁抖振响应的影响。对大跨度悬索桥和斜拉桥的耦合抖振响应问题进行了分析,并从中总结出有益的结论。

第五章论述了大跨度桥梁结构非线性颤抖振响应的时域分析方法。通过对现有谐波合成法进行改进,提高谐波合成法的计算效率,并节省内存花费,实现了对三维空间脉动风场的有效模拟。同时,介绍了桥梁结构上的不同风荷载的处理方式。此外,编制了相应的非线性颤抖振动力分析程序。针对该程序所具有的各项分析功能,采用了不同的数值算例进行验证。

第六章综合应用本文的耦合颤振和抖振分析方法,对大跨度桥梁非线性风致振动问题进行了研究,较为全面地考虑了结构几何非线性和气动荷载非线性的影响。结合润扬长江

悬索桥的颤抖振分析，对静风荷载作用的结构变形和附加攻角、结构几何非线性、自激力非线性、抖振力非线性等因素的影响进行了参数分析，从中得出一些结论。

第七章总结了本论文在理论方法和实际应用方面的成果，对将来有待进一步研究的问题给出建议。

第二章 桥梁断面颤振导数的识别

为了对桥梁结构进行颤振稳定性和抖振响应分析,必须首先确定桥梁断面的颤振导数(也称气动导数)。因而,桥梁断面颤振导数的识别成为大跨度桥梁结构颤抖振分析中最重要的基础环节之一。

对于非流线型的桥梁断面,其颤振导数可通过节段模型试验或 CFD(Computational Fluid Dynamics)^[193]计算来确定。从节段模型试验中提取颤振导数的方法主要有两种,即自由振动法和强迫振动法。自由振动法因其实现过程较为简单而被广泛采用。目前最常用的还是具有竖弯和扭转两自由度的桥梁节段模型,这样可识别出颤振导数 H_i^* 和 A_i^* ($i=1,4$)。尽管有研究者已经尝试并实现了从三自由度的节段模型中提取 18 个颤振导数^[124,160]。但分析发现,对于一般的桥梁断面型式来说,与横向振动相关的颤振导数对桥梁颤振的影响并不明显^[160]。Singh^[124]研究表明,对于常用的桥梁断面,用拟静力理论公式计算与横向振动相关的颤振导数在一定范围内仍具有足够的精度。

Scanlan 将机翼理论中颤振导数的概念引入到桥梁抗风分析中,并提出了分阶段的颤振导数识别方法^[112],即先通过竖弯和扭转的单自由度振动试验识别出直接颤振导数,再用耦合振动试验识别耦合颤振导数。用该方法识别颤振导数的试验工作量较大,且其中耦合颤振导数的识别具有一定的难度。为此,谢舜明提出了桥梁断面气动参数识别的初脉冲耦合振动方法^[186,187]。由于当时他采用的是二元非定常的气动力模型,因而在识别过程中应用了卡尔曼(Kalman)滤波技术。后来,Scanlan 提出的桥梁断面颤振导数概念逐渐得到了桥梁风工程界的广泛接受和应用。耦合自由振动识别的思想则开始被应用于桥梁断面颤振导数的识别,并综合了系统模态参数的时域识别理论和方法。Iwamoto^[46]从试验中用强迫振动法验证了耦合自由振动识别颤振导数方法的可靠性。

系统模态参数时域识别基本的方法之一是 Ibrahim 在 70 年代初提出的一种方法^[44](ITD 法),后来,他还对该方法进行了改进。Partha. P. Sarkar 较早将 ITD 法用于桥梁断面颤振导数的识别,并且为改善 ITD 法的精度,引入迭代思想提出了颤振导数识别的 MITD 法^[97,98]。尽管 MITD 法大大地提高了 ITD 法的精度,但它也存在着与 ITD 法同样的问题,即两个时延的取值对识别结果有影响,给识别结果带来了一定的不确定性。张若雪^[189,38]提出了桥梁断面颤振导数识别的总体最小二乘法,该方法用交叉迭代的方式对竖向和扭转响应时程曲线进行非线性-线性总体最小二乘拟合。

从误差分析的角度来说,最小二乘拟合法得到的结果总是参数的最佳估计值,而 MITD 法只有在噪声为完全不相关(即白噪声)的情况下,才收敛到参数的最佳估计值。实际的节段模型试验采样数据总不可避免地包含一定的有色噪声(由外界环境、数据采集系统等因素引起),因而 MITD 法只能给出一个近似的参数估计值。此外,笔者从识别中发现,MITD 法的识别结果对噪声信号较为敏感,而最小二乘方法则具有更强的稳定性。当然,MITD 法识别的效率的确很高,但目前计算机的能力已经使得颤振导数识别的效率问题变得不大重要。最小二乘拟合法的缺点在于它对初始值的要求十分严格,当不能给出接近于真实值的初始值时,迭代可能不收敛,或收敛于错误解。因此,张若雪在颤振导数识别中将 MITD 法的结果作为总体最小二乘拟合法的初始值不失为良策。

尽管如此,日前用耦合自由振动法识别桥梁断面颤振导数仍存在不少的问题。首先,非线性最小二乘拟合方法对输入的时程数据有一定的要求。对于一般的大跨度桥梁结构来说,扭转频率都比竖弯频率高出不少,由相似条件所得的节段模型也是如此。所以,在通常情况下试验测得的扭转加速度信号比竖弯信号大(有时相差一个数量级)。对于这样一组不同量级的时程数据,直接采用总体最小二乘法进行拟合,显然是不合适的。特别是在试验数据中包含了一定的噪声时,甚至可能产生不正确的结果。其次,当试验风速高到一定程度时,竖弯振动复模态的阻尼比已经相当大。由于竖弯振动的迅速衰减,该复模态响应在自由振动响应中的参与程度已经很小,这不仅造成高风速时颤振导数的识别精度明显下降,而且试验的难度也随着试验风速的增加而增大。如前所述,由于节段模型的扭转频率总是比竖弯频率高出不少,因而试验所识别到的与扭转运动相关颤振导数的折减风速远低于与竖弯运动相关颤振导数相应的折减风速。有时甚至出现这样的现象,当与竖弯运动相关的颤振导数已经富余的情况下,而与扭转运动相关的颤振导数尚比较欠缺。此外,在桥梁节段模型颤振导数识别过程中,有时会出现涡振现象。当节段模型处于涡激锁定区时,此时依就用原来的最小二乘拟合法识别颤振导数,则识别结果经常误差很大。

针对上述目前桥梁节段模型试验识别颤振导数中存在的问题,本章分别给出了解决办法,提出了桥梁断面颤振导数耦合振动识别的修正最小二乘方法,高风速时仅识别与扭转运动相关颤振导数的非耦合识别方法和考虑涡振影响时颤振导数的识别方法。并在节段模型风洞试验中对这些方法的可靠性和有效性进行了验证。

2.1 颤振导数识别的修正最小二乘方法

早在六、七十年代, K. E. Smith^[122]直接从自由振动响应出发,采用最小二乘曲线拟合法识别模态参数,这是一个非线性拟合问题。近来,最小二乘拟合法识别颤振导数应用得较多^[60,92,186]。基于总体最小二乘识别方法,本文提出了桥梁断面颤振导数识别的修正最小二乘方法。从方法本身的角度来讲,张若雪的总体最小二乘方法可以看作本文修正最小二乘方法的一个特例。因而,本文识别颤振导数的修正最小二乘方法具有更强的适应性。

2.1.1 分析模型

在仅考虑有自激力作用的情况下,具有竖弯和扭转两个自由度桥梁节段模型在空气中的运动方程为:

$$m(\ddot{h} + 2\xi_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) = L_{se} \quad (2.1a)$$

$$I(\ddot{\alpha} + 2\xi_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2\alpha) = M_{se} \quad (2.1b)$$

其中 m 和 I 分别是模型单位长度的质量和质量惯矩, h 和 α 是模型的竖向位移和扭转角, L_{se} 和 M_{se} 是物体运动与气流相互作用产生的自激升力和力矩, 见图 2.1。

根据 Scanlan 的颤振分析理论^[104,112,113], 升力和力矩可写为如下形式:

$$L_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{U} \right] \quad (2.2a)$$

$$M_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h}{U} \right] \quad (2.2b)$$

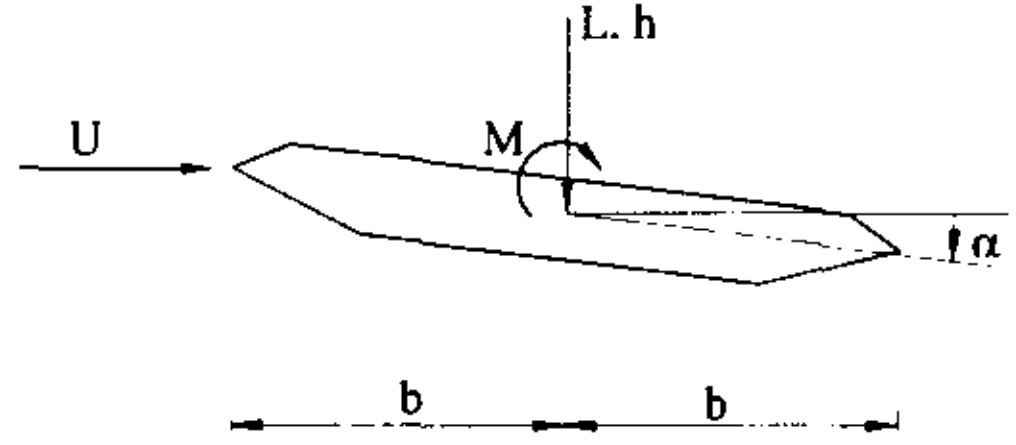


图 2.1 二自由度桥梁节段模型断面的位移和气动力

将(2.2)式代入(2.1)中，移项并令

$$H_1 = \frac{\rho B^2 \omega}{m} H_1^*(K) \quad A_1 = \frac{\rho B^3 \omega}{I} A_1^*(K) \quad (2.3a)$$

$$H_2 = \frac{\rho B^3 \omega}{m} H_2^*(K) \quad A_2 = \frac{\rho B^4 \omega}{I} A_2^*(K) \quad (2.3b)$$

$$H_3 = \frac{\rho B^3 \omega^2}{m} H_3^*(K) \quad A_3 = \frac{\rho B^4 \omega^2}{I} A_3^*(K) \quad (2.3c)$$

$$H_4 = \frac{\rho B^2 \omega^2}{m} H_4^*(K) \quad A_4 = \frac{\rho B^3 \omega^2}{I} A_4^*(K) \quad (2.3d)$$

则方程(2.1)变为

$$\ddot{h} + 2\xi_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h = H_1 \dot{h} + H_2 \dot{\alpha} + H_3 \alpha + H_4 h \quad (2.4a)$$

$$\ddot{\alpha} + 2\xi_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = A_1 \dot{h} + A_2 \dot{\alpha} + A_3 \alpha + A_4 h \quad (2.4b)$$

取 $\mathbf{x}(t) = [h(t) \ \alpha(t)]^T$ ，则方程(2.4)可写为

$$\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}^e \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}^e \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (2.5)$$

式中

$$\mathbf{C}^e = \begin{bmatrix} 2\xi_h \omega_h - H_1 & -H_2 \\ -A_1 & 2\xi_\alpha \omega_\alpha - A_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} \omega_h^2 - H_4 & -H_3 \\ -A_4 & \omega_\alpha^2 - A_3 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

现在引入一个状态变量 $\mathbf{Y} = [\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}]^T$ ，则系统的状态空间方程为

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{A} \mathbf{Y} \quad (2.7)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{K}^e & -\mathbf{C}^e \end{bmatrix} \quad (\mathbf{E} \text{ 为单位阵}) \quad (2.8)$$

求解特征矩阵 \mathbf{A} 的特征值和特征向量，对于欠阻尼系统，特征值呈共轭出现，记为 $\lambda_1, \lambda_1^*, \dots, \lambda_n, \lambda_n^*, \dots, \lambda_n^*$ (n 为系统自由度数)。对应的复共轭特征向量为 $\psi_1, \psi_1^*, \dots, \psi_n, \psi_n^*, \dots, \psi_n^*$ ，并且有

$$\dot{\psi}_i = \begin{Bmatrix} \psi_i \\ \lambda_i \psi_i \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

其中 λ_i, ψ_i 分别为系统的复频率和复振型。

对应于物理坐标系，体系的自由振动响应可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i \psi_i e^{\lambda_i t} + \alpha_i^* \psi_i^* e^{\lambda_i^* t}) \quad (2.10)$$

其中 α_i, α_i^* 为常数，由初始条件决定，由于 $\mathbf{x}(t)$ 是实数向量，因此， α_i, α_i^* 必成共轭对出现。

2.1.2 颤振导数识别方法

令 $\lambda_r = \alpha_r + i\beta_r$, $\lambda_r^* = \alpha_r - i\beta_r$ ，自由振动的竖弯和扭转响应估计值可写为

$$\hat{h}_m = \sum_{r=1}^2 e^{\alpha_r m \Delta t} [U_{hr} \cos(\beta_r m \Delta t) + V_{hr} \sin(\beta_r m \Delta t)] \quad (2.11a)$$

$$\hat{\alpha}_m = \sum_{r=1}^2 e^{\alpha_r m \Delta t} [U_{\alpha r} \cos(\beta_r m \Delta t) + V_{\alpha r} \sin(\beta_r m \Delta t)] \quad (2.11b)$$

则 h 和 α 时程曲线估计值与实际值之间的误差函数为

$$\{e_h\}^T = \{h_1 - \hat{h}_1, h_2 - \hat{h}_2, \dots, h_m - \hat{h}_m\} \quad (2.12a)$$

$$\{e_\alpha\}^T = \{\alpha_1 - \hat{\alpha}_1, \alpha_2 - \hat{\alpha}_2, \dots, \alpha_m - \hat{\alpha}_m\} \quad (2.12b)$$

由于 h 和 α 时程数据可能相差甚远，故直接把误差函数的范数之和确定为目标函数显然不大合理。这里引入一个修正的目标函数：

$$J = \{e_h\}^T \cdot \{e_h\} + \{e_\alpha\}^T \{e_\alpha\} \quad (2.13)$$

式中

$$\{e_h\} = w_h \{e_h\}, \quad \{e_\alpha\} = w_\alpha \{e_\alpha\} \quad (2.14)$$

其中 w_h 和 w_α 称为修正因子(也叫加权因子)。

对于这样一个线性和非线性参数可分离的最小二乘问题，以下用交叉迭代法进行求解

(1)、将时域识别方法得出的 λ_r ($r=1,2$) 作为初始值 $\lambda_r^{(0)}$ ，由 $\lambda_r^{(0)} = \alpha_r^{(0)} + i\beta_r^{(0)}$ ，记：

$$C_{rm} = e^{\alpha_r^{(0)} m \Delta t} \cos(\beta_r^{(0)} m \Delta t)$$

$$S_{rm} = e^{\alpha_r^{(0)} m \Delta t} \sin(\beta_r^{(0)} m \Delta t)$$

则目标函数成为：

$$J = w_h^2 [\{h\} - ([C]\{U_h\} + [S]\{V_h\})]^T \cdot [\{h\} - ([C]\{U_h\} + [S]\{V_h\})] \\ + w_\alpha^2 [\{\alpha\} - ([C]\{U_\alpha\} + [S]\{V_\alpha\})]^T \cdot [\{\alpha\} - ([C]\{U_\alpha\} + [S]\{V_\alpha\})] \quad (2.15)$$

式中， $[C]=[C_{ij}]$ ， $[S]=[S_{ij}]$ ($i=1,2,\dots,M, j=1,2$)。

$$\text{令} \quad \frac{\partial J}{\partial \{U_h\}} = 0 \quad \frac{\partial J}{\partial \{V_h\}} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \{U_\alpha\}} = 0 \quad \frac{\partial J}{\partial \{V_\alpha\}} = 0$$

得如下方程

$$\begin{bmatrix} A_1 & D_1 \\ D_1^T & B_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_h \\ V_h \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_h \\ Y_h \end{Bmatrix} \quad (2.16a)$$

$$\begin{bmatrix} A_1 & D_1 \\ D_1^T & B_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_a \\ V_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_a \\ Y_a \end{Bmatrix} \quad (2.16b)$$

式中

$$\begin{aligned} A_1 &= [C]^T [C] & B_1 &= [S]^T [S] & D_1 &= [C]^T [S] \\ X_h &= [C]^T \{h\} & Y_h &= [S]^T \{h\} \\ X_a &= [C]^T [\alpha] & Y_a &= [S]^T [\alpha] \end{aligned}$$

求解(2.16)式, 将结果作为 $U_r^{(0)}$ 、 $V_r^{(0)}$, 并根据式(2.15)求出此时的目标函数值 $J^{(0)}$ 。

$$(2)、令 \quad \alpha_1 = \alpha_1^{(0)} + \Delta_1 \quad \alpha_2 = \alpha_2^{(0)} + \Delta_2 \quad (2.17a)$$

$$\beta_1 = \beta_1^{(0)} + \Delta_3 \quad \beta_2 = \beta_2^{(0)} + \Delta_4 \quad (2.17b)$$

于是将求解 α 和 β 的问题转化为确定 $\Delta_j(j=1,2,3,4)$ 。

在 $\alpha_r^{(0)}$ 和 $\beta_r^{(0)}$ 处运用泰勒一次展开得

$$\hat{h}_m = h_{m0} + \sum_{j=1}^4 h_{m,j} \times \Delta_j \quad (2.18a)$$

$$\hat{\alpha}_m = \alpha_{m0} + \sum_{j=1}^4 \alpha_{m,j} \times \Delta_j \quad (2.18b)$$

其中:

$$h_{m0} = \sum_{r=1}^2 e^{\alpha_r^{(0)} m \Delta t} [U_{hr} \cos(\beta_r^{(0)} m \Delta t) + V_{hr} \sin(\beta_r^{(0)} m \Delta t)]$$

$$\alpha_{m0} = \sum_{r=1}^2 e^{\alpha_r^{(0)} m \Delta t} [U_{ar} \cos(\beta_r^{(0)} m \Delta t) + V_{ar} \sin(\beta_r^{(0)} m \Delta t)]$$

$$\text{当 } j=1 \text{ 或 } 2 \text{ 时} \quad h_{m,j} = [U_{hj} \cos(\beta_j^{(0)} m \Delta t) + V_{hj} \sin(\beta_j^{(0)} m \Delta t)] e^{\alpha_j^{(0)} m \Delta t} m \Delta t$$

$$\alpha_{m,j} = [U_{aj} \cos(\beta_j^{(0)} m \Delta t) + V_{aj} \sin(\beta_j^{(0)} m \Delta t)] e^{\alpha_j^{(0)} m \Delta t} m \Delta t$$

$$\text{当 } j=3 \text{ 或 } 4 \text{ 时} \quad h_{m,j} = [-U_{hj-2} \sin(\beta_{j-2}^{(0)} m \Delta t) + V_{hj-2} \cos(\beta_{j-2}^{(0)} m \Delta t)] e^{\alpha_{j-2}^{(0)} m \Delta t} m \Delta t$$

$$\alpha_{m,j} = [-U_{aj-2} \sin(\beta_{j-2}^{(0)} m \Delta t) + V_{aj-2} \cos(\beta_{j-2}^{(0)} m \Delta t)] e^{\alpha_{j-2}^{(0)} m \Delta t} m \Delta t$$

根据 $\frac{\partial J}{\partial \Delta_j} = 0$, 得如下的方程组

$$([T^h] + [T^a]) \{\Delta\} = \{b_h\} + \{b_a\} \quad (2.19)$$

$$\text{式中} \quad T_{ij}^h = w_h^2 \sum_{m=1}^M h_{m,i} h_{m,j} \quad T_{ij}^a = w_a^2 \sum_{m=1}^M \alpha_{m,i} \alpha_{m,j}$$

$$b_{hi} = w_h^2 \sum_{m=1}^M h_{m,i} (h_m - h_{m0}) \quad b_{ai} = w_a^2 \sum_{m=1}^M \alpha_{m,i} (\alpha_m - \alpha_{m0})$$

解此方程组得到 Δ_j , 将修正后的 α_r 和 β_r 作为新的初值, 重复(2)步直至 $\|\Delta_j\|$ 小于允许值, 得到 $\lambda_r^{(1)}$ 。

(3)、将 $\lambda_r^{(1)}$ 作为新初始值回到(1)重复以上各步骤, 直至 $|J^{(k+1)} - J^{(k)}|$ 足够小为止。

在对非线性参数 α_r 和 β_r 进行迭代逼近过程中, 有时会出现发散现象, 这主要是由于泰

勒展开引起。为了防止发散现象的出现，笔者提出引入一个进度因子 $\gamma(0<\gamma<1)$ ，按下式计算 α_r 和 β_r 新的近似值：

$$\alpha_r^{(k+1)} = \alpha_r^{(k)} + \gamma\Delta_r \quad (2.20a)$$

$$\beta_r^{(k+1)} = \beta_r^{(k)} + \gamma\Delta_{r+2} \quad (2.20b)$$

一般情况下， γ 取为 0.5~1.0 之间的值。如果仍出现发散现象，此时可以降低 γ 的取值，但过小的 γ 将会影响迭代收敛的速度。

上述式(2.14)中的修正因子 w_h 、 w_a 可以有不同的取值方式。一种最简单的方式是， w_h 取为扭转信号的最大值，而 w_a 取为竖弯信号的最大值。

以下介绍如何还原 K^e 和 C^e 。将位移、速度、加速度时程 $h(t)$ 、 $\dot{\alpha}(t)$ 写成

$$\eta(t) = \sum_{r=1}^2 (a_r e^{\alpha_r t} \cos(\beta_r t) + b_r e^{\alpha_r t} \sin(\beta_r t)) \quad (2.21)$$

$$\dot{\eta}(t) = \sum_{r=1}^2 (\bar{a}_r e^{\alpha_r t} \cos(\beta_r t) + \bar{b}_r e^{\alpha_r t} \sin(\beta_r t)) \quad (2.22)$$

$$\ddot{\eta}(t) = \sum_{r=1}^2 (\tilde{a}_r e^{\alpha_r t} \cos(\beta_r t) + \tilde{b}_r e^{\alpha_r t} \sin(\beta_r t)) \quad (2.23)$$

以上各参数关系如下

$$\bar{a}_r = \alpha_r a_r + \beta_r b_r, \quad \bar{b}_r = -\beta_r a_r + \alpha_r b_r \quad (2.24a)$$

$$\tilde{a}_r = (\alpha_r^2 - \beta_r^2) a_r + 2\alpha_r \beta_r b_r, \quad \tilde{b}_r = -2\alpha_r \beta_r a_r + (\alpha_r^2 - \beta_r^2) b_r \quad (2.24b)$$

所以，用以上方法得到的加速度参数可以确定相应的位移和速度各参数。

将式(2.7)中的 Y 和 \dot{Y} 写成 $Y = \{h, \alpha, \dot{h}, \dot{\alpha}\}^T = PZ$ ， $\dot{Y} = \{\dot{h}, \dot{\alpha}, \ddot{h}, \ddot{\alpha}\}^T = QZ$ 。其中矩阵 P 和 Q 由式(2.24)参数组成，并且有

$$Z = \{e^{\alpha_1 t} \cos \beta_1 t, e^{\alpha_1 t} \sin \beta_1 t, e^{\alpha_2 t} \cos \beta_2 t, e^{\alpha_2 t} \sin \beta_2 t\}^T \quad (2.25)$$

容易证明，系统的特征矩阵 $A = QP^{-1}$ ，从系统特征矩阵 A 中可得出系统的有效刚度矩阵 K^e 和有效阻尼矩阵 C^e ，相应地各颤振导数也就确定了。

2.1.3 确定复频率初始值

颤振导数识别的非线性最小二乘方法对复频率的初始值较为敏感。类似于张若雪的做法，这里选用 MITD 法为修正最小二乘方法提供初始值。为了进行迭代计算，通常需要先使用 ITD 法给定 MITD 法的初值。当采样数据的噪信比较大时，本文通过引入“噪声模态”，为噪声信号提供出口，从而提高了该初值的精度，同时也有利于防止 MITD 法迭代计算的失败。如果试验数据的噪信比较小，则不需要使用“噪声模态”，此时只需将噪声模态数设为零即可。

以下介绍在有噪声情况下应用双最小二乘的 ITD 法识别系统复模态参数^[153,155,188]，并将该结果应用于 MITD 法，为颤振导数识别的修正最小二乘方法提供初始值。

对于 n 自由度的离散振动系统，在一定初始条件下的自由振动响应向量由式(2.10)表示为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n (\psi_i e^{\lambda_i t} + \psi_i^* e^{\lambda_i^* t}) \quad (2.26)$$

式(2.10)中的常数 α_i, α_i^* 已隐含在 ψ_i, ψ_i^* 中。实际测量时存在着噪声,各测点的噪声用向量 $\mathbf{n}(t)$ 表示,现用 $(N-n)$ 个“噪声模态”叠加近似表示 $\mathbf{n}(t)$,于是

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \sum_{i=1}^n (\psi_i e^{\lambda_i t} + \psi_i^* e^{\lambda_i^* t}) + \sum_{i=n+1}^N (q_i e^{c_i t} + q_i^* e^{c_i^* t}) \\ &= \mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (2.27)$$

利用自由振动响应曲线的采样值构造矩阵

$$\Phi_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(0) & \mathbf{y}(\Delta t) & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_1-N_3-NN_2-N_2-1)\Delta t] \\ \mathbf{y}(N_2\Delta t) & \mathbf{y}[(N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_1-N_3-NN_2-1)\Delta t] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}[(NN_2-N_2)\Delta t] & \mathbf{y}[(NN_2-N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_1-N_3-1)\Delta t] \\ \mathbf{y}(N_3\Delta t) & \mathbf{y}[(N_3+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_1-NN_2-N_2-1)\Delta t] \\ \mathbf{y}[(N_3+N_2)\Delta t] & \mathbf{y}[(N_3-N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_1-NN_2-1)\Delta t] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}[(N_3+NN_2-N_2)\Delta t] & \mathbf{y}[(N_3+NN_2-N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_1-1)\Delta t] \end{bmatrix}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(N_1\Delta t) & \mathbf{y}[(N_1+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_3-NN_2-N_2-1)\Delta t] \\ \mathbf{y}[(N_1+N_2)\Delta t] & \mathbf{y}[(N_1+N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_3-NN_2-1)\Delta t] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}[(N_1+NN_2-N_2)\Delta t] & \mathbf{y}[(N_1+NN_2-N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-N_3-1)\Delta t] \\ \mathbf{y}(N_1+N_3\Delta t) & \mathbf{y}[(N_1+N_3+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-NN_2-N_2-1)\Delta t] \\ \mathbf{y}[(N_1+N_3+N_2)\Delta t] & \mathbf{y}[(N_1+N_3-N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-NN_2-1)\Delta t] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}[(N_1+N_3+NN_2-N_2)\Delta t] & \mathbf{y}[(N_1+N_3+NN_2-N_2+1)\Delta t] & \cdots & \mathbf{y}[(M-1)\Delta t] \end{bmatrix}$$

式中, Φ_0 和 Φ_1 为 $2N \times S$ ($S=M-N_1-N_3-(N-1)N_2$) 阶的矩阵, N 为总模态数(包括噪声模态), M 是响应 $\mathbf{y}(t)$ 的采样点数, N_1, N_2, N_3 均为所取的时延, 通常取 $N_3=N_2/2$ 。参照 Sakar 的建议^[101], 时延 N_1 取为采样率 $f_s(\text{Hz})/4f_h(\text{Hz})$ (其中 f_h 为振动信号的最高频率) 较为适合, N_3 则取为 N_1 或 $N_1 \pm 1$ 。

当 $S > 2N$ 时, 用双最小二乘原理形成的系统矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ ^[191]:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \frac{1}{2} \left[(\Phi_1 \Phi_0^T)(\Phi_0 \Phi_0^T)^{-1} + (\Phi_1 \Phi_1^T)(\Phi_0 \Phi_1^T)^{-1} \right] \quad (2.28)$$

求解 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的标准特征解:

$$\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\Psi} = \tilde{\Psi} \mathbf{Z} \quad (2.29)$$

可以得出 N 对共轭复特征值和复特征向量, 以下介绍用模态置信因子(MCF)来鉴别振动系统的复模态与“噪声模态”。如果是振动系统的复模态, 则特征向量 $\tilde{\psi}_i^*$ 上半部分与下半部分的元素有如下关系:

$$(\text{MCF})_k = \tilde{\psi}_i^*(k) e^{\lambda_i N_3 \Delta t} / \tilde{\psi}_i^*(N+k) \quad (2.30)$$

式中 $\tilde{\psi}_i^*(k)$ 为第 i 阶复特征向量的第 k 个元素 ($k=1, 2, \dots, N$)。若对每个复特征向量 $\tilde{\psi}_i^*$ 的 N 个元素求出相应的 MCF 值, 于是可算得总体模态置信因子(OAMCF)为

$$\text{OAMCF} = P_0/N \quad (2.31)$$

式中 P_0 为 N 个模态置信因子(MCF)中, 它的幅值接近于 1, 相位角接近于 0 的个数。

若 OAMCF 接近于 1, 则该特征向量 $\tilde{\psi}_i$ 的上半部分向量 $\tilde{\psi}_i$ 为振动系统的复振型, 相应的复特征值 z_i 与复频率 λ_i 有如下关系:

$$z_i = e^{\lambda_i N \Delta t} \quad (2.32)$$

从中可以计算出振动系统的复频率 λ_i ($i=1,2$)。以下进一步介绍将该识别结果应用于 MITD 法, 为颤振导数识别的修正最小二乘方法提供初始值。

用 MITD 法识别系统参数的迭代过程如下:

- 1、 $i = i+1$; 利用系统参数的估计值 $\lambda^{(i-1)}$, 生成系统的竖弯和扭转自由振动响应时程的预测信号 $\hat{y}(t_i) = [\hat{h}(t_i) \quad \hat{\alpha}(t_i)]^T$ ($i=1,2,\dots,M$);
- 2、 类似于矩阵 Φ_0 的构造, 形成预测时程信号相应的矩阵 $\hat{\Phi}_0$;
- 3、 计算矩阵 $\hat{A} = (\Phi_1 \hat{\Phi}_0^T)(\Phi_0 \hat{\Phi}_0^T)^{-1}$ 的复特征值, 确定系统参数新的估计值 $\lambda^{(i)}$; 重复 1-3 步, 直至 $\lambda^{(i)}$ 收敛。

用该方法得出的复频率作为颤振导数识别修正最小二乘法的初始值, 继续计算得出各颤振导数值。

2.2 高风速时颤振导数的非耦合识别方法

当试验风速较高时, 桥梁断面颤振导数的识别一直以来都是自由振动法识别颤振导数中的难点问题。其主要原因在于, 当试验风速高到一定程度时, 由于竖弯振动的迅速衰减, 该复模态响应在自由振动响应中的参与程度很小。这不仅造成高风速时颤振导数的识别精度明显下降, 而且试验的难度也随试验风速的增加而增大, 甚至于系统参数识别方法无法正常工作。同时, 我们可以注意到, 此时与竖弯运动相关的颤振导数已经足够, 但与扭转运动相关的颤振导数尚比较欠缺。因而, 高风速试验的主要目的是为了提取与扭转运动相关的颤振导数, 与竖弯运动相关的颤振导数已不大重要。

针对目前这种情况, 笔者建议在试验风速高到一定程度时, 仅识别与扭转运动相关的颤振导数, 放弃对与竖弯运动相关的颤振导数的识别。基于这样的思路, 以下提出了相应的非耦合识别方法。该方法不仅不受竖弯复模态阻尼比的影响, 而且大大降低了试验的难度, 可以较容易地高风速时提取我们关心的与扭转运动相关的颤振导数。

在高风速时, 由于竖弯振动迅速衰减, 该复模态振动响应在自由振动响应时程信号中的参与比例非常小。特别是当模型发生颤振之后, 几乎只有一个复模态参与, 见图 2.7 所示。此时, 如果忽略竖弯振动复模态的参与, 则自由振动响应可以看作为一个复模态(即扭转振动复模态)的非耦合振动响应。这样, 竖弯和扭转运动的位移、速度和加速度可以分别写成

$$\left. \begin{aligned} h(t) &= ae^{\lambda t} \cos(\omega t) + be^{\lambda t} \sin(\omega t) \\ \dot{h}(t) &= \bar{a}e^{\lambda t} \cos(\omega t) + \bar{b}e^{\lambda t} \sin(\omega t) \\ \ddot{h}(t) &= \tilde{a}e^{\lambda t} \cos(\omega t) + \tilde{b}e^{\lambda t} \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (2.33a)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha(t) &= ce^{\lambda t} \cos(\omega t) + de^{\lambda t} \sin(\omega t) \\ \dot{\alpha}(t) &= \bar{c}e^{\lambda t} \cos(\omega t) + \bar{d}e^{\lambda t} \sin(\omega t) \\ \ddot{\alpha}(t) &= \tilde{c}e^{\lambda t} \cos(\omega t) + \tilde{d}e^{\lambda t} \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (2.33b)$$

式中, λ 和 ω 分别表示该扭转振动复模态的衰减率和圆频率。且上式中的系数存在如下关系式

$$\bar{a} = \lambda a + \omega b \quad \bar{b} = -\omega a + \lambda b \quad (2.34a)$$

$$\tilde{a} = (\lambda^2 - \omega^2)a + 2\lambda\omega b \quad \tilde{b} = -2\lambda\omega a + (\lambda^2 - \omega^2)b \quad (2.34b)$$

$$\bar{c} = \lambda c + \omega d \quad \bar{d} = -\omega c + \lambda d \quad (2.35a)$$

$$\tilde{c} = (\lambda^2 - \omega^2)c + 2\lambda\omega d \quad \tilde{d} = -2\lambda\omega c + (\lambda^2 - \omega^2)d \quad (2.35b)$$

因此, 根据试验的采样时程数据, 利用最小二乘拟合方法和上述关系式可以确定式(2.33)中的所有系数。

将式(2.33)代入式(2.1), 并令方程中 $\cos(\omega t)$ 和 $\sin(\omega t)$ 的系数为零, 得

$$\left. \begin{aligned} \tilde{a} + 2\xi_a \omega_a \bar{a} + \omega_a^2 a &= A_1 \bar{c} + A_2 \bar{a} + A_3 a + A_4 c \\ \tilde{b} + 2\xi_a \omega_a \bar{b} + \omega_a^2 a &= A_1 \bar{d} + A_2 \bar{b} + A_3 b + A_4 d \end{aligned} \right\} \quad (2.36a)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{c} + 2\xi_h \omega_h \bar{c} + \omega_h^2 c &= H_1 \bar{c} + H_2 \bar{a} + H_3 a + H_4 c \\ \tilde{d} + 2\xi_h \omega_h \bar{d} + \omega_h^2 d &= H_1 \bar{d} + H_2 \bar{b} + H_3 b + H_4 d \end{aligned} \right\} \quad (2.36b)$$

由于节段模型的扭转频率总是高于竖弯频率, 因而此时折减风速下与竖弯运动相关的颤振导数 H_1^* , H_4^* , A_1^* 和 A_4^* 可以从已有的识别结果中插值确定, 即式(2.36)中的 H_1 , H_4 , A_1 和 A_4 均为已知。为便于求解, 将上式改写成如下形式

$$\left. \begin{aligned} aA_3 + \bar{a}A_2 &= (\tilde{a} + 2\xi_a \omega_a \bar{a} + \omega_a^2 a) - A_1 \bar{c} - A_4 c \\ bA_3 + \bar{b}A_2 &= (\tilde{b} + 2\xi_a \omega_a \bar{b} + \omega_a^2 a) - A_1 \bar{d} - A_4 d \end{aligned} \right\} \quad (2.37a)$$

$$\left. \begin{aligned} aH_3 + \bar{a}H_2 &= (\tilde{c} + 2\xi_h \omega_h \bar{c} + \omega_h^2 c) - H_1 \bar{c} - H_4 c \\ bH_3 + \bar{b}H_2 &= (\tilde{d} + 2\xi_h \omega_h \bar{d} + \omega_h^2 d) - H_1 \bar{d} - H_4 d \end{aligned} \right\} \quad (2.37b)$$

可见, 从式(2.37a)和(2.37b)中可以解出 A_2 , A_3 , H_2 和 H_3 , 进而得到颤振导数 A_2^* , A_3^* , H_2^* 和 H_3^* 。这样, 就识别出了该风速下与扭转运动相关的颤振导数。

需要提醒的是, 用上述方法识别与扭转运动相关的颤振导数时, 竖弯振动复模态响应的参与程度不应过大。否则, 可能影响到该颤振导数的识别精度。

2.3 涡振区颤振导数的识别

涡振是一种较为常见的桥梁风致振动现象。Ehsan 和 Scanlan^[34]采用了非线性的 Van der Pol 模型来描述桥梁结构的涡激振动。Gupta^[39]建议了一种确定 Ehsan-Scanlan 涡振模型中参数的方法。

在桥梁断面颤振导数识别的节段模型试验中, 涡振也经常在低风速下出现。从试验中发现, 一旦进入涡振锁定区, 则桥梁断面颤振导数识别的结果就十分异常, 且离散性很大。

显然，此时的识别结果不可靠。Scanlan^[110]提出了一种在涡振锁定区识别颤振导数的方法。但该方法是针对分阶段识别颤振导数的试验提出，且仅论述了涡振区直接颤振导数的识别问题，没有考虑涡振对耦合颤振导数的影响。

以下基于合理假设，结合耦合自由振动识别方法，提出了一种在涡振锁定区识别桥梁断面颤振导数的方法。利用该方法可以有效地克服涡振的影响，在涡振锁定区提取桥梁断面的颤振导数。

从桥梁节段模型风洞试验可以观察到，节段模型发生涡振的风速一般都较低。而且，涡振运动的形式单一，即竖弯涡振或扭转涡振。以下对竖弯涡振和扭转涡振的情况分别进行讨论。

2.2.1 竖弯涡振

在竖弯涡振的情况下，节段模型的气动竖向运动方程^[110]为

$$m(\ddot{h} + 2\xi_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h) = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{U} \right] + L_{vor} \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.38)$$

方程(2.38)右边最后一项用于表示竖向涡激力， L_{vor} ， ω 和 φ 分别为竖向涡激力的幅值，频率和相位。气动扭转运动方程与平常一样。

考虑到低风速时竖弯和扭转振动的耦合程度较弱，这里假设耦合颤振导数 H_2^* 、 H_3^* 、 A_1^* 和 A_4^* 对由竖向涡激力产生振动的影响可以忽略，即竖向涡激力将不会引起模型的扭转运动。这个假设得到了无干扰时竖向涡振试验数据的支持。

基于上述假设，由竖向涡激力产生强迫振动的运动方程为

$$m(\ddot{h}_1 + 2\xi_h \omega_h \dot{h}_1 + \omega_h^2 h_1) = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}_1}{U} + K^2 H_4^*(K) \frac{h_1}{U} \right] + L_{vor} \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.39)$$

上式的通解给出了由竖向涡激力产生的稳态振动，即 $h_1 = h_1^0 \cos(\omega t + \theta)$ 。该稳态振动可以通过无干扰时的涡激振动试验采样数据段确定。

将式(2.38)减去式(2.39)，得出排除竖弯涡振影响之后节段模型的气动运动方程

$$m(\ddot{h}' + 2\xi_h \omega_h \dot{h}' + \omega_h^2 h') = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}'}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h'}{U} \right] \quad (2.40a)$$

$$I(\ddot{\alpha} + 2\xi_a \omega_a \dot{\alpha} + \omega_a^2 \alpha) = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{h}'}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h'}{U} \right] \quad (2.40b)$$

式中 $h' = h - h_1$ 。可以看出，此时的气动运动方程与无涡振时的形式完全一样。因此，只需

在竖弯振动时程信号中减去涡激竖弯振动时程信号，就可以利用上述的修正最小二乘方法识别桥梁断面的颤振导数，该识别结果中已经排除了竖弯涡振的影响。

2.2.2 扭转涡振

与前面类似，在扭转涡振的情况下，节段模型的气动扭转运动方程为

$$I(\ddot{\alpha} + 2\xi_{\alpha}\omega_{\alpha}\dot{\alpha} + \omega_{\alpha}^2\alpha) = \frac{1}{2}\rho U^2(2B^2) \left[KA_1^*(K)\frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K)\frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2A_3^*(K)\alpha + K^2A_4^*(K)\frac{h}{U} \right] + M_{vor}\sin(\omega t + \psi) \quad (2.41)$$

方程(2.41)右边最后一项用于表示扭转涡激力矩， M_{vor} ， ω 和 ψ 分别为扭转涡激力矩的幅值，频率和相位。

基于上述同样的理由，这里假设耦合颤振导数 A_1^* 、 A_4^* 、 H_2^* 和 H_3^* 对由扭转涡激力矩产生振动的影响可以忽略。因而，由扭转涡激力矩产生的强迫振动的运动方程为

$$I(\ddot{\alpha}_1 + 2\xi_{\alpha}\omega_{\alpha}\dot{\alpha}_1 + \omega_{\alpha}^2\alpha_1) = \frac{1}{2}\rho U^2(2B^2) \left[KA_2^*(K)\frac{B\dot{\alpha}_1}{U} + K^2A_3^*(K)\alpha_1 \right] + M_{vor}\sin(\omega t + \psi) \quad (2.42)$$

上式的通解给出了由扭转涡激力矩产生的稳态振动，即 $\alpha_1 = \alpha_1^0 \cos(\omega t + \phi)$ 。该稳态振动同样可以通过无干扰时的涡激振动试验采样数据确定。

将式(2.41)减去式(2.42)，得出排除扭转涡振影响之后节段模型的气动运动方程

$$m(\ddot{h} + 2\xi_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) = \frac{1}{2}\rho U^2(2B) \left[KH_1^*(K)\frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K)\frac{B\dot{\alpha}'}{U} + K^2H_3^*(K)\alpha' + K^2H_4^*(K)\frac{h}{U} \right] \quad (2.43a)$$

$$I(\ddot{\alpha}' + 2\xi_{\alpha}\omega_{\alpha}\dot{\alpha}' + \omega_{\alpha}^2\alpha') = \frac{1}{2}\rho U^2(2B^2) \left[KA_1^*(K)\frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K)\frac{B\dot{\alpha}'}{U} + K^2A_3^*(K)\alpha' + K^2A_4^*(K)\frac{h}{U} \right] \quad (2.43b)$$

式中 $\alpha' = \alpha - \alpha_1$ 。可以看出，此时的气动运动方程也与无涡振时的形式完全一样。因此，只需在扭转振动时程信号中减去涡激扭转振动时程信号，同样可以利用上述的修正最小二乘方法识别桥梁断面的颤振导数，该识别结果中已经排除了扭转涡振的影响。

2.4 节段模型颤振导数识别试验

通过节段模型风洞试验，张若雪用总体最小二乘方法识别了薄平板断面的颤振导数，并将识别的结果与理想平板颤振导数进行了比较，证实了总体最小二乘识别方法的正确性和可靠性^[189]。考虑到上述的修正最小二乘识别方法是总体最小二乘方法的改进型，这里不再进行该项考证试验。以下先用一个实例验证本文修正最小二乘方法的应用效果。

然后, 结合润扬长江悬索桥风洞试验研究项目, 笔者设计了用于识别断面颤振导数的润扬大桥主梁节段模型, 先用修正最小二乘识别方法对该断面的颤振导数进行了识别。当试验风速较高时, 由于竖弯振动的迅速衰减, 耦合振动的识别方法将难于正常工作, 特别是在模型发生颤振之后。这时则改用上述高风速时颤振导数的非耦合识别方法, 这样可以比较完整地识别出所需要的颤振导数结果。

2.4.1 改进效果

图 2.2 给出了南京长江二桥节段模型试验在 8 米/秒风速下所测得的一次竖弯和扭转时程信号。显然, 两种时程数据之间相差较大, 并且都夹杂着一定的噪声, 这是一组较典型的试验结果。

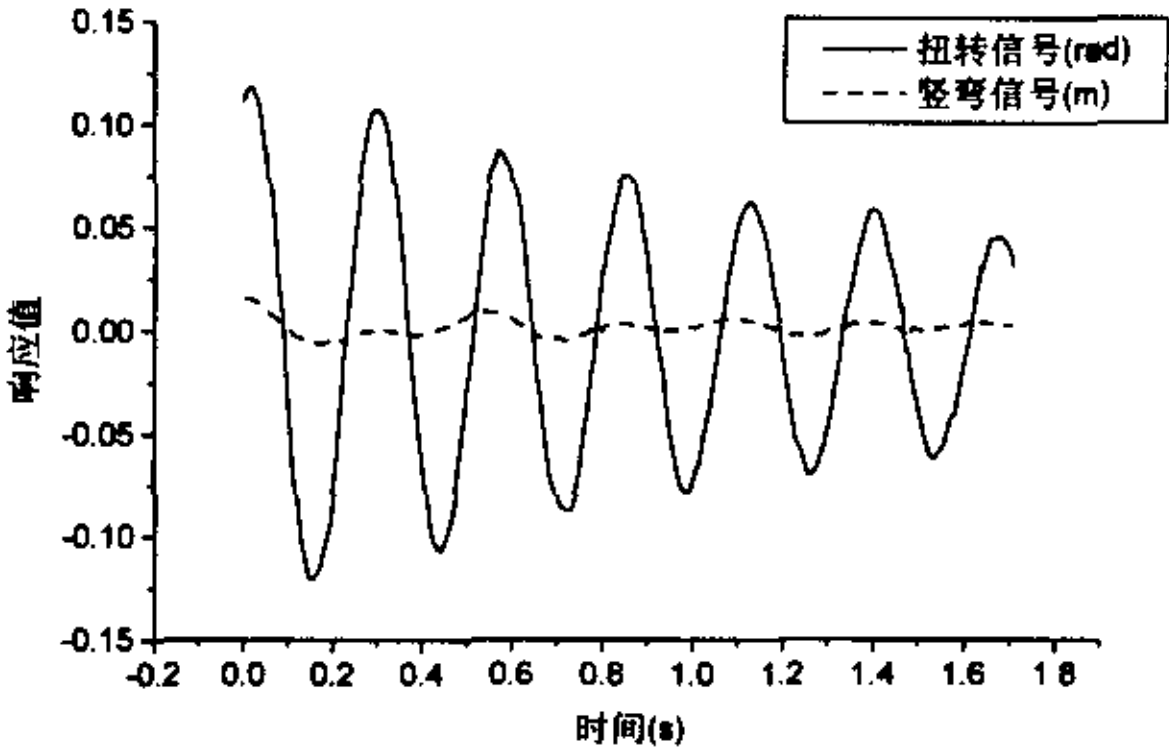


图 2.2 南京长江二桥节段模型试验时程数据($U=8\text{m/s}$)

在给定相同复频率初始值的情况下, 分别用总体最小二乘法和修正最小二乘法对振动系统模态参数进行了识别。计算中发现, 修正最小二乘法的收敛速度比总体最小二乘法快。表 2.1 列出了对图 2.2 时程信号用两种方法识别模态参数结果的比较。同时, 为验证哪种结果更合理, 表 2.1 中还给出了频谱分析的圆频率。图 2.3、2.4 分别是以上竖弯和扭转信号的频谱图。从表 2.1 中的数据比较可以看出, 在该组信号分析中, 修正最小二乘法结果与频谱分析的一阶、二阶圆频率均较吻合。而总体最小二乘法的一阶频率识别结果相差很远, 这说明它此时已收敛到了不正确解, 同时这也证实了修正最小二乘法的可靠性和强健性。

表 2.1 不同识别方法模态参数识别结果的比较

不同方法 \ 复模态	一阶复模态		二阶复模态	
	衰减率	圆频率(rad/s)	衰减率	圆频率(rad/s)
频谱分析	—	11.99	—	22.878
修正最小二乘法	-1.516	12.123	-0.548	22.761
总体最小二乘法	-4.297	18.045	-0.503	22.85

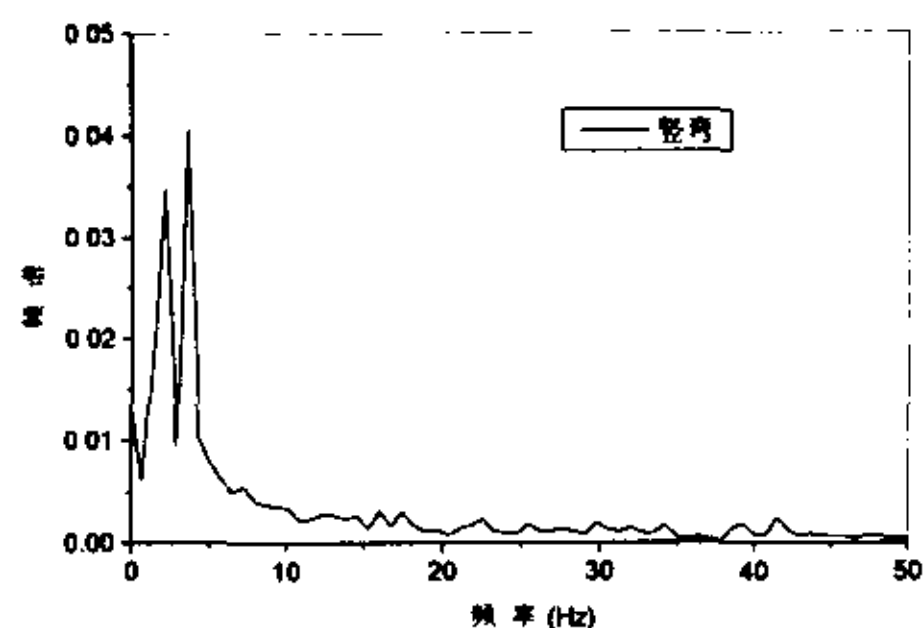


图 2.3 竖弯信号频谱图

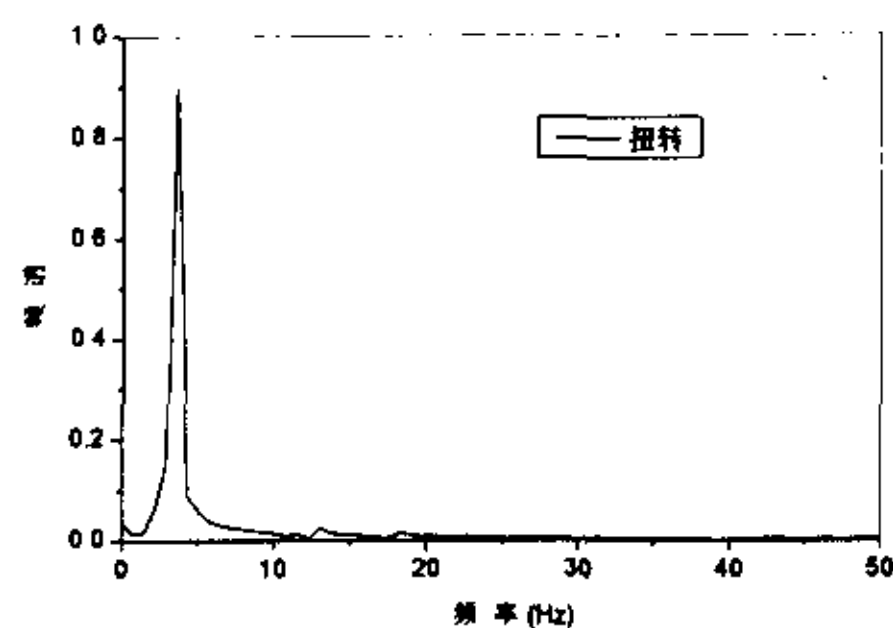


图 2.4 扭转信号频谱图

2.4.2 润扬悬索桥节段模型试验

润扬大桥南汊主桥为跨度 1490 米的单跨钢箱加劲梁悬索桥。桥面主梁截面(最新方案)宽 38.7 米, 高 3 米, 见图 2.5 所示。首先, 根据润扬悬索桥的实桥设计资料, 建立了该桥的动力计算有限元模型。用 ANSYS 程序分析了润扬大桥的动力特性。从中选择一阶竖弯和一阶扭转模态作为节段模型设计的参考模态, 计算出这两阶模态对应的等效质量和等效质量惯矩。根据实桥断面尺寸和风洞试验段尺寸, 选取节段模型的几何缩尺比为 1: 65, 模型长 1.7m。为了保证流动的二元特性, 在模型的两端设置了二元端板。

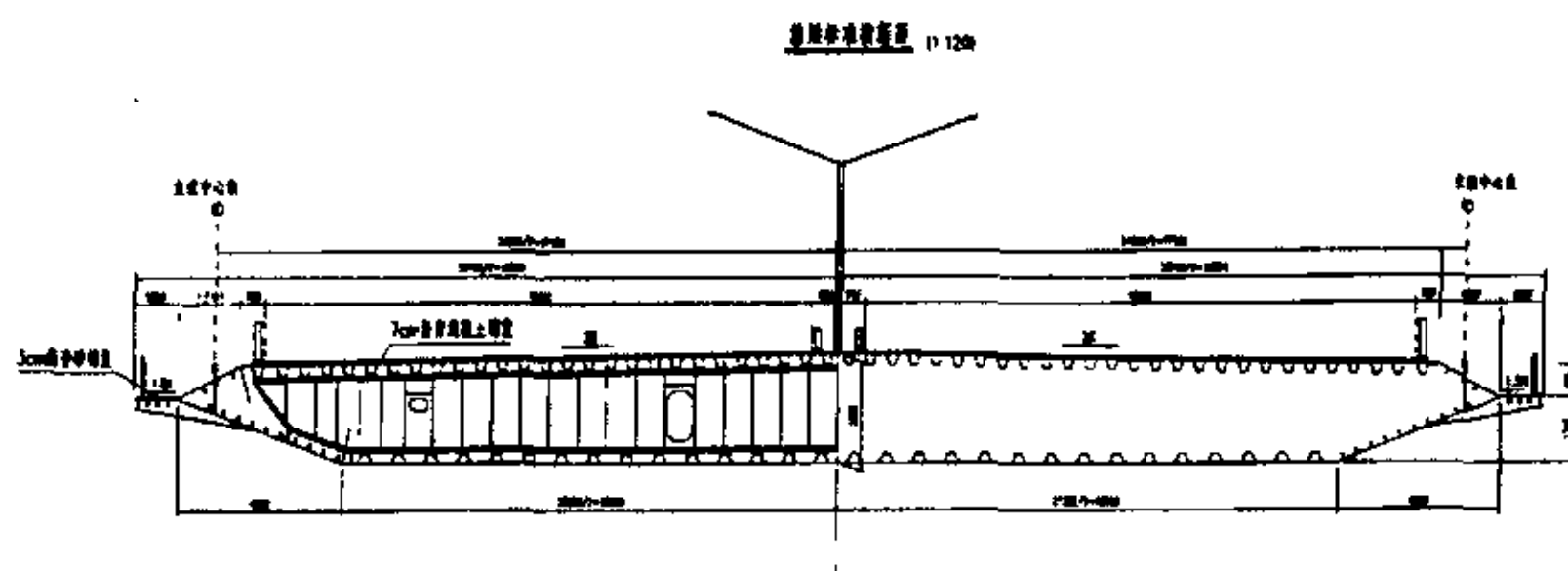


图 2.5 润扬悬索桥主梁断面图(最新方案)

按照相似条件, 得出节段模型的质量和等效质量惯矩, 并确定模型系统的其他设计参数。该桥节段模型的各项参数如下:

单位长度质量 $m = 7.25\text{kg/m}$	单位长度质量惯矩 $J_m = 0.3721\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{m}$
竖弯频率 $\omega_h = 11.613\text{rad/s}$	扭转频率 $\omega_a = 22.067\text{rad/s}$
竖弯阻尼比 $\xi_h = 0.0057$	扭转阻尼比 $\xi_a = 0.0022$
模型宽 $B = 0.595\text{m}$	模型高 $H = 0.0466\text{m}$

在均匀流场中, 用上述的修正最小二乘方法对该节段模型断面的颤振导数进行了识别。图 2.6 给出了该桥梁断面在 0° 和 $+3^\circ$ 攻角下的各颤振导数识别结果。从图中可见, 除 A_4^* 试验识别结果离散较大之外, 其他颤振导数的识别结果均具有明显的规律性。

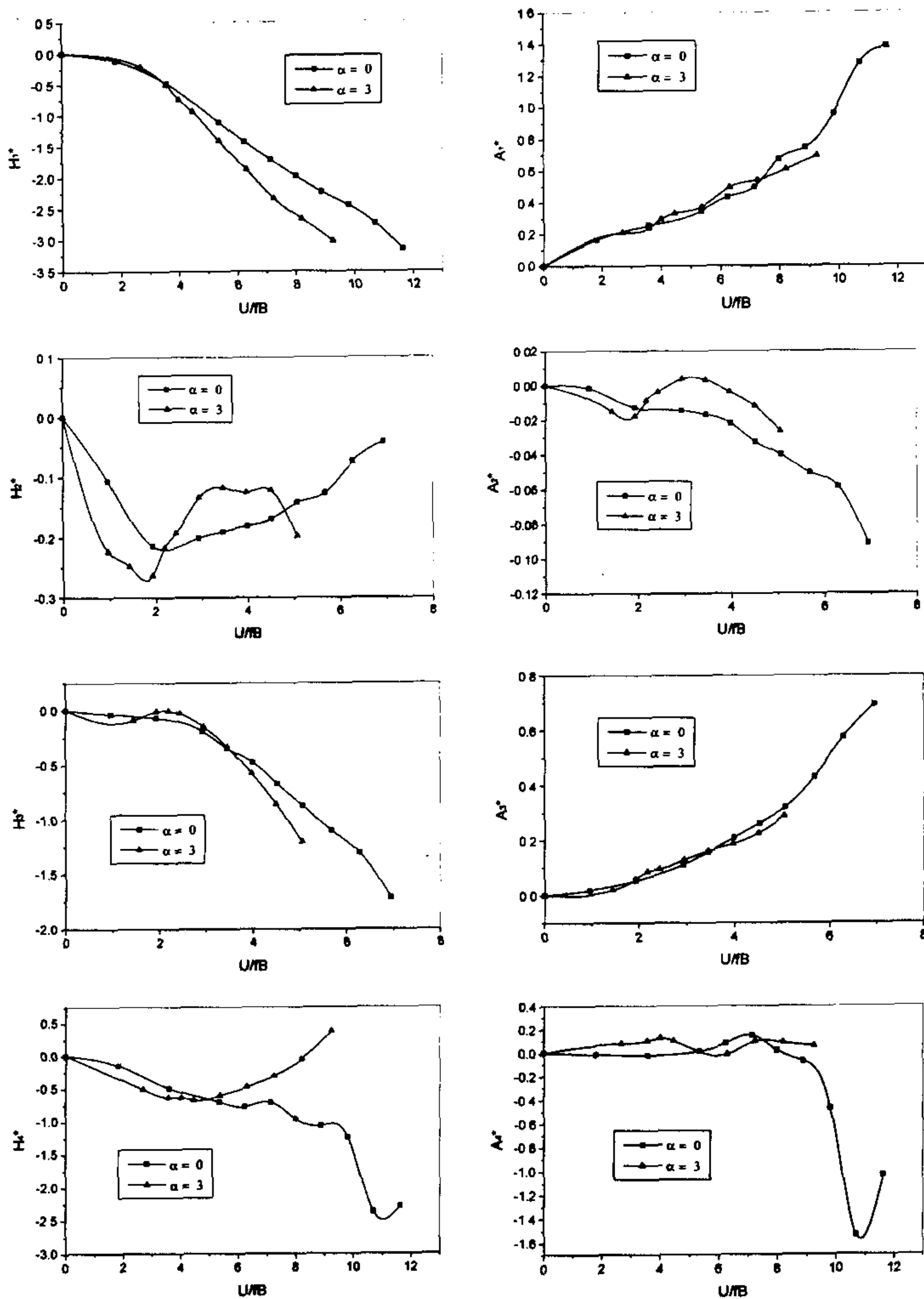


图 2.6 润扬悬索桥主梁断面颤振导数的耦合识别结果

当试验风速较高时，由于竖弯振动的迅速衰减，继续用耦合振动的识别方法提取颤振导数就比较困难，见图 2.7。考虑到此时识别到的与竖弯运动相关的颤振导数已经够用，但缺少与扭转运动相关的颤振导数，因而改用上述高风速时颤振导数的非耦合识别方法。试验过程中发现，非耦合颤振导数识别方法可以较容易地识别出模型发生颤振之后的颤振导数。图 2.8 和图 2.9 分别给出了在 0° 和 $+3^\circ$ 攻角下扭转模态圆频率和阻尼比随试验风速而变化的情况。图中带有标记的部分为非耦合方法的识别结果，前面的无标记段为上述耦合振动识别方法的结果。从图中可以看出，两种方法的扭转模态圆频率和阻尼比识别结果的衔接性均较好。在模型处于颤振临界点附近时，扭转阻尼比的识别结果稍有波动，这是因为临界点数据段选择的人为因素引起。

与扭转运动相关的颤振导数的识别结果见图 2.10 所示。图中带有标记的部分为非耦合方法的识别结果，前面的无标记段为上述耦合振动识别方法的结果。从图中可以发现，非耦合方法的识别结果与耦合方法的结果在趋势性上一致，这也从试验方面说明了上述非耦合识别方法的正确性和可靠性。

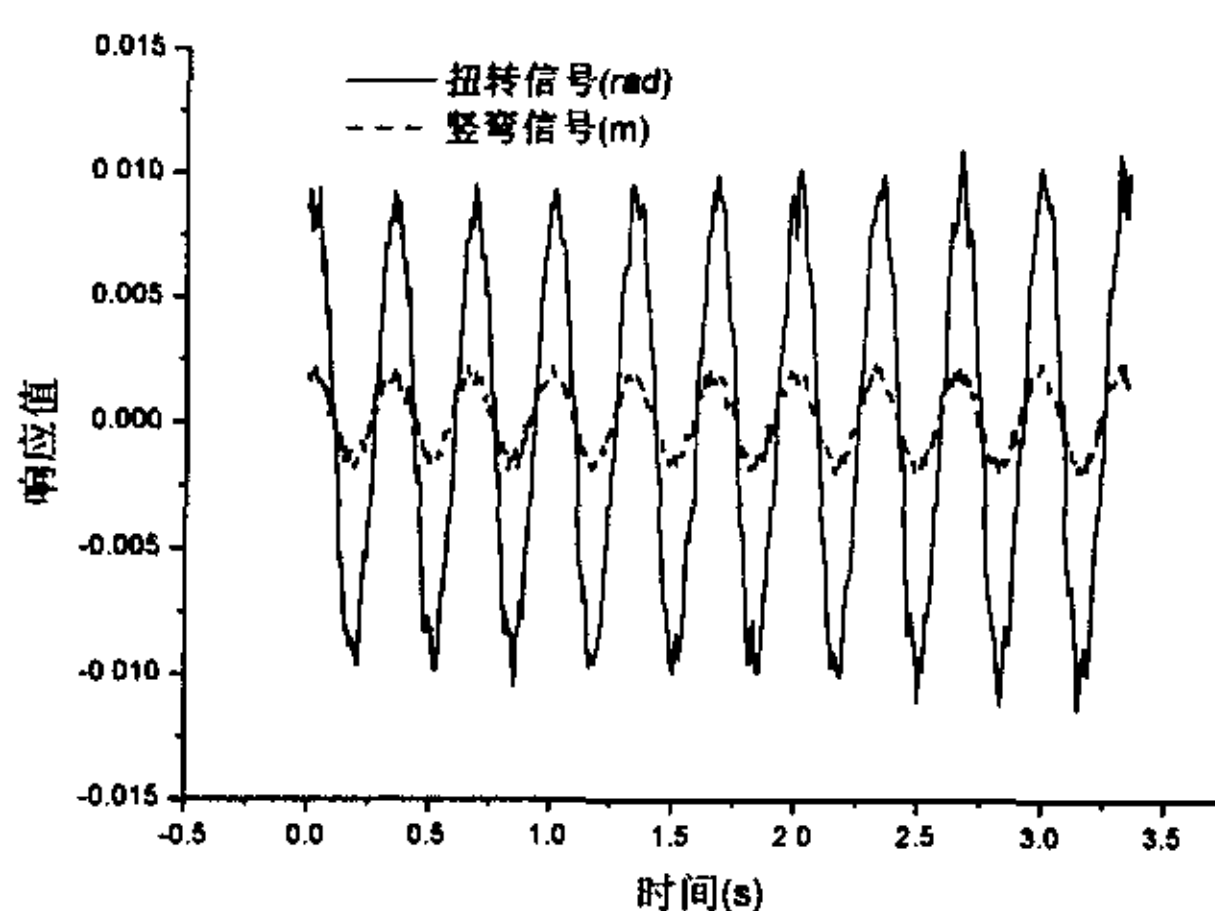


图 2.7 桥梁节段模型颤振发散时的时程信号

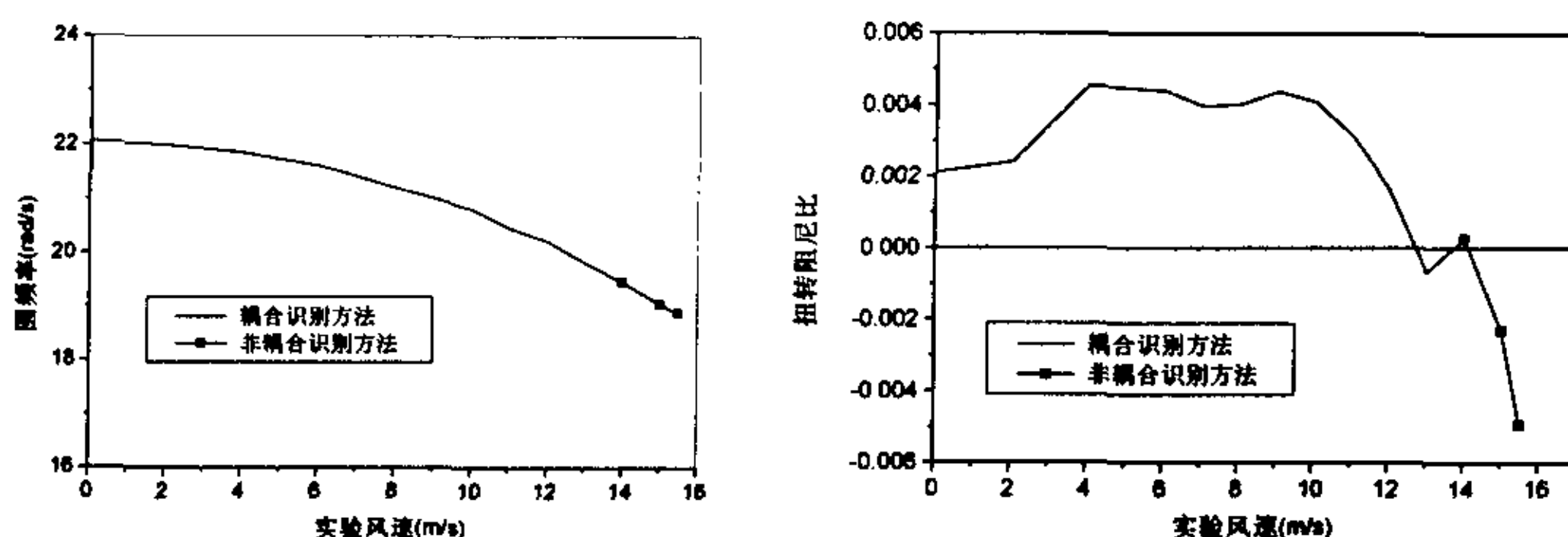


图 2.8 扭转圆频率和阻尼比随风速的变化($\alpha=0^\circ$)

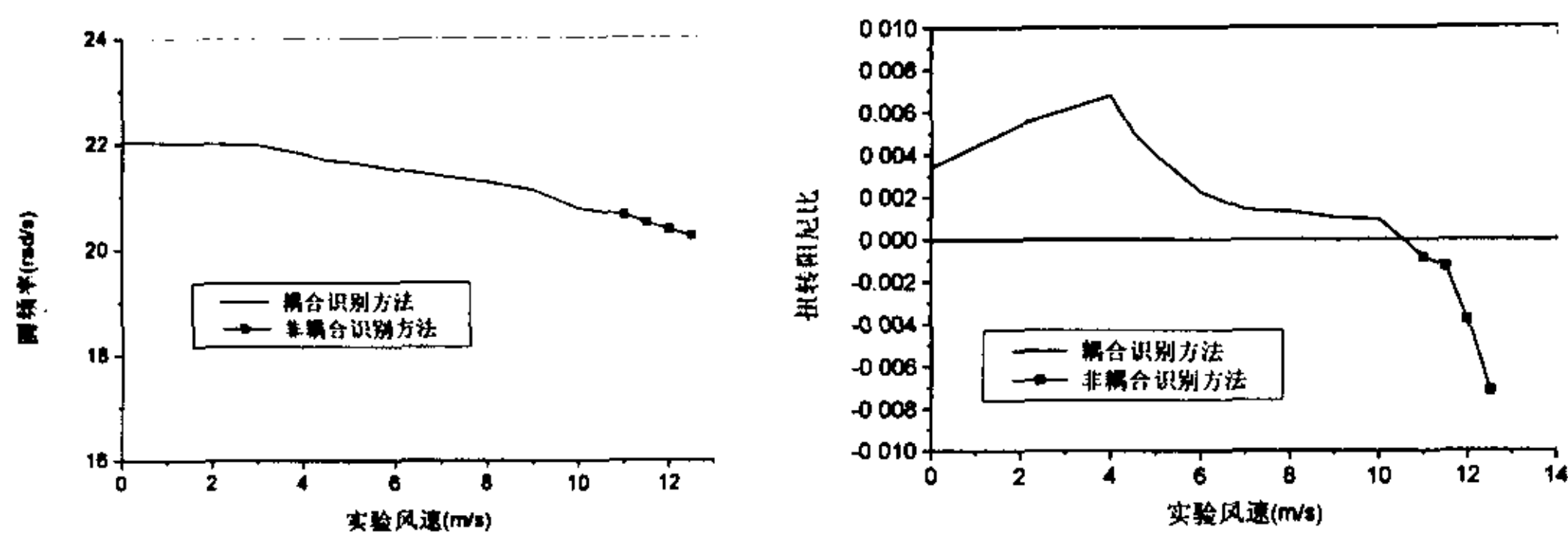


图 2.9 扭转圆频率和阻尼比随风速的变化($\alpha=3^\circ$)

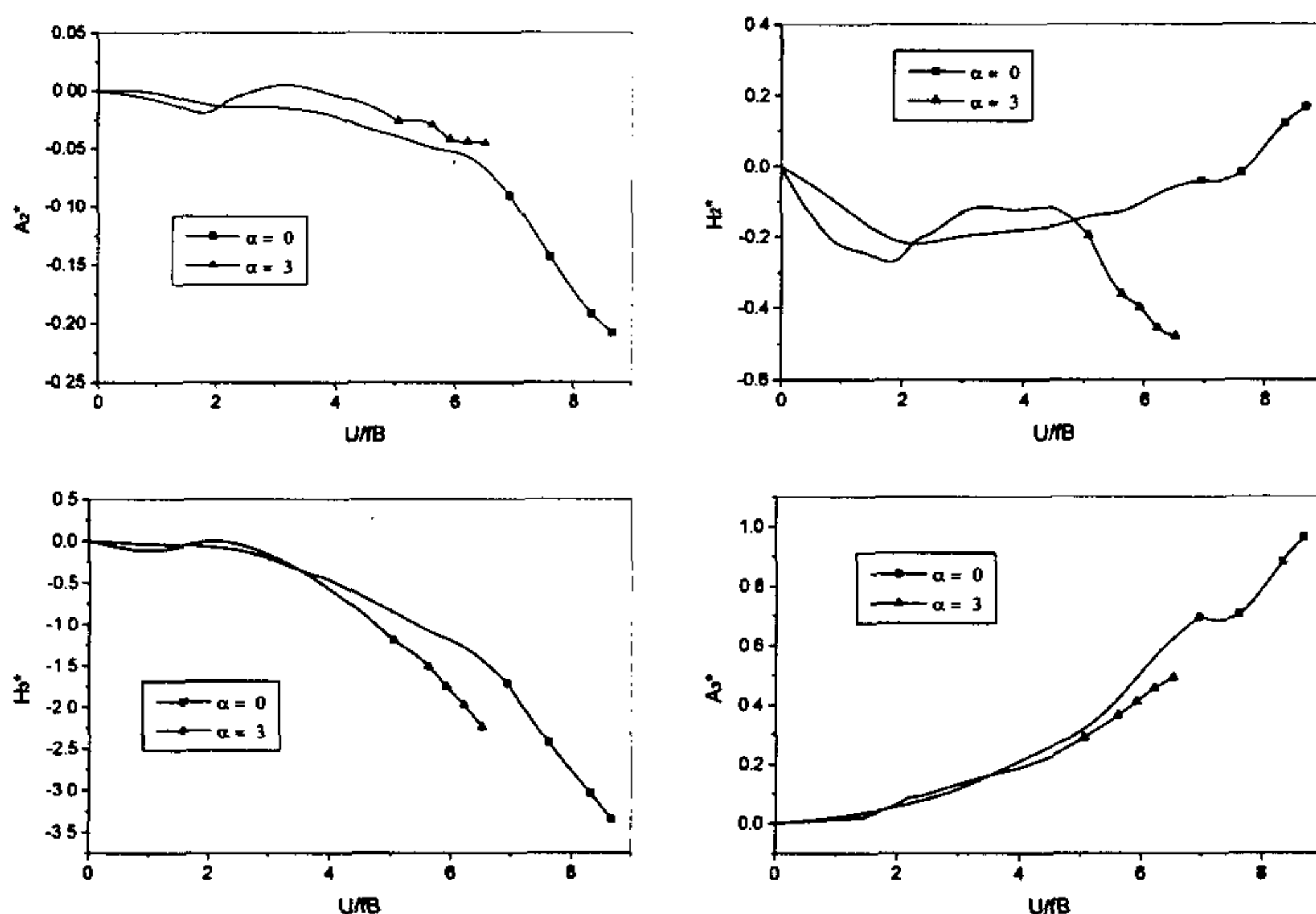


图 2.10 与扭转运动相关颤振导数的识别结果

2.5 本章小结

本章在利用最小二乘原理的基础上，对桥梁断面颤振导数识别的方法进行改进，提出了修正的最小二乘识别方法。在用 ITD 方法设定复频率初值时，引入“噪声模态”，为噪声信号提供出口，从而提高了初值的精度。通过对实测试验数据模态参数识别的验证，表明修正最小二乘方法比总体最小二乘方法和 MITD 方法具有更好的可靠性和强健性。同时也发现修正后的方法比总体最小二乘方法有更快的收敛速度。此外，为防止在非线性参数

迭代求解过程中出现的发散现象,提出了用进度因子加强非线性迭代计算稳定性的措施,实际应用中效果明显。

当试验风速较高时,由于竖弯振动的迅速衰减,该复模态响应在自由振动响应中的参与程度很小,特别是当模型发生颤振之后。这不仅造成高风速时颤振导数的识别精度明显下降,而且试验的难度也随试验风速的增加而增大。考虑到高风速时试验的主要目的是为了提取与扭转运动相关的颤振导数,以上提出了高风速时颤振导数的一种非耦合识别方法。该方法不仅不受竖弯复模态阻尼比的影响,而且大大降低了试验的难度,可以较容易地,在高风速时提取我们所关心的与扭转运动相关的颤振导数。

涡振的出现将使通常的颤振导数识别结果变得不可靠。本章基于合理假设,结合耦合自由振动识别方法,建议了一种在涡振锁定区识别桥梁断面颤振导数的方法。利用该方法可以有效地克服涡振的影响,在涡振锁定区提取桥梁断面的颤振导数。

结合润扬大桥风洞试验研究项目,笔者设计了用于识别断面颤振导数的润扬悬索桥主梁节段模型,先用修正最小二乘识别方法对该断面的颤振导数进行了识别。各主要颤振导数的识别结果精度良好。当试验风速较高时,由于竖弯振动的迅速衰减,继续用耦合振动的识别方法提取颤振导数就比较困难。此时则改用上述高风速时颤振导数识别的非耦合方法,这样可以比较完整地提取所需要的颤振导数结果。从识别结果发现,非耦合方法的识别结果与耦合方法的结果在趋势性上一致。

第三章 均匀流场耦合颤振频域分析

在大跨度桥梁中, 颤振现象的出现可能导致桥梁结构的整体破坏, 所以设计中必须严格杜绝颤振的发生。因而, 对桥梁结构气动稳定性的分析就显得非常重要。桥梁结构开始发生颤振的风速叫颤振临界风速。桥梁的气动设计必须确保其颤振临界风速以一定的安全系数高出桥址处的最大设计风速。

随着桥梁向更大跨度的发展, 静风荷载将引起结构大的横向变形。这种大变形可能明显地改变结构的切向刚度和主梁的有效风攻角, 相应地使桥梁整体结构性能和气动力都发生变化, 因而显著地影响结构的颤抖振响应。此外, 现代大跨度桥梁结构的型式也变得越来越复杂, 一些大跨度桥梁采用了斜吊杆、空间主缆和各种控制措施等。这些桥梁结构的固有特性将变得更加复杂。

分析上述大型复杂结构体系的颤振问题, 必须采用基于全模型的精确分析方法。桥梁结构的均匀流场颤振问题与系统(包括结构和自激力)的复模态特性密切相关, 因而在频域中分析颤振更为自然。本章发展了用于分析大跨度桥梁结构气动耦合颤振问题统一的多模态(Multimode)和全阶(Full-order)方法。文中直接应用了含十八个颤振导数的气动自激力模型, 并表示成复数形式。首先, 基于结构的固有模态坐标, 应用复模态理论提出了大跨度桥梁结构气动耦合颤振分析新的状态空间方法。在合理假设前提下, 将系统的一般气动运动控制方程转化为一种复的标准特征值方程, 它仅包含两个变量。通过求解该标准特征值问题进行耦合颤振分析。该颤振分析方法是一种不迭代的单参数搜索方法, 简单实用, 具有很强的自动性, 且对结构阻尼矩阵的形式无任何要求。该方法能提供系统主要模态的频率和阻尼比随折减风速或自然风速而变化的全过程情况。

其次, 基于结构的有限元全模型物理坐标, 提出了用于大跨度桥梁气动耦合颤振分析的全阶分析方法。该方法克服了以往直接颤振分析方法的一些缺陷, 是一种单参数搜索方法。由于计算效率较高, 用该方法分析实际大跨度桥梁耦合颤振问题也是适合的。基于结构的有限元全模型物理坐标, 将系统的气动运动控制方程转化成由结构整体刚度矩阵和一个复矩阵构成的广义特征方程。通过求解该广义特征值问题进行颤振分析。为求解大型稀疏矩阵特征方程的部分特征值和特征向量, 介绍了一种同时迭代方法。结合颤振分析的搜索过程, 该同时迭代方法具有较高的效率。为了与结构的模态阻尼保持一致性, 文中还给出了结构总阻尼矩阵的确定方法。

最后, 对几个典型结构进行了颤振分析: 具有理想平板断面的简支梁结构、主跨跨度 1385 米的江阴长江大桥和主跨跨度 602 米的杨浦大桥, 分析中同时采用了多模态和全阶分析方法。通过不同方法的分析结果与精确解或试验结果之间的比较, 证实了这些方法的可靠性和有效性。

3.1 颤振基本理论

按照 Scanlan^[104,112,113]的建议, 桥梁结构主梁单位展长的自激力可表示为

$$L_{se}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) (KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} + KH_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 H_6^* \frac{p}{B}) \quad (3.1a)$$

$$D_{se}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) (KP_1^* \frac{\dot{p}}{U} + KP_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 P_3^* \alpha + K^2 P_4^* \frac{p}{B} + KP_5^* \frac{\dot{h}}{U} + K^2 P_6^* \frac{h}{B}) \quad (3.1b)$$

$$M_{se}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) (KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} + KA_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 A_6^* \frac{p}{B}) \quad (3.1c)$$

其中, ρ 为空气密度; U 为平均风速; $B = 2b$ 为桥面宽度; $K = \omega B/U$, 为折减频率, ω 为振动圆频率; h 、 p 、 α 分别为主梁的竖向、横向和扭转位移; 上点标表示对时间的偏导数; H_i^* 、 P_i^* 、 A_i^* ($i=1\sim6$) 是颤振导数, 均为折减频率 K 的函数, 与桥梁断面的几何构形和来流有关。各参数意义见图 3.1 所示。

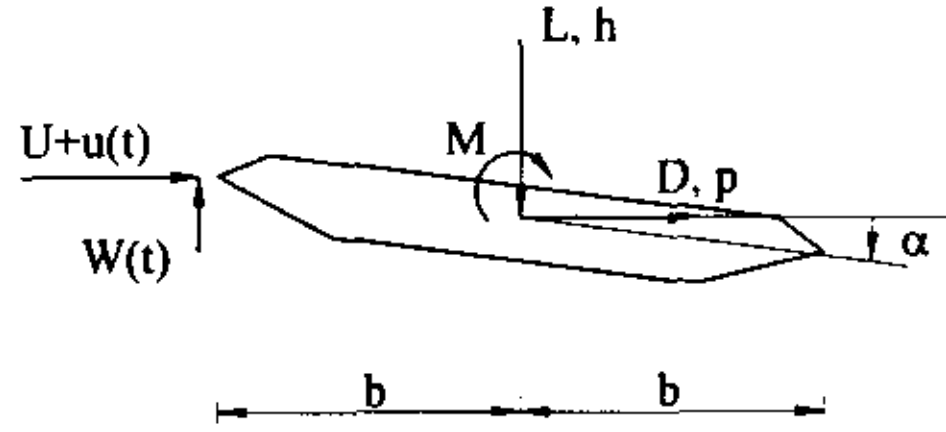


图 3.1 桥梁断面的位移和气动力

对于非流线型的桥梁断面, 上述颤振导数可通过试验测定。目前自由振动识别方法中最常用的还是具有竖弯和扭转两自由度的桥梁节段模型, 这样可识别出颤振导数 H_i^* 和 A_i^* ($i=1\sim4$)。气动阻力和与横向振动相关的颤振导数一般被忽略。但有研究表明, 它们可能对某些主梁截面形状的桥梁有较大的影响^[82]。在无风洞试验结果的情况下, 为考虑这种影响引入拟静力理论得^[22]

$$P_1^* = -\frac{1}{K} C_D, \quad P_2^* = \frac{1}{2K} C_D', \quad P_3^* = \frac{1}{2K^2} C_D' \quad (3.2a)$$

$$P_5^* = \frac{1}{2K} C_D', \quad H_5^* = \frac{1}{K} C_L, \quad A_5^* = -\frac{1}{K} C_M \quad (3.2b)$$

$$P_4^* = P_6^* = H_6^* = A_6^* = 0 \quad (3.2c)$$

式中 C_L 、 C_D 和 C_M 分别为桥梁断面升力、阻力和扭矩的静风力系数(参考长度均为桥面宽度 B); $C_D' = dC_D/d\alpha$ 。

如式(3.1)所示的自激力为桥梁断面自激力的实数表达式。从机翼理论可知, 气动自激力也可用复数形式表示, 则(3.1)式可写成如下的对应形式^[128]

$$L_{se}(t) = \omega^2 \rho B^2 (C_{Lh} h + C_{Lp} p + B C_{L\alpha} \alpha) \quad (3.3a)$$

$$D_{se}(t) = \omega^2 \rho B^2 (C_{Dh} h + C_{Dp} p + B C_{D\alpha} \alpha) \quad (3.3b)$$

$$M_{se}(t) = \omega^2 \rho B^2 (B C_{Mh} h + B C_{Mp} p + B^2 C_{M\alpha} \alpha) \quad (3.3c)$$

式中 C_r ($r = D, L, M; s = h, p, \alpha$) 为复的自激力系数。

对比桥梁断面自激力的实数表达式(3.1)和复数表达式(3.3)可以发现, 复数的自激力不显含风速 U 。并且用复数表示自激力显得更加简洁, 这是因为复数很自然地表示了位移与

自激力之间的相位差，而实数为表示该相位差则必须引入加速度项。从理论本质上说，这两种形式是等效的。但以下颤振分析方法的推导表明，采用复数形式的自激力更加有利。此外，从复数形式的自激力表达式可以清楚地看出位移与自激力之间的相位差。

由于式(3.1)和式(3.3)所描述的气动自激力对应的都是等幅简谐振动，比较自激力(3.1)和(3.3)式的相应部分得出以下关系

$$C_{Lh} = H_4^* + iH_1^*, \quad C_{Lp} = H_6^* + iH_5^*, \quad C_{La} = H_3^* + iH_2^* \quad (3.4a)$$

$$C_{Dh} = P_6^* + iP_5^*, \quad C_{Dp} = P_4^* + iP_1^*, \quad C_{Da} = P_3^* + iP_2^* \quad (3.4b)$$

$$C_{Mh} = A_4^* + iA_1^*, \quad C_{Mp} = A_6^* + iA_5^*, \quad C_{Ma} = A_3^* + iA_2^* \quad (3.4c)$$

采用有限元方法进行颤振分析时，桥梁结构在空气中运动的控制方程可表示成如下的一般形式。通常认为均匀流中抖振力不影响颤振稳定性，这里不考虑抖振力。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}_{se} \quad (3.5)$$

式中， \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分别为通常的结构质量、阻尼和刚度矩阵； \mathbf{X} 、 $\dot{\mathbf{X}}$ 、 $\ddot{\mathbf{X}}$ 分别为多自由度体系的节点位移、速度和加速度向量； \mathbf{F}_{se} 为等效的节点气动自激力向量。

在有限元分析中，将沿主梁分布的自激力转换为主梁单元的节点等效荷载可表示为

$$\mathbf{F}_{se}^e = \omega^2 \mathbf{A}_{se}^e \mathbf{X}^e \quad (3.6)$$

式中上标 e 表示在单元局部坐标系中； \mathbf{X}^e 为单元的节点位移向量，其正方向见图 3.2； \mathbf{A}_{se}^e 为 12×12 阶的单元自激力气动矩阵，与质量矩阵类似，它也存在集总与一致两种处理方式。这里采用简单的集总方式，则长度为 L 的主梁单元自激力气动矩阵 \mathbf{A}_{se}^e 为

$$\mathbf{A}_{se}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = \frac{1}{2} \rho B^2 L \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{Lh} & C_{Lp} & BC_{La} & 0 & 0 \\ 0 & C_{Dh} & C_{Dp} & BC_{Da} & 0 & 0 \\ 0 & BC_{Mh} & BC_{Mp} & B^2 C_{Ma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

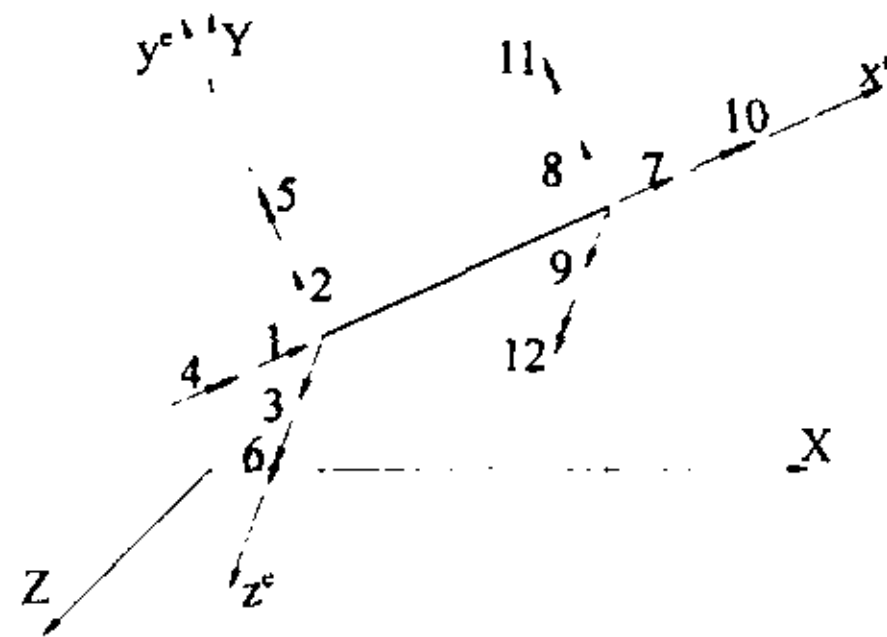


图 3.2 主梁单元各自由度正方向(来流风速为 $-z^e$ 方向)

因为气动自激力是一种非保守力, 所以单元自激力气动矩阵一般是不对称的, 且随折减频率而变化。将单元自激力气动矩阵从单元局部坐标系转换到整体坐标系并组集成结构的总自激力气动矩阵, 则

$$\mathbf{F}_{se} = \omega^2 \mathbf{A}_{se} \mathbf{X} \quad (3.9)$$

式中 \mathbf{A}_{se} 为结构的总自激力气动矩阵, 其他符号意义同上。显然, \mathbf{A}_{se} 是一个复数矩阵。

3.2 多模态颤振自动分析方法

根据以上的论述, 可得出用复数自激力气动矩阵表示的运动控制方程

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \omega^2 \mathbf{A}_{se} \mathbf{X} \quad (3.10)$$

令 $\mathbf{X} = \mathbf{R}e^{st}$, \mathbf{R} 为系统的复模态响应, 相应复频率 $s = (-\xi + i)\omega$ (其中 ξ 、 ω 分别为复模态的阻尼比和圆频率), 代入(3.10)式得系统的特征方程

$$(s^2 \mathbf{M} + s\mathbf{C} + \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{A}_{se}) \mathbf{R}e^{st} = 0 \quad (3.11)$$

设桥梁结构的复模态响应可近似由前 m 阶结构固有模态叠加表示, 即

$$\mathbf{R} = \Phi \mathbf{q} \quad (3.12)$$

式中 Φ 为 $n \times m$ 阶的结构固有模态矩阵, 可通过计入内力状态的自振特性分析得出, 且各结构固有模态响应均对质量矩阵作了归一化处理, n 为结构自由度总数; \mathbf{q} 为 m 行的广义坐标向量。将(3.12)代入(3.11)并左乘 Φ^T 得出广义的系统特征方程

$$[s^2 \mathbf{I} - \omega^2 \bar{\mathbf{A}}_{se} + s\bar{\mathbf{C}} + \Lambda] \mathbf{q}e^{st} = 0 \quad (3.13)$$

其中, Λ 为自振特性分析时所得的对角特征值矩阵; \mathbf{I} 为单位矩阵; 矩阵 $\bar{\mathbf{A}}_{se} = \Phi^T \mathbf{A}_{se} \Phi$ 和 $\bar{\mathbf{C}} = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$ 。

考虑到系统的阻尼比(无论是正阻尼还是负阻尼)一般都不大, 复模态的圆频率可近似取为 $\omega = -si = \omega + \xi i$ (其中 $i^2 = -1$)。代入(3.13)消去 ω , 则新的广义系统特征方程变为

$$[s^2 (\mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}}_{se}) + s\bar{\mathbf{C}} + \Lambda] \mathbf{q}e^{st} = 0 \quad (3.14)$$

如式(3.1)的自激力对应的是等幅简谐振动, 没有考虑振动阻尼比的影响, 这仍是一个有待进一步研究的课题。在桥梁结构的颤振分析中, 颤振临界状态下的情况是最重要的。值得注意的是, 在颤振临界状态下, 系统颤振复模态阻尼比为零, 此时 $\omega = -si$, 因此以上近似对颤振临界状态和颤振风速并无影响。

上述方程(3.14)可写成以下状态空间变量的形式:

$$(\mathbf{A} - s\mathbf{I}) \mathbf{Y}e^{st} = 0 \quad (3.15)$$

其中

$$\mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ s\mathbf{q} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\bar{\mathbf{M}}\Lambda & -\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \quad (3.16a)$$

$$\bar{\mathbf{M}} = (\mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}}_{se})^{-1} \quad (3.16b)$$

显然 $e^{st} \neq 0$, 要使上式方程有非零解, 则系数矩阵的行列式必须为零。因而系统复模态特性分析问题就转化为如下的标准特征值问题

$$\mathbf{A}\mathbf{Y} = s\mathbf{Y} \quad (3.17)$$

式中 A 为 $2m \times 2m$ 阶的复数矩阵, 仅含一个变量即折减频率 (或折减风速)。由于所采用的气动力表达式不显含风速 U , 故式(3.17)的特征值问题仅包含两个变量, 即 s 和 K 。这样就避免了用二维搜索方法分析颤振问题。如果给定 K 值, 则可求解出相应的 $2m$ 个特征值 s 和特征向量 Y , 且

$$s = (-\xi + i)\omega, \quad q = a + bi \quad (3.18)$$

其中, 虚部为正数的 m 个特征值是系统的复频率, 相应特征向量 Y 的上半部分 q 是系统的广义复模态形态。其他虚部为负数的 m 个特征值和特征向量无实际物理意义。由于气动耦合的存在, 系统广义复模态是结构固有模态的耦合。在任意广义复模态中, 各固有模态的振动幅值和相位为

$$|q_k| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \tan^{-1}(b_k/a_k) \quad (3.19)$$

当所有系统复模态的阻尼比均大于零时, 系统是稳定的; 当任一复频率的实部等于零, 即阻尼比为零时, 则系统出现颤振临界状态; 当任一系统复模态的阻尼比小于零时, 系统不稳定。所以进行颤振分析在于搜索折减频率 K (或折减风速 $V' = 2\pi/K$), 找出系统阻尼比为零的颤振临界状态。此时的圆频率即为颤振圆频率 ω_f , 并且颤振临界风速 $U_{cr} = B\omega_f/K$ 。在适当的 V' 值范围内, 可能出现多个颤振临界状态。值得注意的是, 最小的 V' 值对应的颤振临界风速不一定是最低的颤振临界风速。为此, 以下将介绍一个简单实用的单参数自动搜索过程。

在颤振临界状态下, 广义模态坐标和节点位移为

$$q(t) = \{|q_i| \sin(\omega_f t + \varphi_i)\} \quad (3.20)$$

$$X(t) = \sum_{i=1}^m \phi_i |q_i| \sin(\omega_f t + \varphi_i) = X_0 \sin(\omega_f t + \bar{\varphi}) \quad (3.21)$$

式中, ϕ_i 为第 i 阶固有模态的形态; ω_f 为颤振圆频率; X_0 和 $\bar{\varphi}$ 分别为 $X(t)$ 的幅值和相位; m 为参与模态数。显然, 耦合的颤振运动是三维的, 且各固有模态分量之间存在着不变的相位差。

颤振临界状态特征运动的总能量

$$E = \frac{1}{2} \{\dot{X}_{\max}\}^T M \{\dot{X}_{\max}\} = \frac{1}{2} \omega_f^2 \sum_{i=1}^m |q_i|^2 \quad (3.22)$$

其中任一阶固有模态的能量

$$E_i = \frac{1}{2} \omega_f^2 |q_i|^2 \quad (3.23)$$

故该固有模态能量百分比 $e_i = E_i/E$ 。模态能量百分比提供了各固有模态在颤振运动中参与程度的又一种比较。

为了实现对折减风速 V' 的搜索, 必须首先确定折减风速的搜索范围, 即从 V'_{low} 到 V'_{high} 。一般情况下 V'_{low} 可取为零, 由于该搜索方法自动搜索到最低的颤振临界风速为止, 所以 V'_{high} 只要取得足够大。对折减风速增量 V'_{inc} 并无严格要求, 且不影响最后的分析结果, 但较小的 V'_{inc} 值可增加搜索的稳定性。

用于多模态颤振分析的自动搜索过程如下:

- 1、计算结构的前 m 阶固有频率和模态形态, 作为颤振分析的参与模态;

- 2、对折减风速循环，计算第 i 步当前折减风速 V_i' ， V_i' 从 V_{low}' 到 V_{high}' 以增量 V_{inc}' 递增；
- 3、计算折减频率 $K_i = 2\pi/V_i'$ ，确定与折减频率对应的复数矩阵 A ；
- 4、求解(3.17)式的复矩阵标准特征值问题，计算系统各复模态的阻尼比和圆频率；
- 5、查找各复模态，若第 k 阶复模态的阻尼比小于零，则执行 6-7；并找出阻尼比大于零的各复模态圆频率最小值 ω_{min} ，全部复模态查找完转到 8；
- 6、对第 k 阶复模态用弦截法求零阻尼时的折减风速近似值，见图 3.3

$$V' = \frac{V_2' \xi_k^1 - V_1' \xi_k^2}{\xi_k^1 - \xi_k^2} \quad (3.24)$$

初次计算时， V_1' 和 V_2' 分别为 V_{i-1}' 和 V_i' ， ξ_k^1 和 ξ_k^2 为 k 阶复模态对应的阻尼比；

- 7、执行 3-4 步，如果对应第 k 阶复模态的阻尼比 ξ_k 的绝对值小于允许值，则回到 5；否则，当 ξ_k 大于零时 $V_1' = V'$ 和 $\xi_k^1 = \xi_k$ ，当 ξ_k 小于零时 $V_2' = V'$ 和 $\xi_k^2 = \xi_k$ ，重复 6-7 步；
- 8、计算第 i 步内颤振复模态对应的颤振临界风速，比较后选出最小值 U_{min}^{cr} ；计算

$U_1 = \frac{1}{2\pi} B V_i' \omega_{min}$ ，若 U_{min}^{cr} 大于 U_1 则继续第 2 步的循环，直至结束；当 U_{min}^{cr} 小于 U_1 直接结束循环。

其中， U_1 值为第 i 步折减风速循环中未发生颤振的系统复模态已经搜索到的最小风速。如果找到的最小颤振临界风速小于 U_1 ，说明在 U_1 之前结构已经发生了颤振，没必要继续搜索。

对于无结构阻尼的颤振分析，第 5 步复模态阻尼比的判别值应取为一个很小的正数(如 0.0001)。因为在某些与气动力无关的固有模态(如主缆振动模态)中，由于数值计算的误差使这些模态的阻尼比不正好为零，可能是正的也可能是负的。

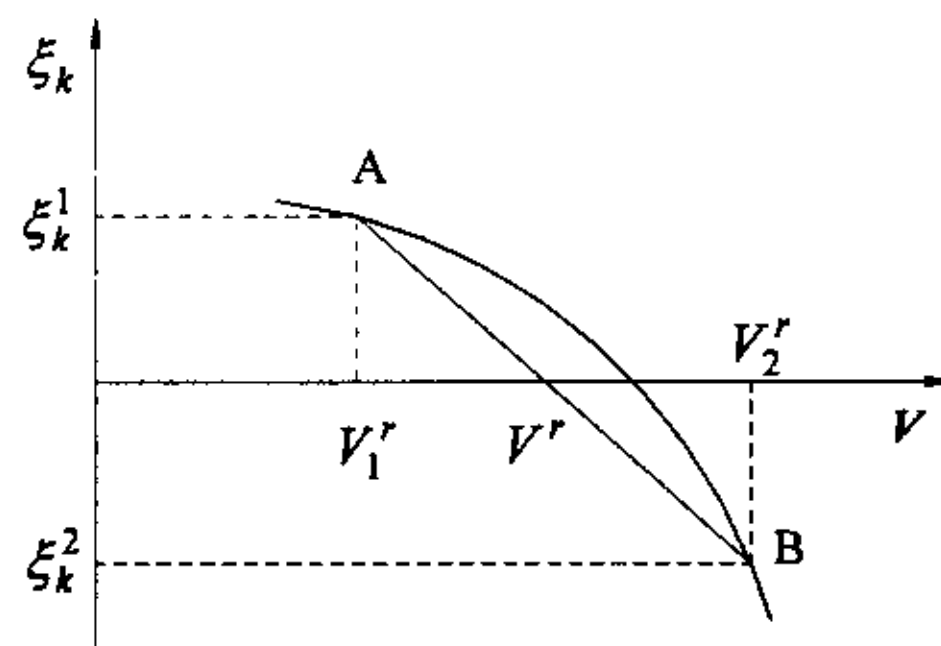


图 3.3 零阻尼点折减风速的弦截法计算

表 3.1 给出了该多模态自动分析方法和现有多模态方法的比较情况。从表中可以看出，该多模态分析方法是一种不迭代的单参数搜索方法，它的稳定性和强健性明显优于双参数搜索或迭代的方法。尽管状态空间法也是一种不迭代的单参数搜索方法，但它需要对颤振导数进行拟合、辨别结构复模态等附加过程，这些将影响到它的自动能力。因此，本文多模态颤振分析方法的自动性优于其他方法。

表 3.1 各种常用多模态方法之间的比较

颤振分析方法	自激力模型	搜索方式(迭代)	全过程分析	自动性
Scanlan(Jain)方法 ^[4,113]	Scanlan 模型(实)	双参数(迭代)	Yes	差
状态空间法(谢舜明 ^[185])	Roger 有理函数(复)	单参数(不迭代)	Yes	一般
Agar 方法 ^[2]	Scanlan 模型(实)	双参数(迭代)	Yes	差
pK-F 法 ^[88]	Scanlan 模型(实)	双参数(迭代)	Yes	差
M-S 方法 ^[25]	Scanlan 模型(复)	单参数(无结构 阻尼时不迭代)	No	一般
本文多模态方法	Scanlan 模型(复)	单参数(不迭代)	Yes	好

3.3 耦合颤振全阶分析方法

所谓的颤振全阶分析方法就是指, 基于结构有限元的全阶物理坐标系, 直接从系统的一般特征方程中求解系统的复模态特性, 从而寻找和判断颤振临界状态的分析方法。

参照前面的论述, 包括结构和气动自激力的桥梁系统一般特征方程为

$$(s^2 \mathbf{M} + s\mathbf{C} + \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{A}_{se}) \mathbf{R} e^{st} = 0 \quad (3.25)$$

为了能利用特征值求解器计算系统的复模态特性, 将以上方程改写成如下形式

$$[s^2 (\mathbf{M} + \frac{1}{s} \mathbf{C} - \frac{\omega^2}{s^2} \mathbf{A}_{se}) + \mathbf{K}] \mathbf{R} e^{st} = 0 \quad (3.26)$$

令 $\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{M} + \frac{1}{s} \mathbf{C} - \frac{\omega^2}{s^2} \mathbf{A}_{se}$, 则

$$[s^2 \tilde{\mathbf{M}} + \mathbf{K}] \mathbf{R} e^{st} = 0 \quad (3.27)$$

由于 $e^{st} \neq 0$, 要使方程(3.27)有非零解, 则系数矩阵的行列式必须为零。因而系统复模态特性分析问题就转化为如下的特征方程

$$\mathbf{K} \mathbf{R} = -s^2 \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{R} \quad (3.28)$$

通过求解该广义特征值问题可进行耦合颤振分析。

在实际大跨度桥梁颤振分析中, 主要关心的是系统的前几阶复模态, 因而只需求解出特征方程(3.28)的部分特征值和相应的特征向量。当结构阻尼矩阵采用通常的瑞利正交形式时, 上式中的特征矩阵 \mathbf{K} 和 $\tilde{\mathbf{M}}$ 都是带宽压缩存储的大型稀疏矩阵。矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 中包含两个变量, 即折减频率 K (或折减风速)和复频率 s 。由于矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 中已包含了变量 s , 故上式的广义特征值问题无法直接求解。显然, $\tilde{\mathbf{M}}$ 是一个非对称的复数矩阵。以下将介绍一种计算该部分特征值高效的同时迭代方法^[35]。

由于所采用的气动力表达式不显含风速 U , 故式(3.28)的广义特征值问题仅包含两个变量, 即 s 和 K 。在给定折减频率 K 值的情况下, 用同时迭代方法求解部分特征值和特征向量的计算过程如下:

1、计算与 K 值相应的结构总气动自激力矩阵 \mathbf{A}_{se} , 设定特征值和 m 个特征向量组的初值分别为 $-s_1^2$ 和 \mathbf{R}_1 ;

2、进入循环，确定当前 $s_k (k=1,2,\dots)$ 时的复矩阵 $\tilde{\mathbf{M}} (= \mathbf{M} + \frac{1}{s_k} \mathbf{C} - \frac{\omega_k^2}{s_k^2} \mathbf{A}_{se})$ ，求解方程

组 $\mathbf{K}\mathbf{R}_{k+1} = \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{R}_k$ ，得出 \mathbf{R}_{k+1} ；

3、计算矩阵 $\mathbf{G}^* = \mathbf{R}_k^T \mathbf{R}_k$ 和 $\mathbf{H}^* = \mathbf{R}_k^T \mathbf{R}_{k+1}$ ；

4、从方程 $\mathbf{G}^* \mathbf{Q}^* = \mathbf{H}^*$ 中求解出 \mathbf{Q}^* ；

5、对 \mathbf{Q}^* 进行标准特征值分析，即 $\mathbf{Q}^* \mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{Y}_{k+1} \Lambda_{k+1}^{-1}$ ；

6、计算矩阵 $\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{R}_{k+1} \mathbf{Y}_{k+1}$ ，将矩阵 \mathbf{Z}_{k+1} 的所有列向量正则归一化得 $\bar{\mathbf{Z}}_{k+1}$ ；

7、对角矩阵 Λ_{k+1} 的元素即为特征方程(3.28)的 m 个模最小的近似特征值。当矩阵 Λ_{k+1} 与 Λ_k 中对角元素满足 $|\lambda_{k+1}^i - \lambda_k^i| < RTOL$ 时，结束循环；否则，令 $\mathbf{R}_k = \bar{\mathbf{Z}}_{k+1}$ 和 $k=k+1$ ，回到第2步。

在同时迭代方法中，由于 s_k 是一个标量，所以上述循环过程一次只能跟踪系统的一个复模态。因而，在迭代计算的收敛结果中，只有被跟踪的那个系统复模态所对应的特征值和特征向量是精确的，其他复模态的结果应通过跟踪相应复频率的迭代计算得出。

如果给定折减频率 K 值，用上述同时迭代方法可求解出系统复模态的特征值 $-s^2$ 和相应的特征向量 \mathbf{R} ，且

$$s = (-\xi + i)\omega, \quad \mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{b}i \quad (3.29)$$

这里的特征向量 \mathbf{R} 就是该系统复模态的形态。在任意复模态形态中，各节点自由度位移的振动幅值和相位为

$$|R_k| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \phi_k = \tan^{-1}(b_k/a_k) \quad (3.30)$$

类似于多模态颤振分析，从系统的复模态特性中可辨别出颤振状态。同样，为了寻找到最低颤振临界风速，可采用简单的单参数自动搜索过程。

通过计算出颤振复模态形态在各结构固有模态下的广义坐标，可以了解颤振特征运动中各结构固有模态的参与情况。由于

$$\mathbf{R}_f = \Phi \mathbf{q}_f \quad (3.31)$$

在上式两边左乘矩阵 $\Phi^T \mathbf{M}$ ，得

$$\mathbf{q}_f = \Phi^T \mathbf{M} \mathbf{R}_f = \bar{\mathbf{a}}_f + \bar{\mathbf{b}}_f i \quad (3.32)$$

因而在颤振复模态形态中， k 阶结构固有模态振动的参与幅值和相位为

$$|q_{fk}| = \sqrt{\bar{a}_{fk}^2 + \bar{b}_{fk}^2}; \quad \phi_{fk} = \tan^{-1}(\bar{b}_{fk}/\bar{a}_{fk}) \quad (3.33)$$

在实际大跨度桥梁的颤振分析中，一般从低到高地搜索折减风速确定颤振临界状态。在第一个折减风速时，复频率的初值可取为 $s = (-\xi_0 + i)\omega_0$ (其中 ξ_0 、 ω_0 分别为被跟踪模态的结构阻尼比和固有圆频率)， \mathbf{R}_k 的初值通常设为结构前 m 阶固有模态的形态。考虑到系统的复模态特性随折减风速连续地变化，在每级折减风速下广义特征值计算时，特征值和特征向量的初值取为上一级折减风速复模态的收敛结果。由于系统复模态特性的收敛结果总是下一级折减风速下复模态特性的较好近似，这样将使得迭代收敛速度加快。

用有限元分析大跨度桥梁的颤振问题时，结构整体刚度矩阵 \mathbf{K} 是正定的，而总的复矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 一般是半正定。并且矩阵 \mathbf{K} 和 $\tilde{\mathbf{M}}$ 都按带宽压缩方式存储。由于该同时迭代方法对矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 无特别要求，一般有限元形成的矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 可直接应用。在求解同时迭代方法中第1步

的方程组时,对矩阵 \mathbf{K} 的 LDL^T 三角分解只需进行一次,以下的计算都仅包括回代过程。因而第 1 步的计算过程与通常的有限元过程非常类似,且所需内存和计算量均较小。除第 1 步外的计算都是在 m 维的子空间中进行,所以计算是高效的。

总之,在大跨度桥梁颤振全阶分析中应用上述同时迭代方法求解部分广义特征值和特征向量,不仅计算过程简单实用,而且计算效率较高。

在大跨度桥梁耦合颤振分析中,结构阻尼的影响应该精确地考虑。为保持矩阵带宽压缩存储的特点,结构阻尼矩阵采用如下的瑞利正交形式

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3.34)$$

其中 α 和 β 是待定的比例系数,由结构固有模态阻尼比和圆频率确定。

通常情况下,桥梁结构的各固有模态阻尼比和圆频率均认为是已知的。根据结构瑞利阻尼和模态阻尼的一致性,可得到如下方程组^[164]

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_2} & \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

其中 ξ_i 和 $\omega_i (i=1,2)$ 分别为结构两个固有模态的阻尼比和圆频率。

在已知各固有模态阻尼比和圆频率的情况下,通过以上方程组可求解出瑞利阻尼的比例系数。值得注意的是,用上述同时迭代法跟踪系统的某一阶复模态特性时,应该采用该复模态所对应的初始固有模态的阻尼比和圆频率来计算瑞利阻尼的比例系数。而且,如果该初始固有模态与其它固有模态耦合程度较强,则式(3.35)中的另一阶结构固有模态应选为耦合程度最强的固有模态;否则,对另一阶结构固有模态的选用无特殊要求。比如大跨度桥梁结构经常发生耦合颤振,即一阶对称扭转模态和一阶对称竖弯模态耦合,那么用同时迭代法跟踪系统的这两阶复模态特性时,应该采用这两阶固有模态的阻尼比和圆频率计算瑞利阻尼的比例系数。反对称耦合颤振的情况也应类似处理。

3.4 算例分析

结合上述的颤振分析方法,笔者编制了大跨度桥梁结构三维颤振分析模块,现已装入软件系统 AutoFBA(Automatic Flutter and Buffeting Analysis),它能考虑静风作用下结构的非线性变形和内力。为了验证本文方法和程序模块的可靠性和有效性,对几个典型结构进行了颤振分析:具有理想平板断面的简支梁结构、主跨跨度 1385 米的江阴长江大桥和主跨跨度 602 米的杨浦大桥,分析中同时采用了多模态和全阶分析方法。

这里暂时都不考虑静风荷载引起的结构几何非线性和气动非线性,在后面的第六章将讨论这些非线性因素的影响。

3.4.1 具有理想平板截面的简支梁

由于理想平板截面的气动力有理论表达式,采用该算例主要是为了验证本文颤振分析

方法的可靠性。该简支梁长 $L = 300\text{m}$ ，宽 $B = 40\text{m}$ ，两端扭转自由度均固定。平板断面竖向和横向弯曲刚度分别为 $EI_z = 2.1 \times 10^6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^4$ ， $EI_y = 1.8 \times 10^7 \text{ MPa} \cdot \text{m}^4$ ，扭转刚度 $GI_t = 4.1 \times 10^5 \text{ MPa} \cdot \text{m}^4$ 。每延米长度质量 $m = 20,000 \text{ kg/m}$ ，质量惯矩 $I_m = 4.5 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{m}$ ，空气密度 $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ 。结构模态阻尼比均假设为零。

作用在理想平板上的自激气动力采用 Theodorsen 函数表示，即 $C(k) = F(k) + iG(k)$ ，其中的函数可近似为 R. T. Jones 的表达式^[165]

$$F(k) = 1 - \frac{0.165}{1 + \left(\frac{0.0455}{k}\right)^2} - \frac{0.335}{1 + \left(\frac{0.03}{k}\right)^2} \quad (3.36a)$$

$$G(k) = -\frac{0.165 \times 0.0455/k}{1 + \left(\frac{0.0455}{k}\right)^2} - \frac{0.335 \times 0.03/k}{1 + \left(\frac{0.03}{k}\right)^2} \quad (3.36b)$$

式中， $k = \omega b/U = K/2$ 。则理想平板的颤振导数 H_i^* 和 A_i^* ($i=1\sim 4$) 可从该函数中确定^[104]

$$4H_1^* = \frac{-2\pi F}{k}; \quad 8H_2^* = \frac{-\pi}{k} \left(1 + F + \frac{2G}{k}\right) \quad (3.37a)$$

$$8H_3^* = \frac{-2\pi}{k^2} \left(F - \frac{kG}{2}\right); \quad 4H_4^* = 2\pi \left(\frac{1}{2} + \frac{G}{k}\right) \quad (3.37b)$$

$$8A_1^* = \frac{\pi F}{k}; \quad 16A_2^* = \frac{\pi}{k} \left(\frac{G}{k} + \frac{F-1}{2}\right) \quad (3.37c)$$

$$16A_3^* = \frac{\pi}{k^2} \left(F - \frac{kG}{2} + \frac{k^2}{8}\right); \quad 8A_4^* = \frac{-\pi G}{k} \quad (3.37d)$$

图 3.4 显示了该理想平板断面的颤振导数。

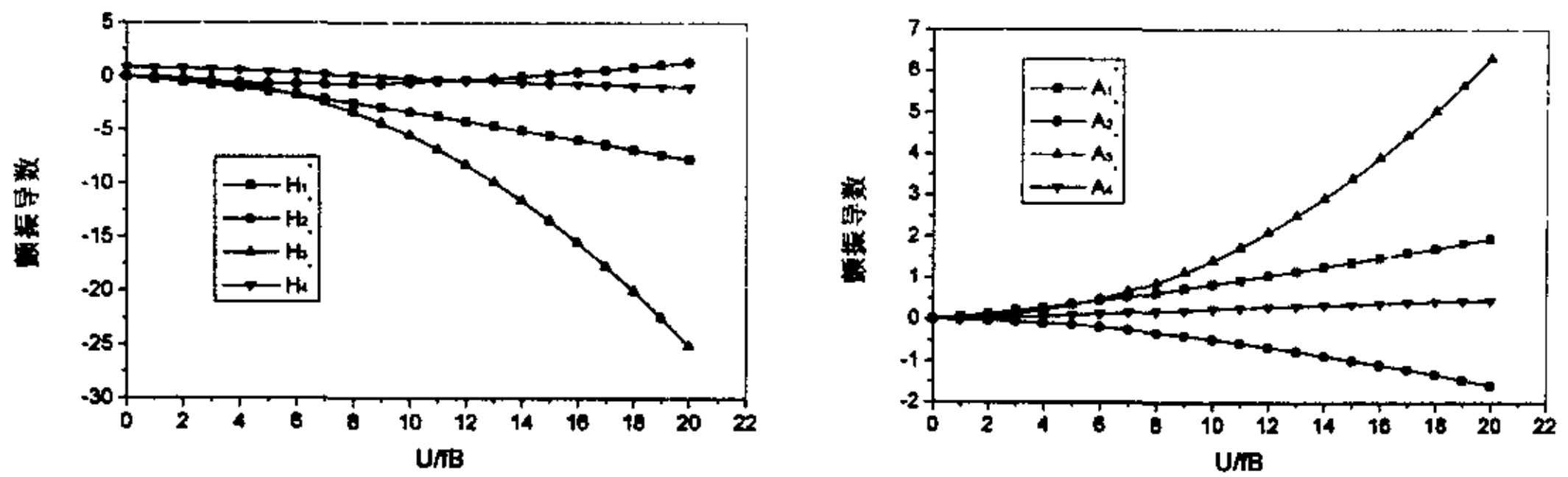


图 3.4 理想平板断面的颤振导数 H_i^* 和 A_i^*

为了进行有限元分析，将简支梁划分成 30 个单元。首先对该简支梁结构进行了自振特性分析，计算出结构的前 10 阶固有模态特性，见表 3.2 所示。并对该前 10 阶固有模态进行了 Sturm 序列检查。

分别用上述颤振多模态和全阶分析方法对该简支梁结构的颤振问题进行了分析，计算结果列于表 3.3。在颤振多模态分析中，采用了自振特性分析的前 10 阶固有模态作为参与模态。表 3.3 中同时给出了其他颤振分析方法的计算结果，其中的精确解由解析方法提供。

可见，用本文多模态方法分析的颤振结果与全阶分析方法的结果非常接近，并且它们均与精确解吻合良好。图 3.5、3.6 分别给出了前 10 阶系统复模态的圆频率和阻尼比随折减风速而变化的情况。

表 3.2 简支梁结构的固有模态特性

模态号	频率(Hz)	周期(s)	模 态 特 征
1	0.1788	5.592	一阶对称竖向弯曲
2	0.4054	2.467	一阶对称横向弯曲
3	0.5028	1.989	一阶对称扭转
4	0.7153	1.398	一阶反对称竖向弯曲
5	1.0043	0.9957	一阶反对称扭转
6	1.1176	0.8948	一阶反对称横向弯曲
7	1.5031	0.6653	二阶对称横向弯曲
8	1.6095	0.6213	二阶对称扭转
9	1.9976	0.5006	二阶对称竖向弯曲
10	2.1906	0.4565	二阶反对称扭转

表 3.3 简支梁颤振分析结果的比较($\xi=0.0$)

分析结果 分析方法	颤振风速(m/s)	颤振频率(Hz)
pK-F 方法 ^[190]	139.15	0.3789
多模态自动分析方法	139.78	0.3800
全阶分析方法	139.79	0.3800
精确解	139.9	0.3801

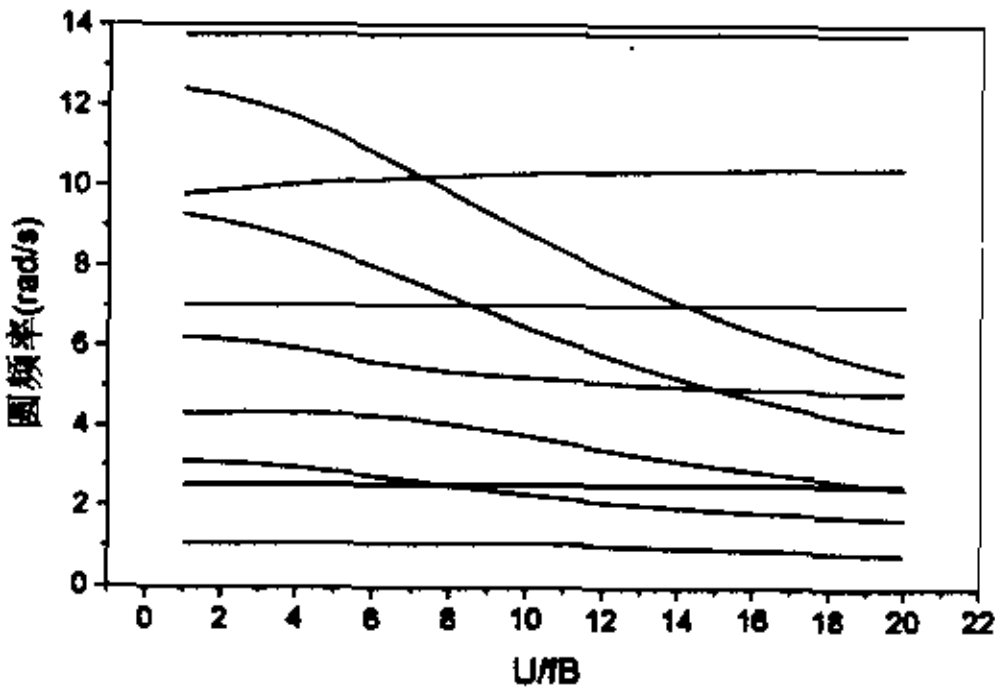


图 3.5 系统复模态频率的变化曲线

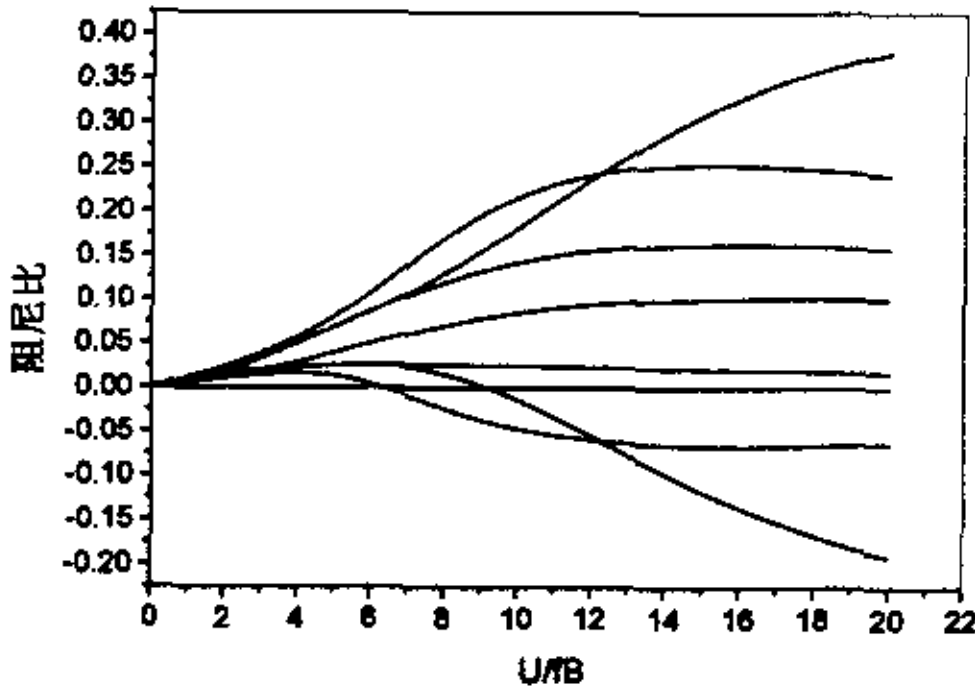


图 3.6 系统复模态阻尼比的变化曲线

3.4.2 江阴长江大桥颤振分析

江阴长江大桥是我国目前建成的最大跨度悬索桥，主跨跨度为 1385 米，见图 3.7 所示。主梁为宽 36.9 米，高 3.0 米的扁平状闭口钢箱梁，见图 3.8。主缆相距 32.5 米，吊杆间距为 16 米，矢跨比为 1/10.5。桥塔为门式框架结构，南北桥塔高分别为 187 米和 184 米。桥

面设置为 $R=27710$ 米的竖曲线。

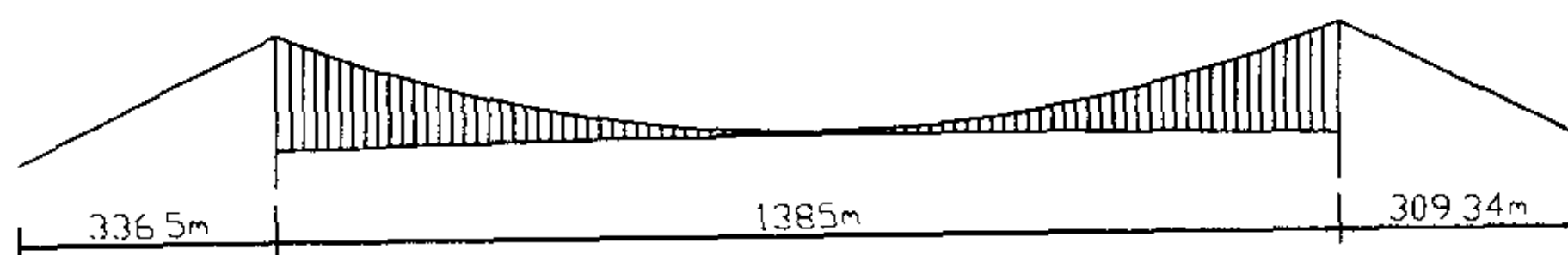


图 3.7 江阴长江大桥总体布置图

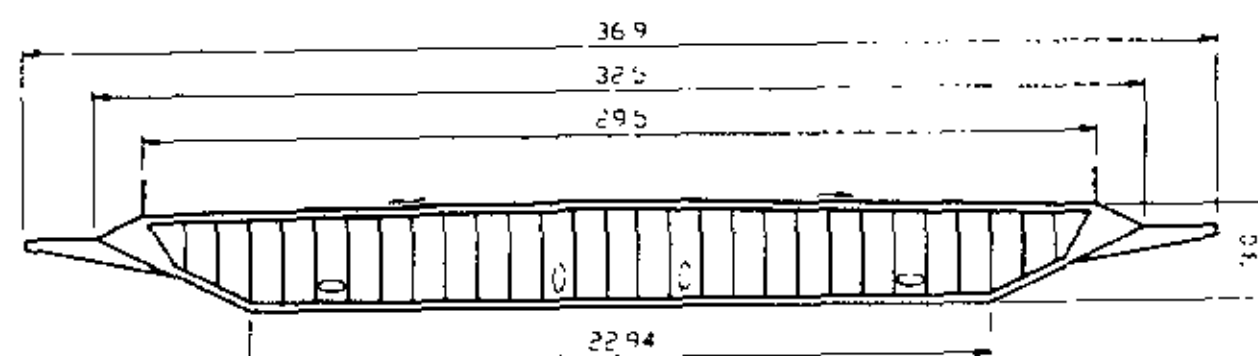
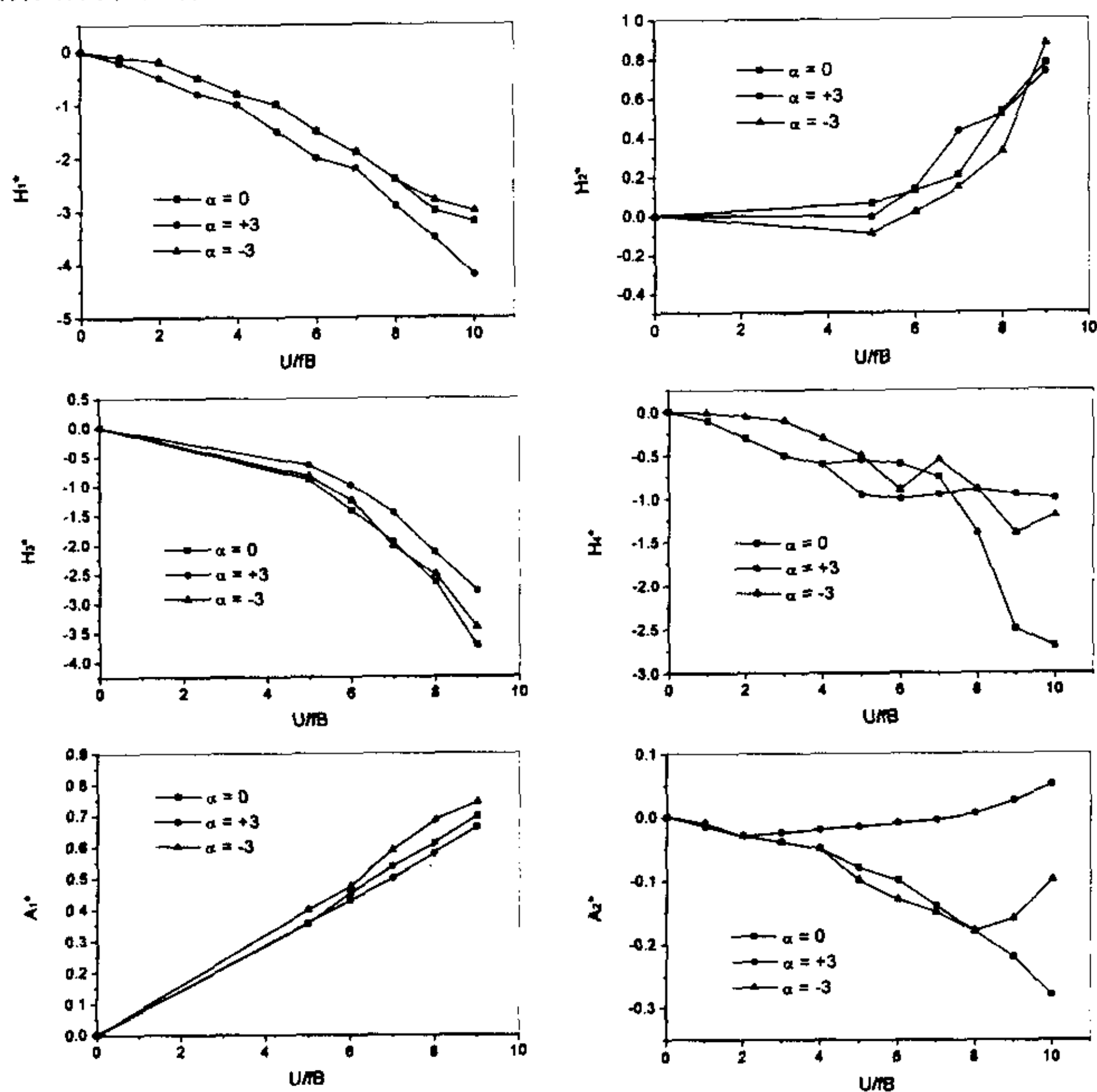


图 3.8 江阴长江大桥主梁横断面图

在桥梁节段模型风洞试验中，对具有竖弯和扭转两自由度的节段模型测定了其不同攻角下的颤振导数，即 H_i^* 和 A_i^* ($i=1\sim4$)，见图 3.9。并在均匀流场中测量了该模型各攻角下的静力三分力系数。由于与横向振动相关的颤振导数无试验结果，以下将按拟静力理论采用。桥梁结构各固有模态的结构阻尼比均取为 0.005。



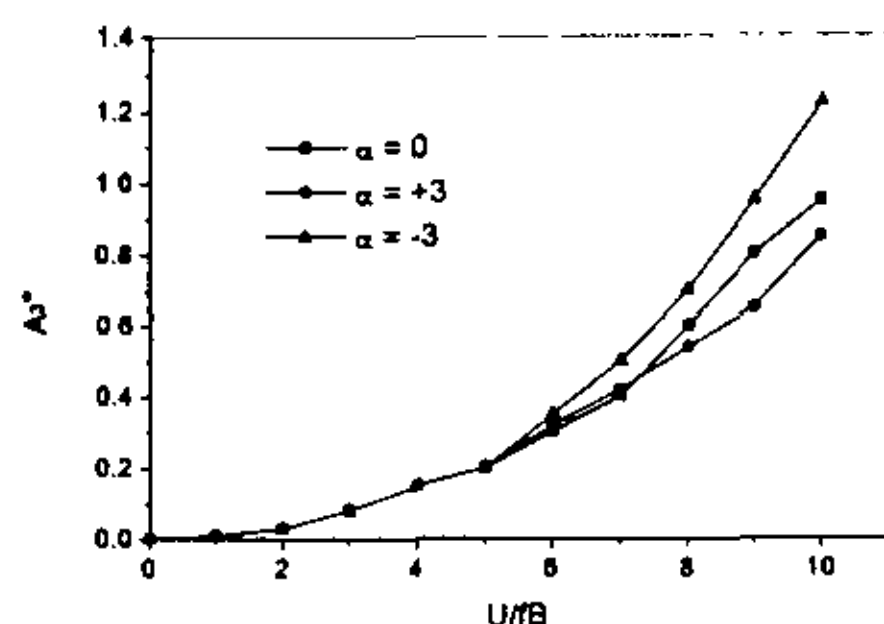


图 3.9 江阴大桥断面颤振导数 H_1^* 和 A_1^*

根据设计资料，建立了用于颤抖振分析的江阴长江大桥有限元空间计算模型。桥面主梁和桥塔采用空间梁单元，主梁简化为鱼骨式模型，主缆和吊杆部分均采用杆单元。通过对主缆和吊杆初始内力的调整，按照悬索桥成桥状态主梁不受力的条件，可得出该悬索桥的成桥初始内力状态。

根据上述的桥梁成桥初始内力状态，采用 Lanczos 方法计算了该模型的前 50 阶结构固有模态，表 3.4 列出了其中主梁的主要振动模态。由于结构较为复杂，为防止自振特性分析时可能出现的模态丢失现象，对前 50 阶模态进行了 Sturm 序列检查，没有发现任何丢失的固有模态。

表 3.4 江阴长江大桥主梁的主要振动模态

模态号	频率(Hz)	特 征	模态号	频率(Hz)	特 征
1	0.0516	S-L-1	15	0.2730	S-T-1
2	0.0891	A-V-1	16	0.3107	A-V-4
3	0.1237	A-L-1	27	0.3707	S-V-4
4	0.1316	A-V-2	30	0.4132	S-T-2
5	0.1338	S-V-1	31	0.4322	A-V-5
6	0.1883	S-V-2	36	0.4990	S-V-5
7	0.2005	A-V-3	38	0.5304	A-T-2
12	0.2468	S-L-2	41	0.5690	A-V-6
13	0.2583	S-V-3	44	0.6444	S-V-6
14	0.2677	A-T-1	45	0.6640	S-T-3

注:1、S—Symmetric; A—Antisymmetric; V—Vertical; L—Lateral; T—Torsion

这里着重分析在零攻角时该悬索桥的耦合颤振问题。并且为了进行比较，分析中同时采用了上述的多模态颤振自动分析方法和颤振全阶分析方法，以下将分别进行论述。在零攻角下，该桥面主梁的静风力系数分别为 $C_D = 0.0697$ ， $dC_D/d\alpha = -0.1724$ ， $C_L = -0.128$ 和 $C_M = -0.0074$ 。

首先介绍该悬索桥的多模态颤振分析情况。作为实桥算例，为了验证本文多模态颤振自动分析方法和程序模块的可靠性，对同样的颤振工况同时用本文多模态方法和 pK-F 法进

行分析。选取固有模态 5、6 和 15 作为颤振的参与模态。两种方法的分析结果均列于表 3.5。从表中可见，两套分析结果非常吻合，说明本文多模态方法和程序模块是可靠的。

表 3.5 不同颤振分析方法计算结果的比较

分析方法	颤振风速(m/s)	颤振频率(Hz)
pK-F 法 ^[190]	66.8	0.241
本文多模态方法	67.03	0.2386

考虑到该多模态颤振分析方法不受参与模态数量方面的限制，采用了自振特性分析的所有前 50 阶模态作为颤振的参与模态。在颤振导数的折减风速范围内进行自动搜索，共找到了 5 个颤振临界状态，列于表 3.6。最低的颤振临界风速为 67.64m/s，相应的颤振频率为 0.2379Hz。通过全桥模型风洞试验，确定该桥的颤振临界风速为 67m/s，颤振频率为 0.22Hz^[175]，因而本文多模态颤振分析的结果与全桥模型试验基本上吻合。该颤振临界状态起源于一阶对称扭转模态，为明显的耦合颤振。分析结果表明，对于这种典型的大跨度悬索桥来说，颤振出现在一阶对称扭转模态，反对称扭转模态的颤振临界风速略高。

图 3.10、3.11 分别绘出了主要复模态的圆频率和阻尼比随折减风速而变化的曲线。为了便于区分，图中对部分模态的复模态特性采用了虚线表示。从图中可以看出，该颤振分析方法不受频率交叉现象的限制。在颤振运动中，桥面主梁竖向、横向和扭转位移的振幅见图 3.12 所示，并且各自由度响应之间存在着相位差。从图中可以看出，该悬索桥的颤振是以对称扭转振动为主的耦合颤振，竖弯振动在颤振运动中有较大程度的参与。此外，主梁的横向振动模态虽然也参与了颤振运动，但参与程度较小。

为便于理解颤振临界状态下的特征运动，图 3.13、3.14 分别给出了一阶对称扭转颤振和反对称扭转颤振的复模态中各结构固有模态参与的相对幅值、能量百分比和相位的比较情况。从图中可以发现，在对称扭转颤振中，固有模态 5、6 和 15（对应为一阶对称竖弯和二阶对称竖弯、一阶对称扭转模态，主梁振动形态见图 3.15）为颤振的主要参与模态；在反对称扭转颤振中，固有模态 2、4 和 14（对应为一阶反对称竖弯和二阶反对称竖弯、一阶反对称扭转模态，主梁振动形态见图 3.16）则为颤振的主要参与模态，且它们之间都存在着明显的相位差。该悬索桥的对称和反对称颤振的临界状态都是为以扭转为主的耦合颤振。

表 3.6 颤振临界状态自动搜索结果

颤振临界状态	折减风速(U/FB)	颤振临界风速(m/s)	颤振频率(Hz)	初始固有模态特征
1	7.706	67.64	0.2379	一阶对称扭转
2	8.885	73.31	0.2236	二阶对称扭转
3	8.732	111.47	0.3460	三阶对称扭转
4	9.063	149.50	0.4470	一阶反对称扭转
5	9.115	187.37	0.5571	二阶反对称扭转

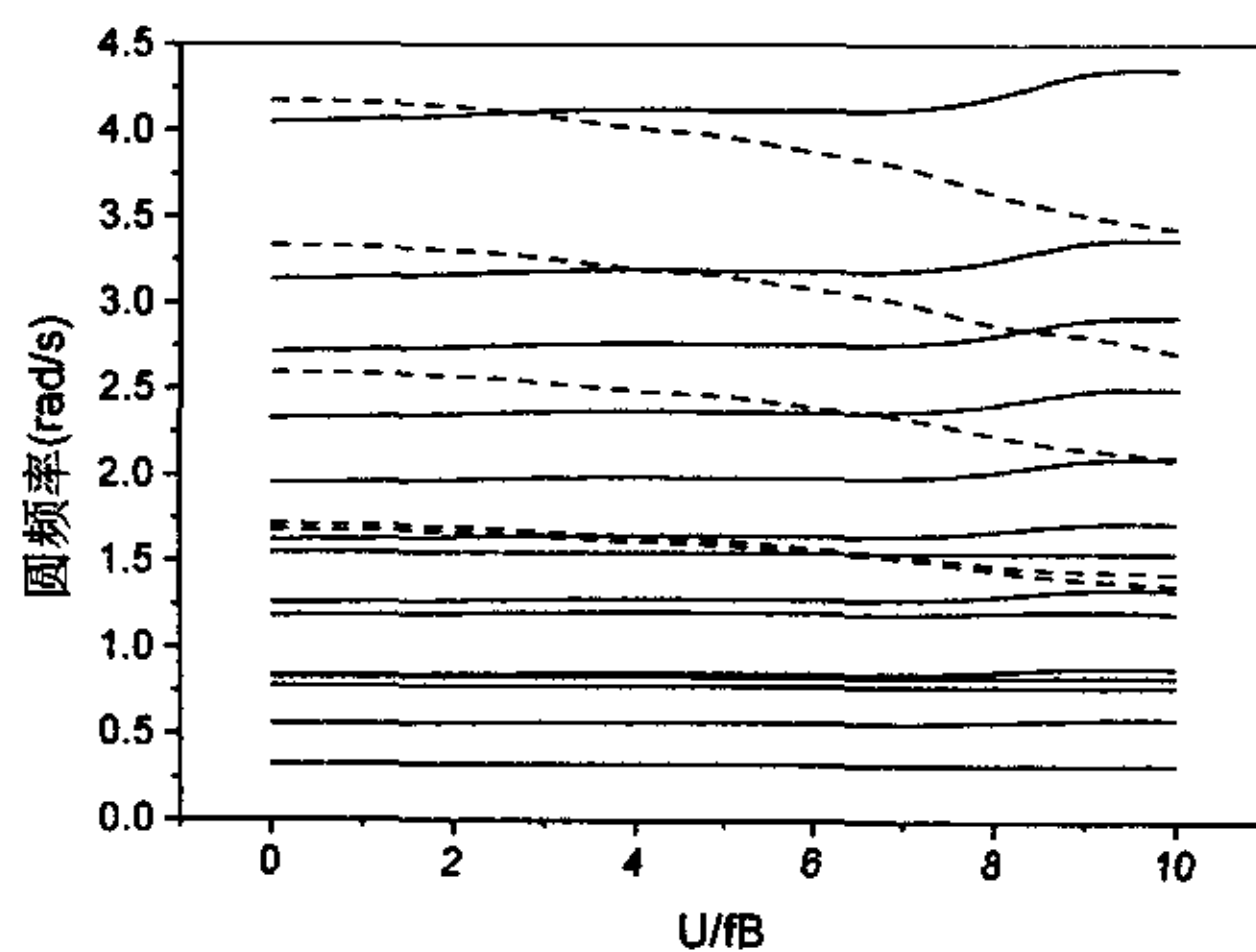


图 3.10 系统主要复模态圆频率随折减风速的变化曲线

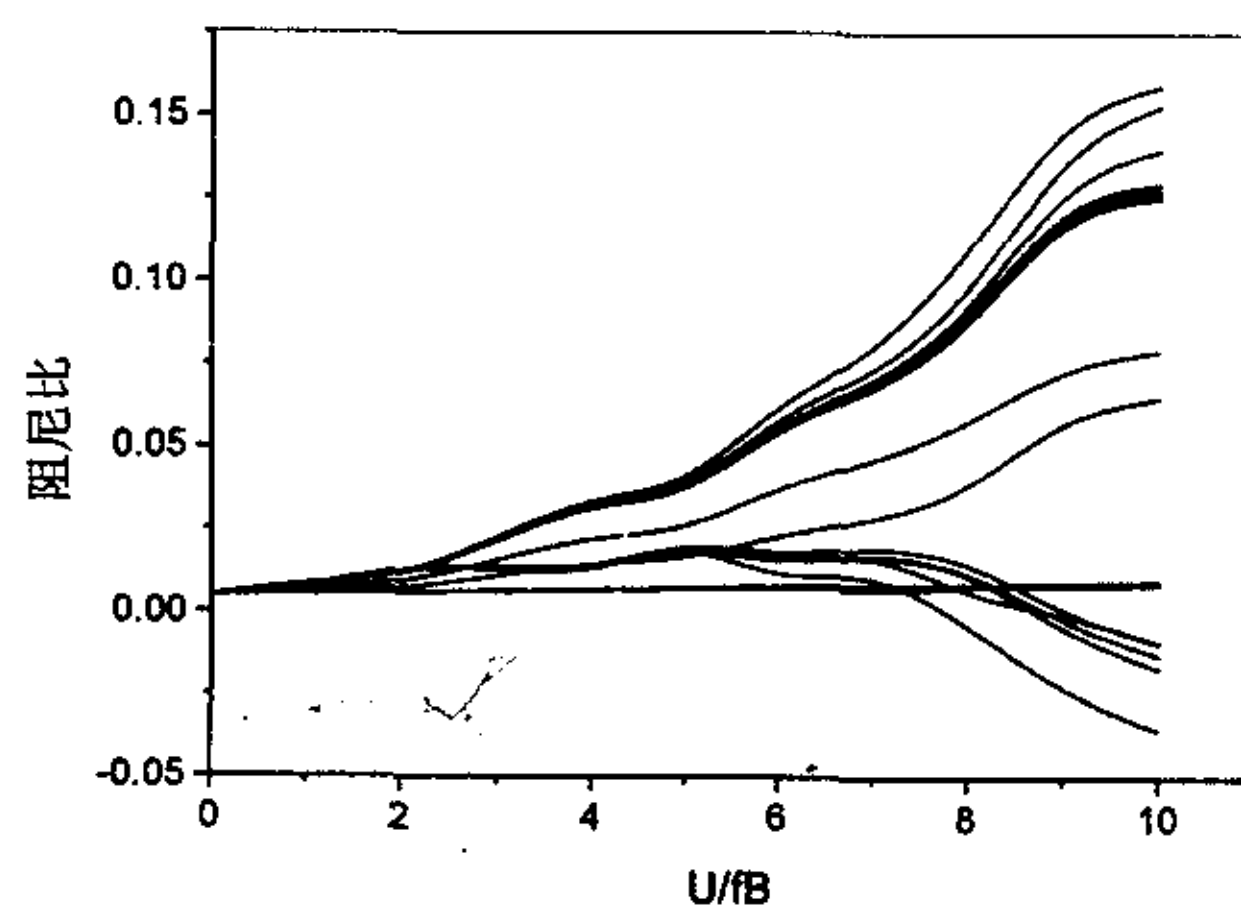


图 3.11 系统主要复模态阻尼比随折减风速的变化曲线

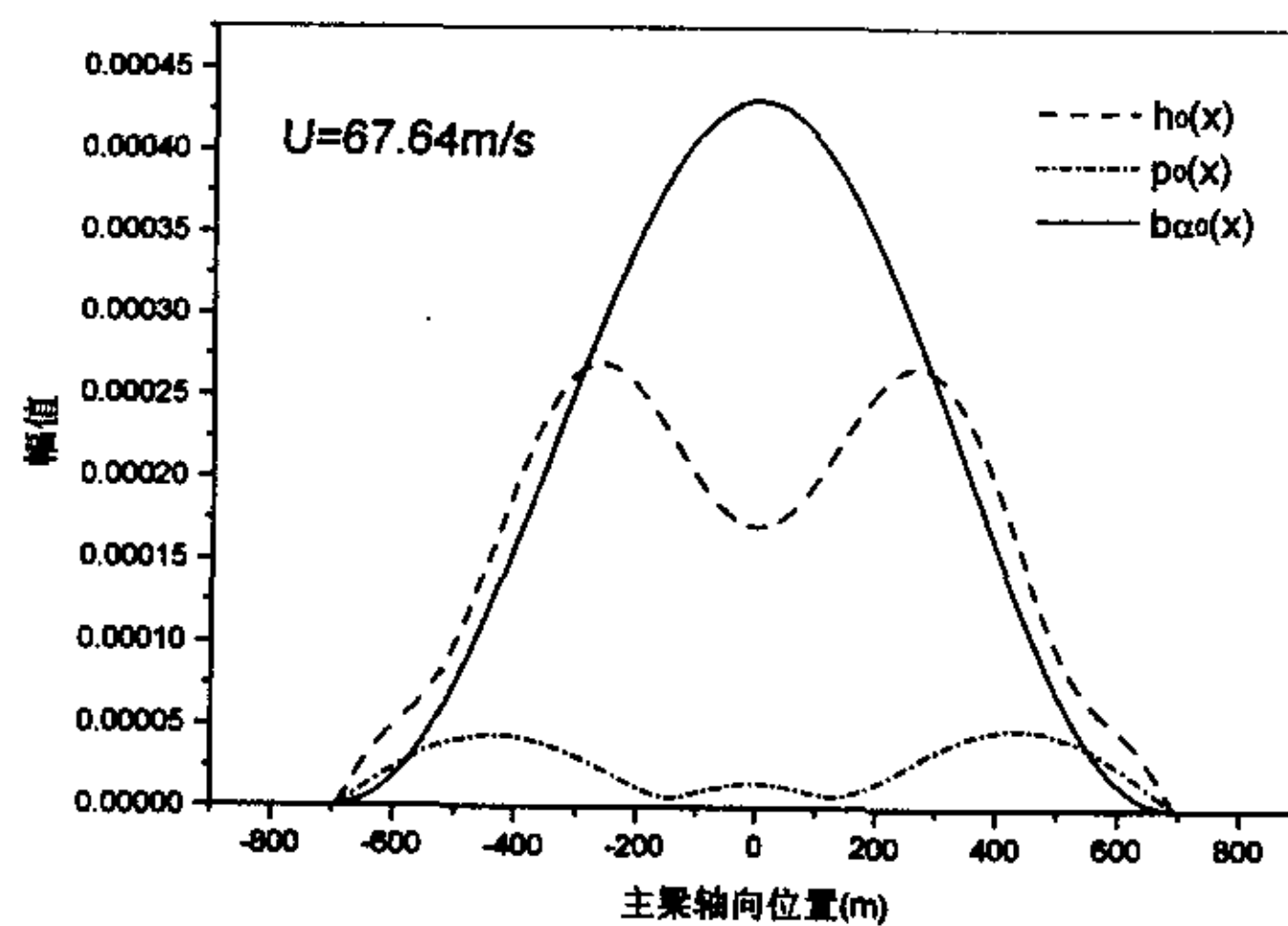


图 3.12 颤振运动中桥梁主梁各方向位移的振幅

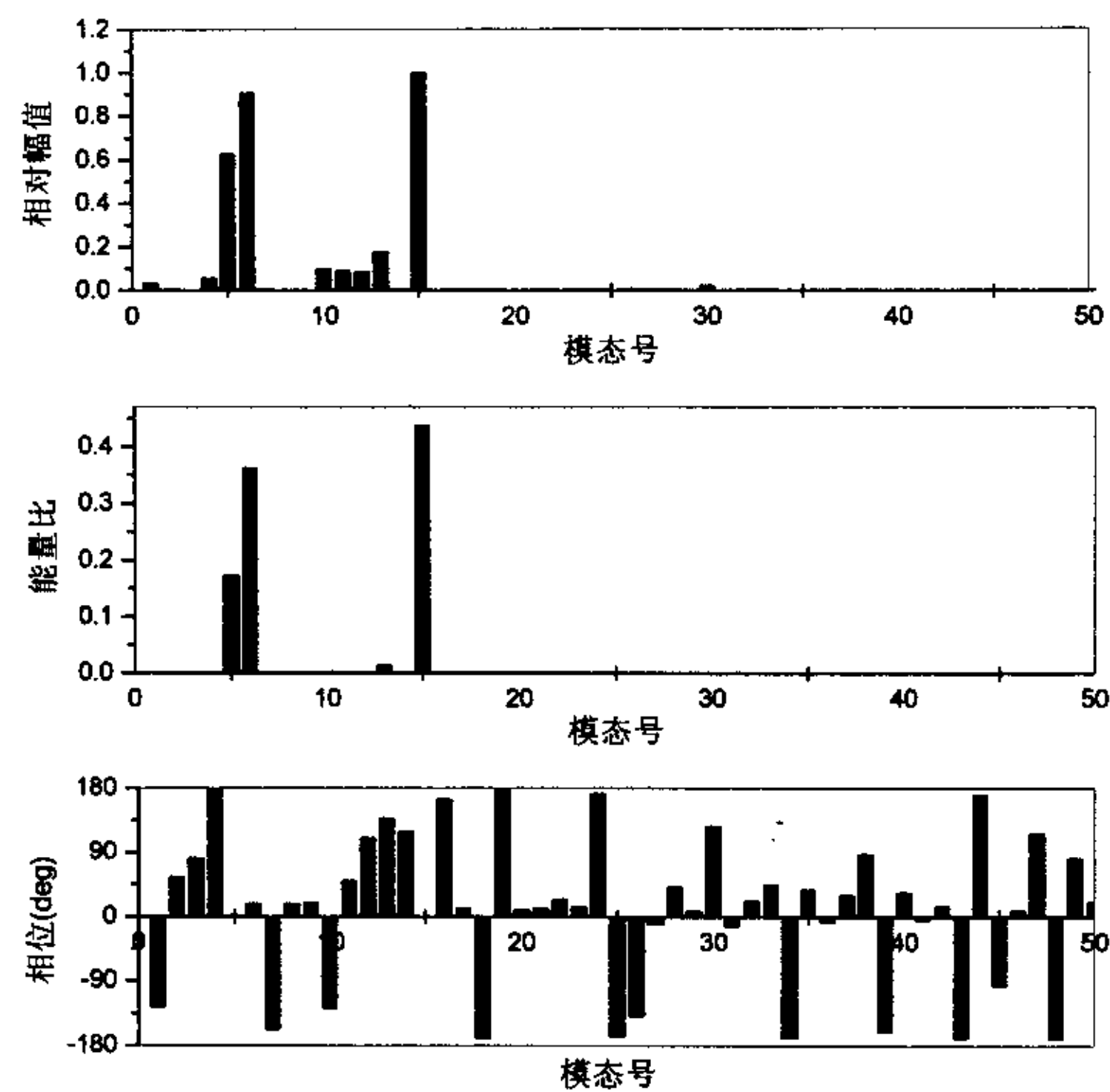


图 3.13 对称扭转颤振复模态中各固有模态的参与情况

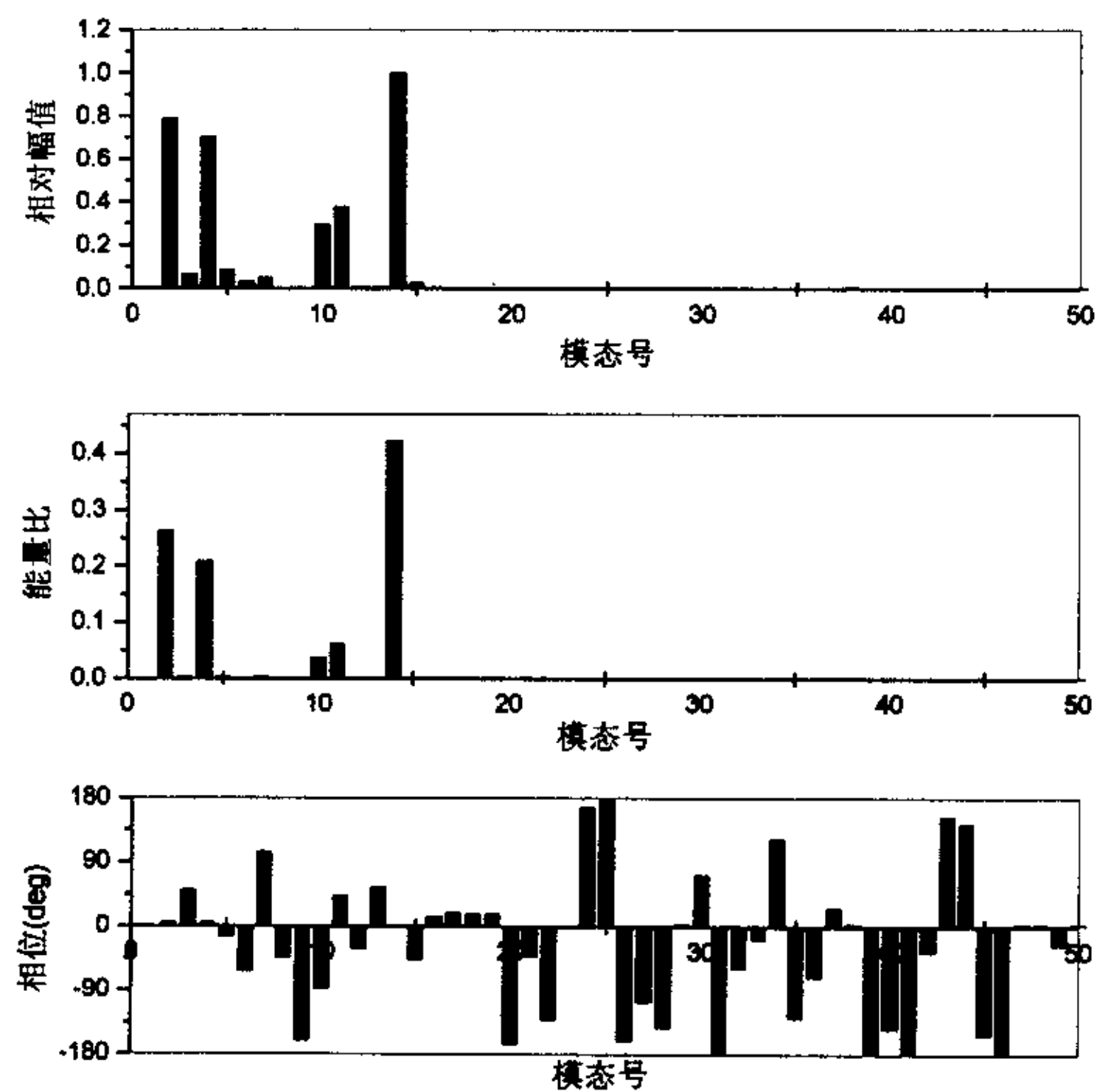


图 3.14 反对称扭转颤振复模态中各固有模态的参与情况

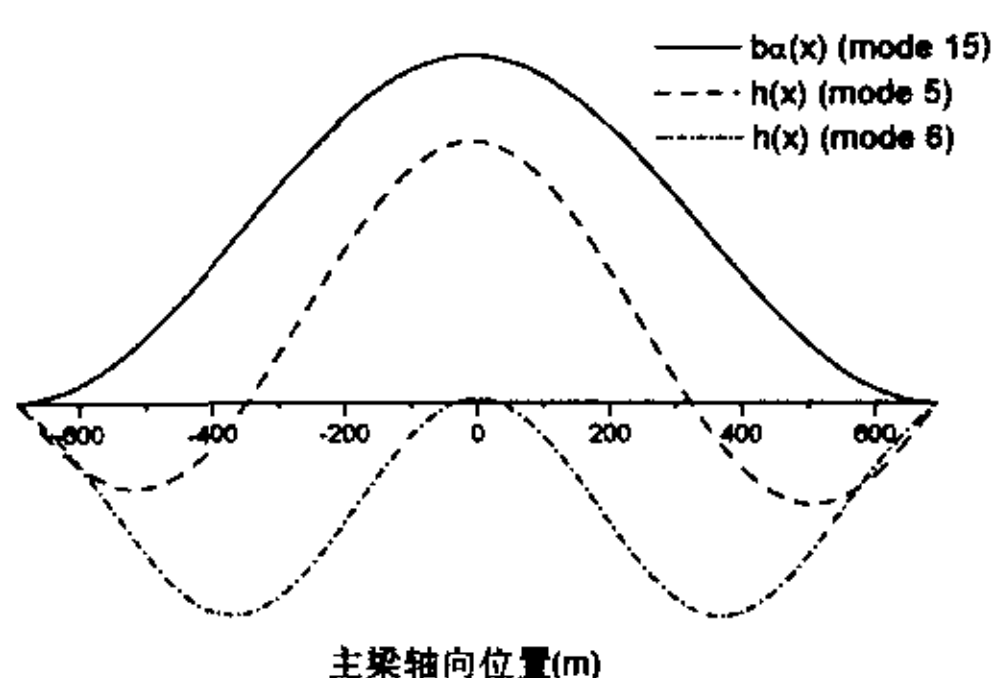


图 3.15 对称扭转颤振中主要参与模式的主梁振动形态

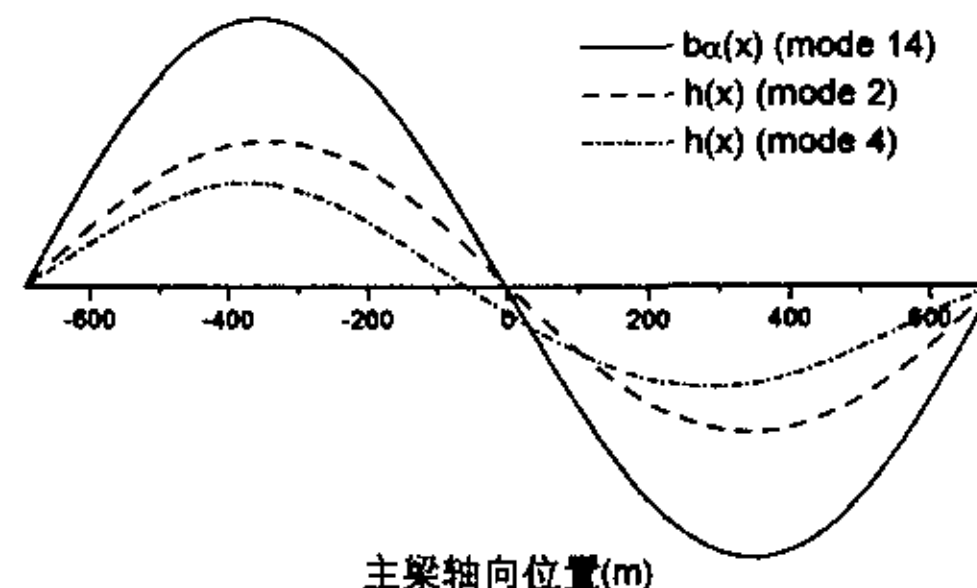


图 3.16 反对称扭转颤振中主要参与模式的主梁振动形态

用该多模态颤振分析方法同样可以进行模态组合时的颤振分析。不同模态组合时颤振分析结果见表 3.7 所示。值得注意的是，分析结果也发现，高阶模态的参与有可能表现为正、负效应。但对颤振临界风速的影响不大，定性的结论尚有待进一步的研究。

表 3.7 不同模态组合时颤振分析结果

模态组合	颤振风速(m/s)	颤振频率(Hz)
5,15	82.57	0.2169
6,15	不发散	—
5,6,15	67.03	0.2386
5,6,13,15	67.35	0.2383
1-15	67.50	0.2380
1-50	67.64	0.2379

同时，用本文提出的颤振全阶分析方法对该悬索桥的耦合颤振问题进行了分析。考虑到大跨度桥梁颤振通常出现在一阶对称或反对称扭转模态，因而首先对这两阶模态进行了跟踪。在颤振导数的测量折减风速范围内进行自动搜索，找出了这两阶模态的颤振临界状态，列于表 3.8。并且，在对其它低阶模态进行的跟踪搜索中没有发现任何颤振临界状态。为了便于比较，表中同时给出了上述多模态颤振分析的对应结果。从表中数据可见，用全阶分析方法同样得出，该悬索桥的颤振临界状态起源于一阶对称扭转模态，为明显的耦合颤振。最低颤振临界风速为 67.64m/s，相应的颤振频率为 0.2378Hz，一阶反对称扭转模态的颤振临界风速略高，它们都与前面的多模态分析结果非常接近。

图 3.17 和 3.18 绘出了前 15 阶系统复模态的圆频率和阻尼比随折减风速而变化的曲线。与图 3.10 和 3.11 进行比较可以发现，两者基本上一致，但非颤振临界状态的阻尼比稍有差别，这是由于多模态颤振自动分析方法中的圆频率近似假设引起的。在颤振运动中，桥梁主梁竖向、横向和扭转位移的相对振幅见图 3.19 所示。可以看出，与图 3.12 中的结果十分吻合。

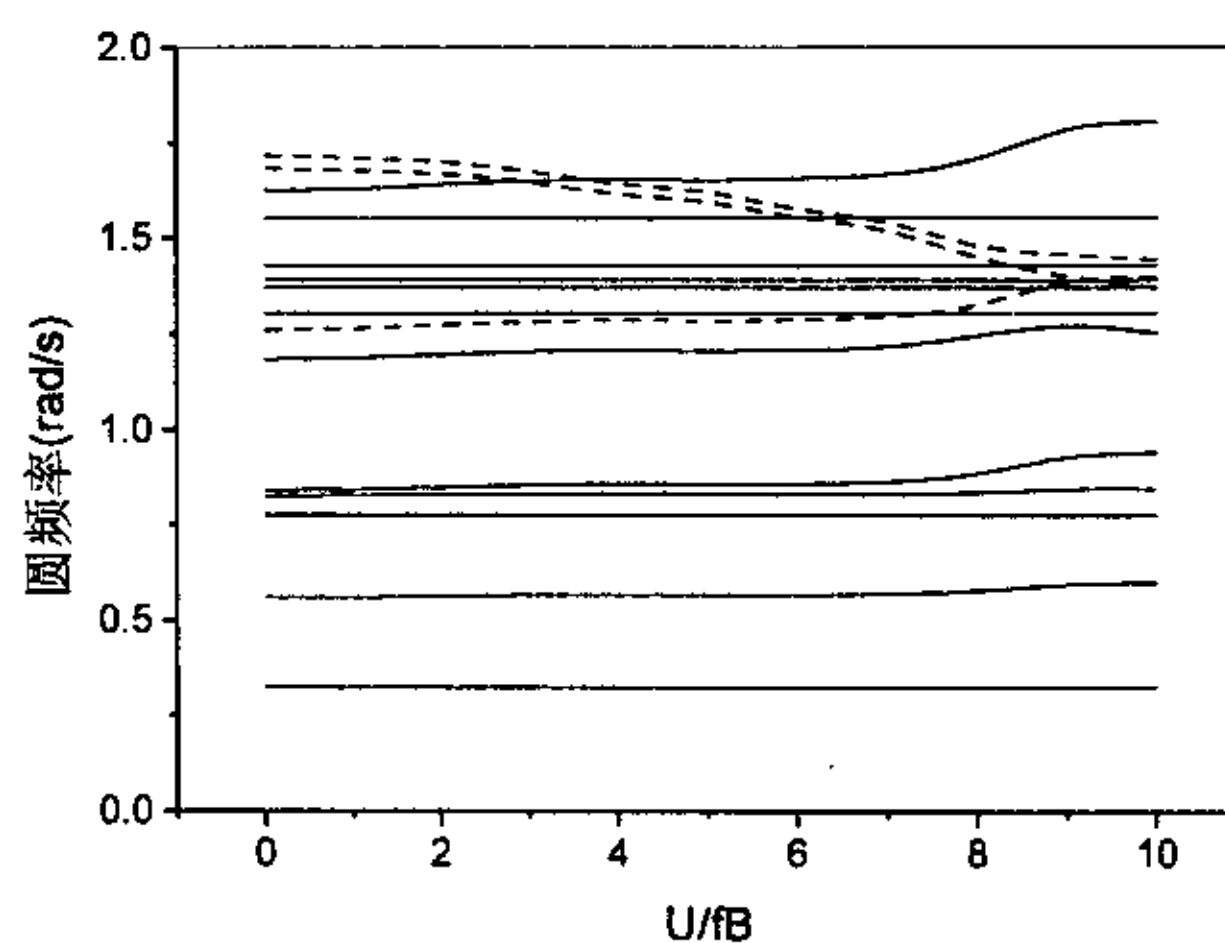


图 3.17 系统前 15 阶复模态圆频率随折减风速的变化曲线

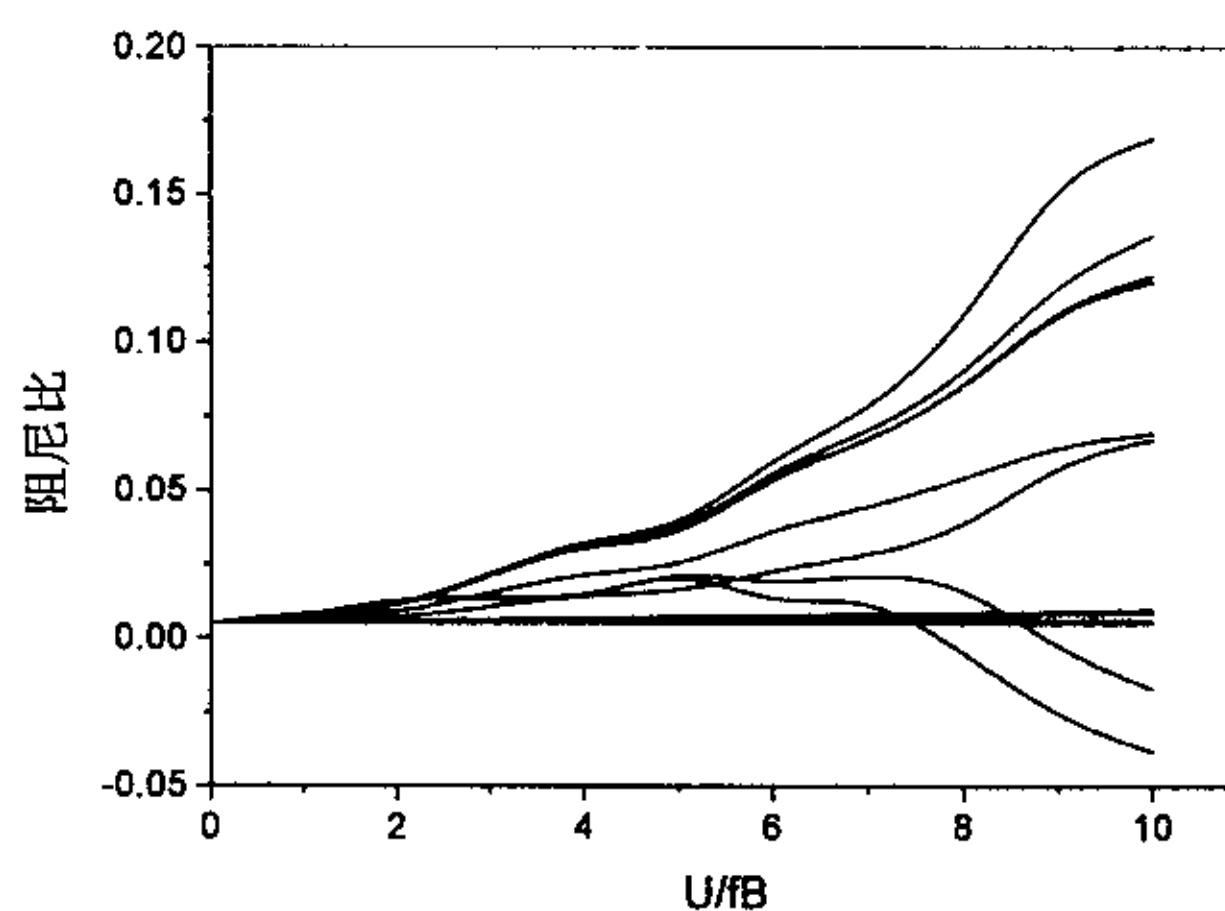


图 3.18 系统前 15 阶复模态阻尼比随折减风速的变化曲线

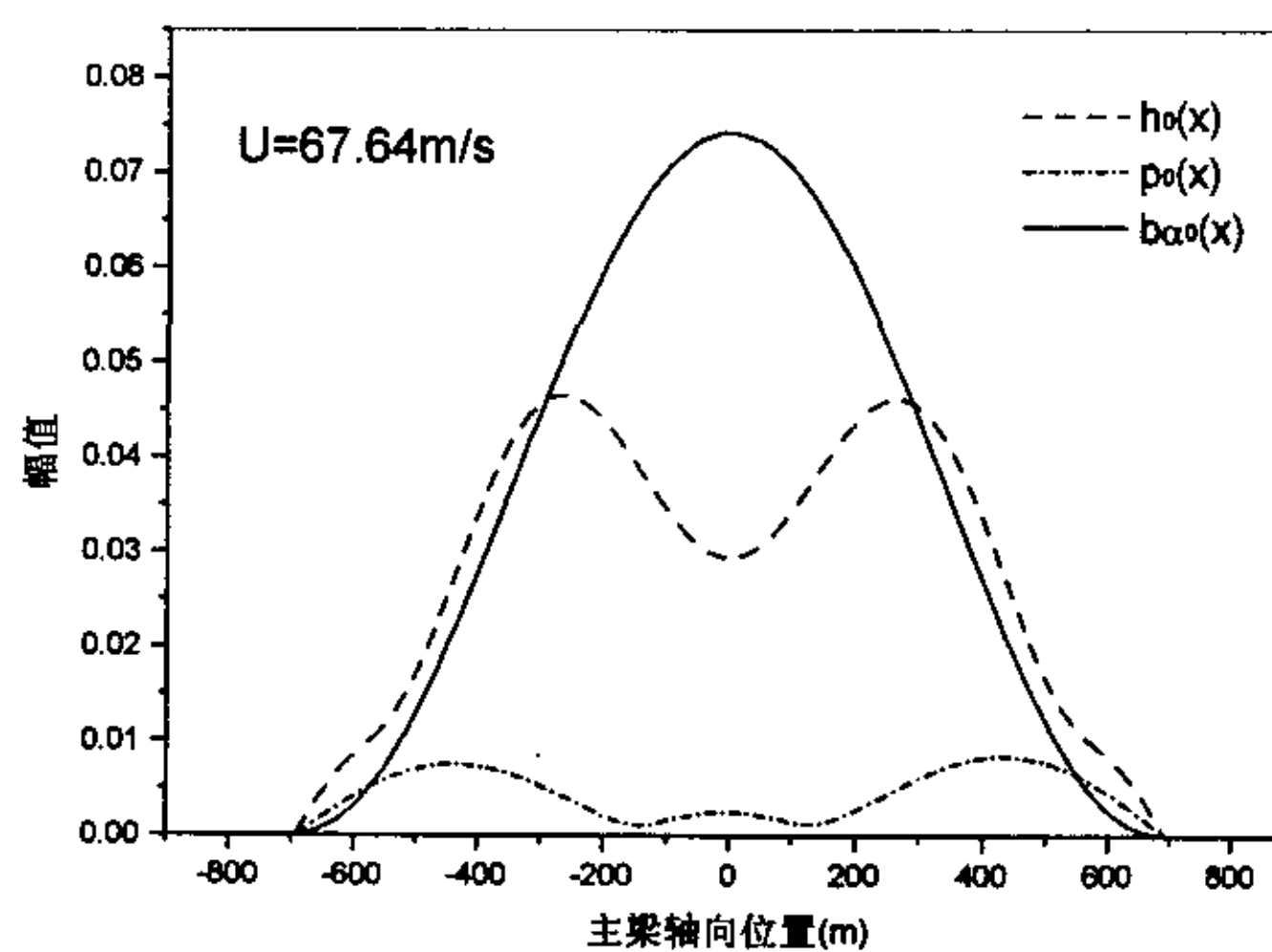


图 3.19 颤振运动中桥梁主梁各方向位移的振幅

表 3.8 江阴长江大桥颤振计算结果的比较

分析方法 结果比较	一阶对称扭转发散		一阶反对称扭转发散	
	多模态方法	全阶方法	多模态方法	全阶方法
颤振风速(m/s)	67.64	67.64	73.31	73.29
颤振频率(Hz)	0.2379	0.2378	0.2236	0.2234
折减风速(U/fB)	7.706	7.707	8.885	8.890

类似于多模态颤振情况，图 3.20、3.21 分别给出了一阶对称扭转颤振和反对称扭转颤振的复模态中各结构固有模态参与的相对幅值、能量百分比和相位的比较情况。从图中可得出与多模态颤振分析类似的结论。

上述桥梁耦合颤振的多模态分析结果与全阶分析结果的比较表明，本文两套方法的颤振分析结果之间具有很好的一致性。这进一步证实了本文颤振多模态分析方法和全阶分析方法及其程序模块的正确性和可靠性。

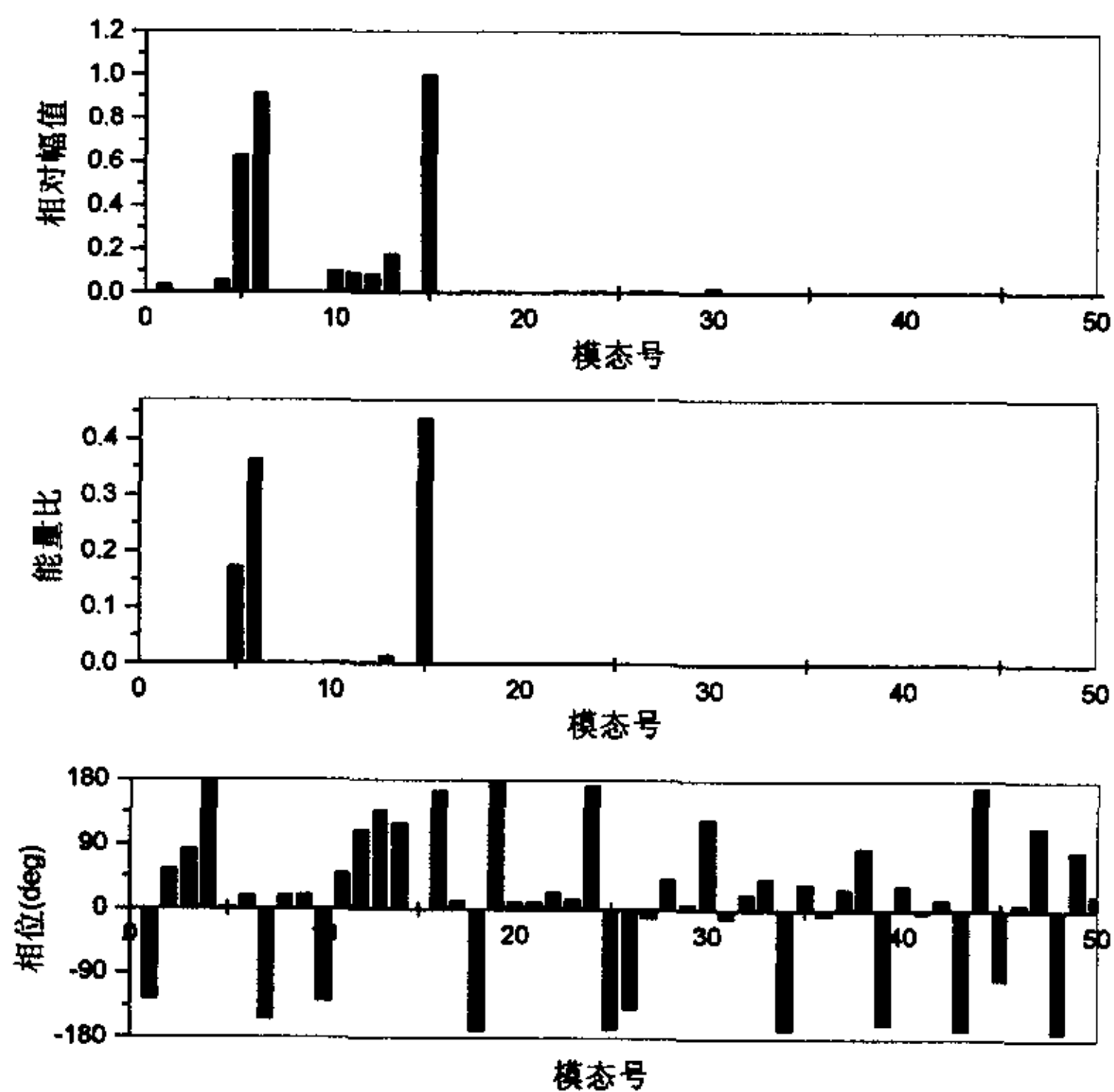
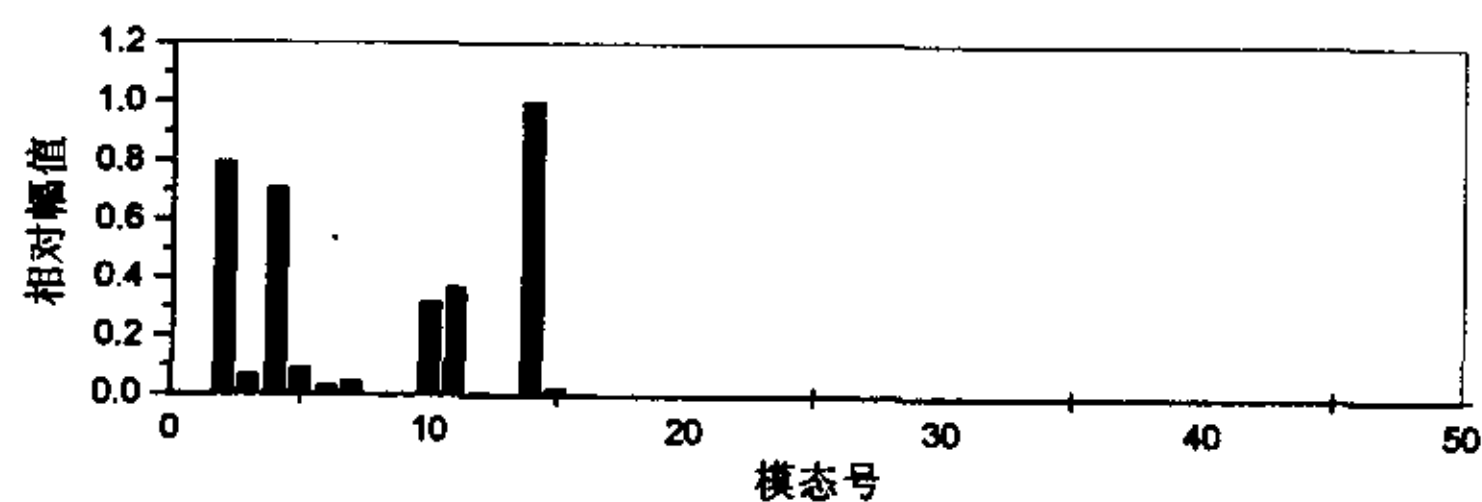


图 3.20 对称扭转颤振复模态中各固有模态的参与情况



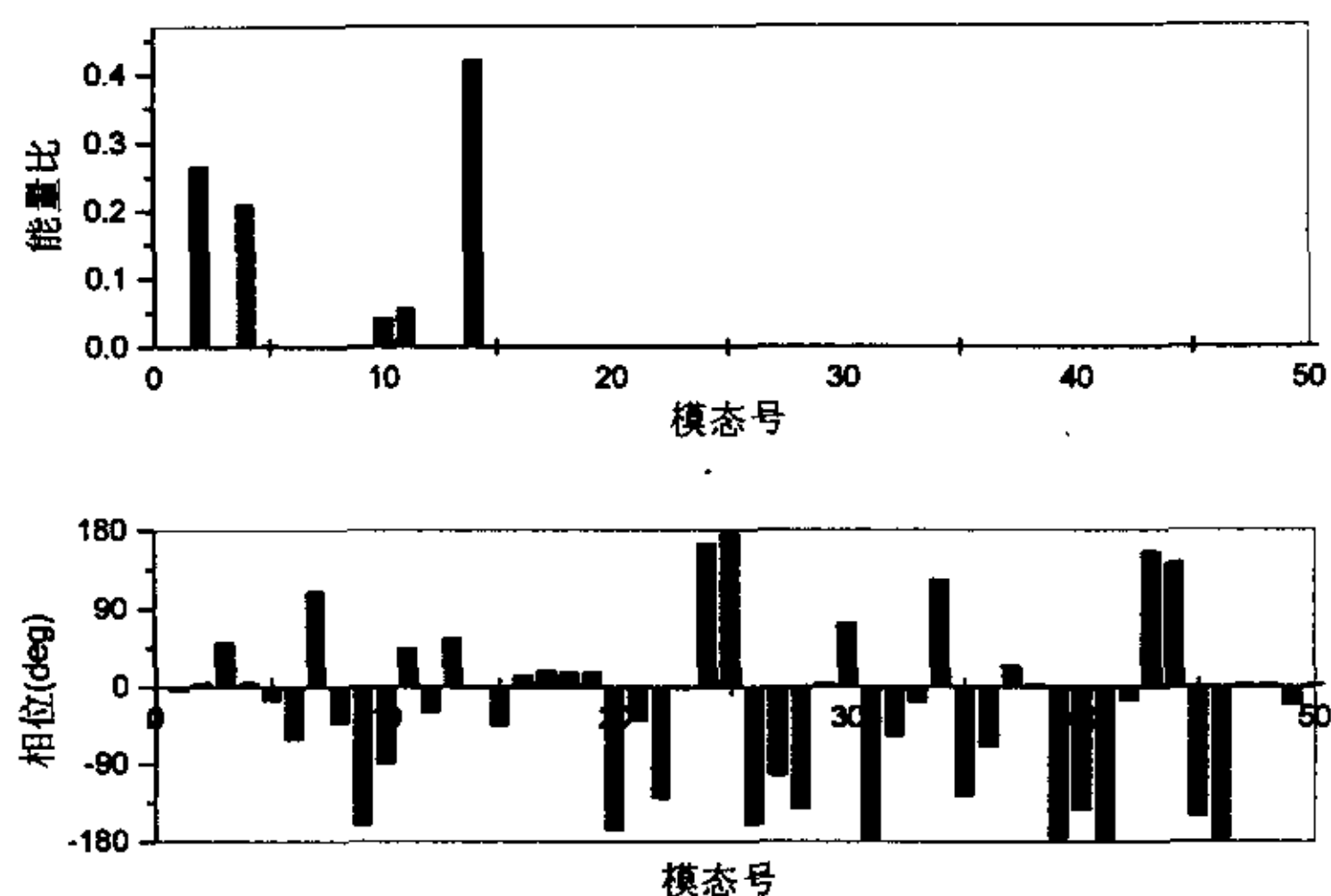


图 3.21 反对称扭转颤振复模态中各固有模态的参与情况

均匀流中来流的风攻角对桥梁结构的颤振临界风速有很大的影响。为了比较这种影响，这里分析了该悬索桥在不同风攻角下的耦合颤振问题。分析中选用了上述的多模态颤振自动分析方法。表 3.9 给出了该桥在不同攻角下颤振临界状态的分析结果。可见，该桥梁在 -3° 和 0° 攻角时的颤振临界风速比较接近，而 $+3^\circ$ 攻角的颤振临界风速明显要低，为颤振发散的最不利攻角。此外，在 $+3^\circ$ 攻角时，用多模态颤振分析得出的颤振临界风速比全桥模型试验结果偏低，但与节段模型试验结果比较接近。

表 3.9 不同攻角时江阴大桥的颤振结果

攻角 α	颤振结果	颤振风速(m/s)	颤振频率(Hz)	折减风速(U/fB)
$\alpha=-3^\circ$	AutoFBA 分析	65.81	0.2338	7.628
$\alpha=0^\circ$	AutoFBA 分析	67.64	0.2379	7.706
	全桥模型试验结果 ^[175]	67	0.22	—
	节段模型试验结果 ^[175]	71	—	—
$\alpha=+3^\circ$	AutoFBA 分析	49.49	0.2556	5.247
	全桥模型试验结果 ^[175]	61	0.235	—
	节段模型试验结果 ^[175]	54.2	—	—

3.4.3 杨浦大桥颤振分析

杨浦大桥主桥结构型式为双塔双斜索面结合梁斜拉桥，边孔设置辅助墩和锚固墩。该桥主跨跨度达 602 米，建成时为我国最大跨度斜拉桥，也是世界上最大跨度的结合梁斜拉桥，见图 3.22 所示。主梁为分离式双箱结合梁，钢箱梁梁高 2.76 米，箱宽 1.5 米，预应力混凝土桥面板厚 26 厘米，桥宽为 32.5 米，如图 3.23。桥塔为钻石型，锚索区为独柱式塔柱，桥面以上桥塔呈倒 Y 型，桥塔高 223 米，其中桥面以上约 167 米。

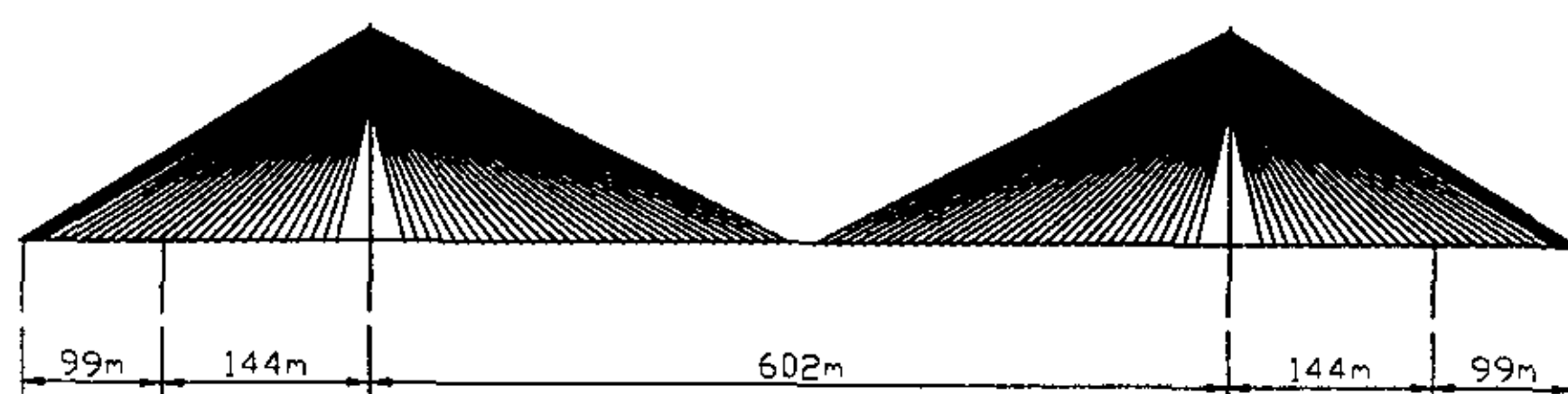


图 3.22 杨浦大桥总体布置图

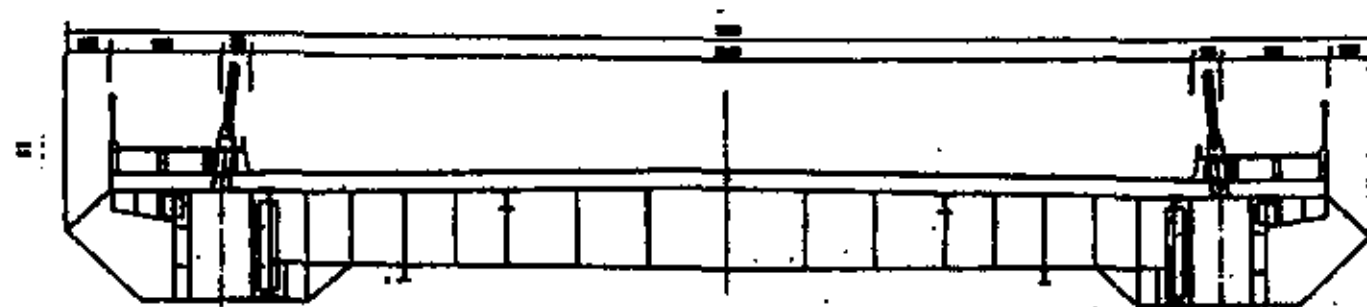


图 3.23 杨浦大桥主梁断面图

图 3.24 显示了该桥梁断面在零攻角时的颤振导数。在均匀流场中测量了该模型各攻角下的静力三分力系数。在零攻角下，桥面主梁的静风力系数分别为 $C_D = 0.09855$ ， $dC_D/d\alpha = 0.1322$ ， $C_L = -0.09118$ 和 $C_M = 0.01324$ 。由于与横向振动相关的颤振导数无试验结果，按拟静力理论采用。桥梁结构各固有模态的结构阻尼比均取为 0.01。

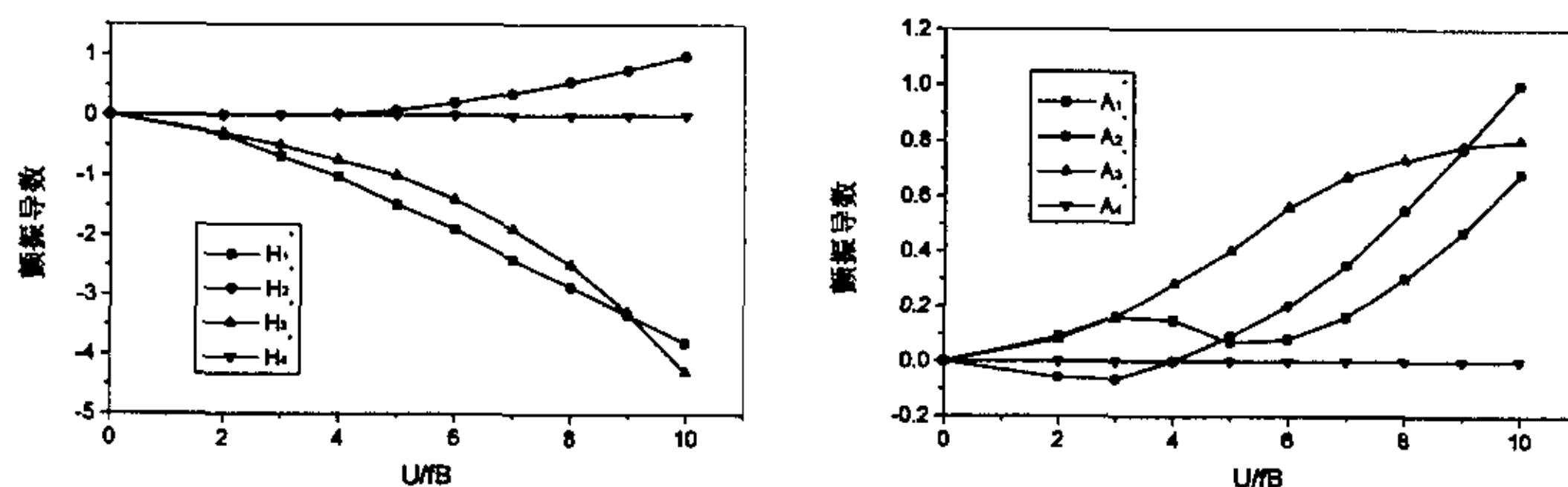


图 3.24 杨浦大桥桥梁断面颤振导数 H_i^* 和 A_i^*

首先，建立了用于颤振分析的杨浦大桥有限元计算模型。采用 Lanczos 方法计算了该模型的前 20 阶结构固有模态，表 3.10 列出了该桥的固有模态特性。为了防止自振特性分析时的模态丢失现象，对这前 20 阶模态进行了 Sturm 序列检查，检查中没有发现任何丢失的固有模态。

分析中同时采用了上述的颤振多模态和全阶分析方法，颤振分析的计算结果列于表 3.11 所示。表中同时给出了该斜拉桥节段模型和全桥模型风洞试验的颤振风速结果。在多模态颤振分析时，将自振特性分析得到的所有前 20 阶模态作为颤振的参与模态。从表中数据可以看出，本文的颤振多模态分析和全阶分析方法的计算结果十分吻合，该斜拉桥的最低颤振临界风速为 76.9m/s，相应的颤振频率为 0.49Hz。从该桥的节段模型风洞试验，确定的颤振临界风速约为 80m/s^[181]，全桥模型风洞试验时的颤振临界风速为 81m/s^[182]。因而，本文颤振分析方法的计算结果与试验结果基本一致。该斜拉桥的颤振临界状态起源于一阶对

称扭转, 且反对称扭转发散的颤振临界风速较高。图 3.25、3.26 分别绘出了主要复模态的频率和阻尼比随折减风速而变化的曲线。可见, 竖弯和横向振动模态的频率基本保持不变, 而扭转振动模态的频率随折减风速而降低。

在颤振运动中, 桥梁主梁竖向、横向和扭转位移的振幅见图 3.27 所示, 并且各自由度响应之间存在着相位差。从图中可以看出, 扭转振动在斜拉桥的颤振运动中占有绝对的优势, 竖弯振动的耦合程度比较小, 横向振动则几乎不参与颤振运动。

图 3.28、3.29 分别给出了一阶对称扭转颤振和反对称扭转颤振的复模态中各参与模态的相对幅值、能量百分比和相位的比较情况。图中同时包括了颤振的多模态(Multimode)分析结果和全阶(Full-order)分析结果, 两者几乎完全重合。其中多模态分析仅提供了前 20 阶固有模态的参与, 这也说明了其他的高阶模态在颤振分析中不重要。图中可以发现, 在对称扭转颤振中, 固有模态 3、5、7 和 8 (对应为一阶对称竖弯、双塔同向侧弯、二阶对称竖弯和一阶对称扭转) 为颤振的主要参与模态, 且二阶竖弯模态的耦合程度比一阶竖弯模态更强; 在反对称扭转颤振中, 固有模态 4、9、10 和 12 (对应为一阶反对称竖弯、一阶反对称梁横弯、二阶反对称竖弯和一阶反对称扭转) 则为颤振的主要参与模态, 同样是二阶竖弯模态的耦合程度比一阶竖弯模态更强。

表 3.10 杨浦大桥的前 20 阶固有模态特性

模态号	频率(Hz)	特 征	模态号	频率(Hz)	特 征
1	0.0755	全桥纵向漂移	11	0.5871	一阶对称边跨横向弯曲
2	0.2167	一阶对称梁横向弯曲	12	0.5884	一阶对称梁扭转
3	0.2741	一阶对称梁竖向弯曲	13	0.6433	三阶对称梁竖向弯曲
4	0.3332	一阶反对称梁竖向弯曲	14	0.6505	双塔二阶反对称侧弯
5	0.4219	双塔同向侧弯(带梁对扭)	15	0.6527	二阶对称梁扭转
6	0.4236	双塔反向侧弯(带梁反扭)	16	0.7154	三阶反对称梁竖向弯曲
7	0.4728	二阶对称梁竖向弯曲	17	0.7237	二阶反对称梁扭转
8	0.5146	一阶对称梁扭转	18	0.7272	边跨对称竖向弯曲
9	0.5206	一阶反对称梁横向弯曲	19	0.7447	边跨反对称竖向弯曲
10	0.5599	二阶反对称梁竖向弯曲	20	0.7562	双塔二阶对称侧弯

表 3.11 杨浦大桥颤振分析结果的比较($\xi=0.01$)

分析方法 \ 颤振结果		颤振风速(m/s)	颤振频率(Hz)	折减风速(U/fB)
一阶对称 扭转发散	多模态方法	76.916	0.490	4.829
	全阶方法	76.917	0.490	4.829
	全桥模型试验结果 ^[182]	81	—	—
	节段模型试验结果 ^[181]	80	—	—
一阶反对称 扭转发散	多模态方法	96.854	0.56406	5.283
	全阶方法	96.856	0.56405	5.284

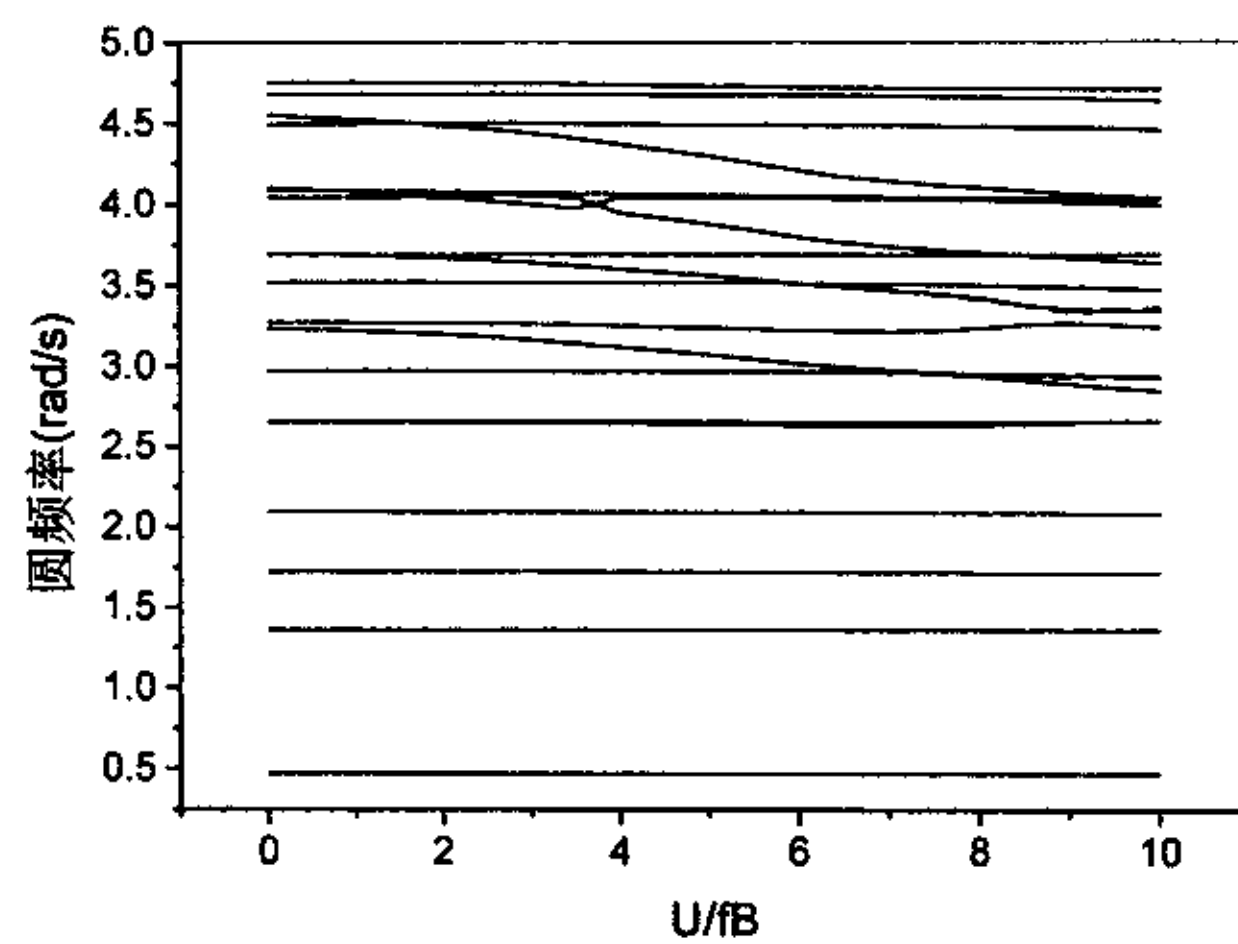


图 3.25 系统主要复模态圆频率的变化曲线

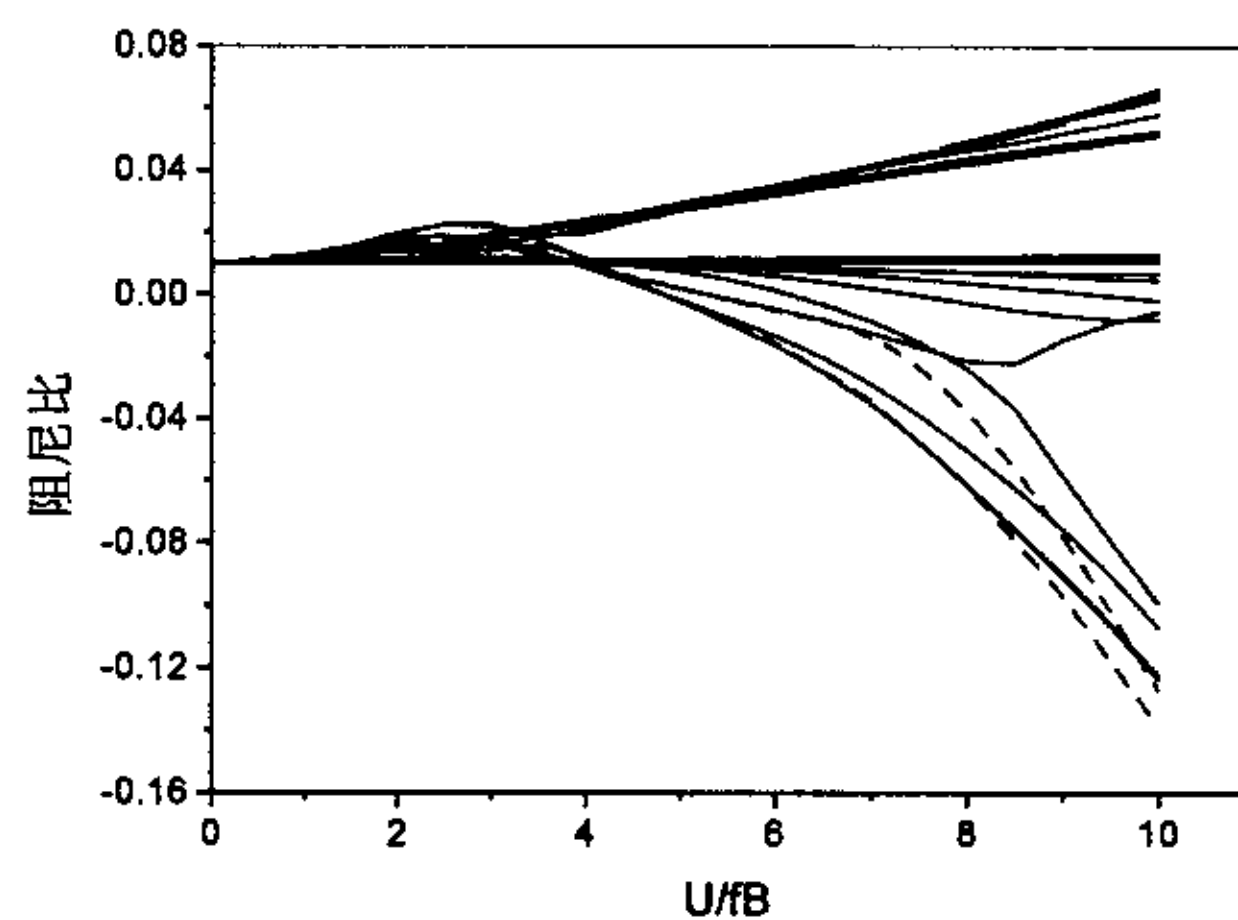


图 3.26 系统主要复模态阻尼比的变化曲线

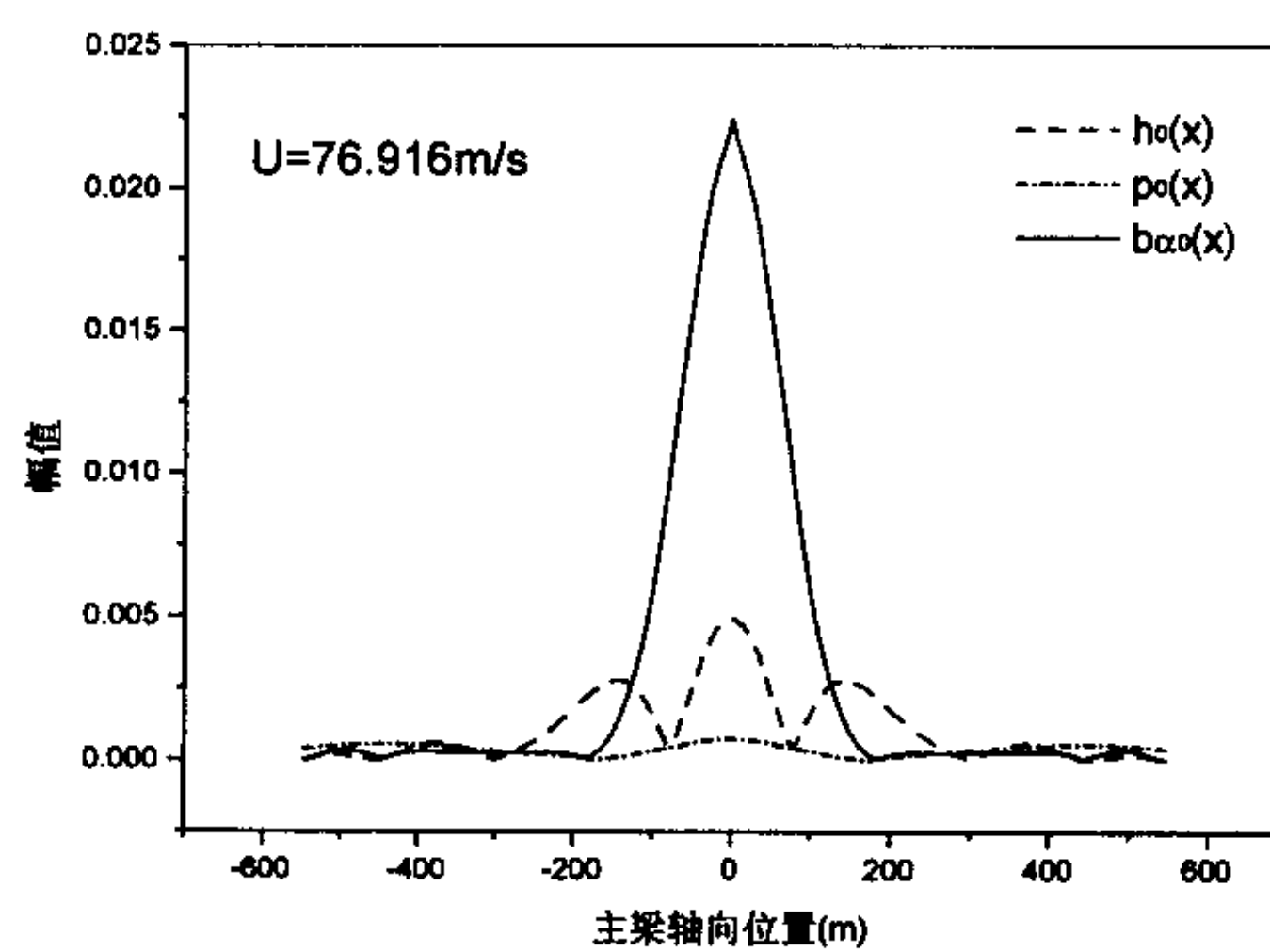


图 3.27 颤振运动中桥梁主梁各方向位移的振幅

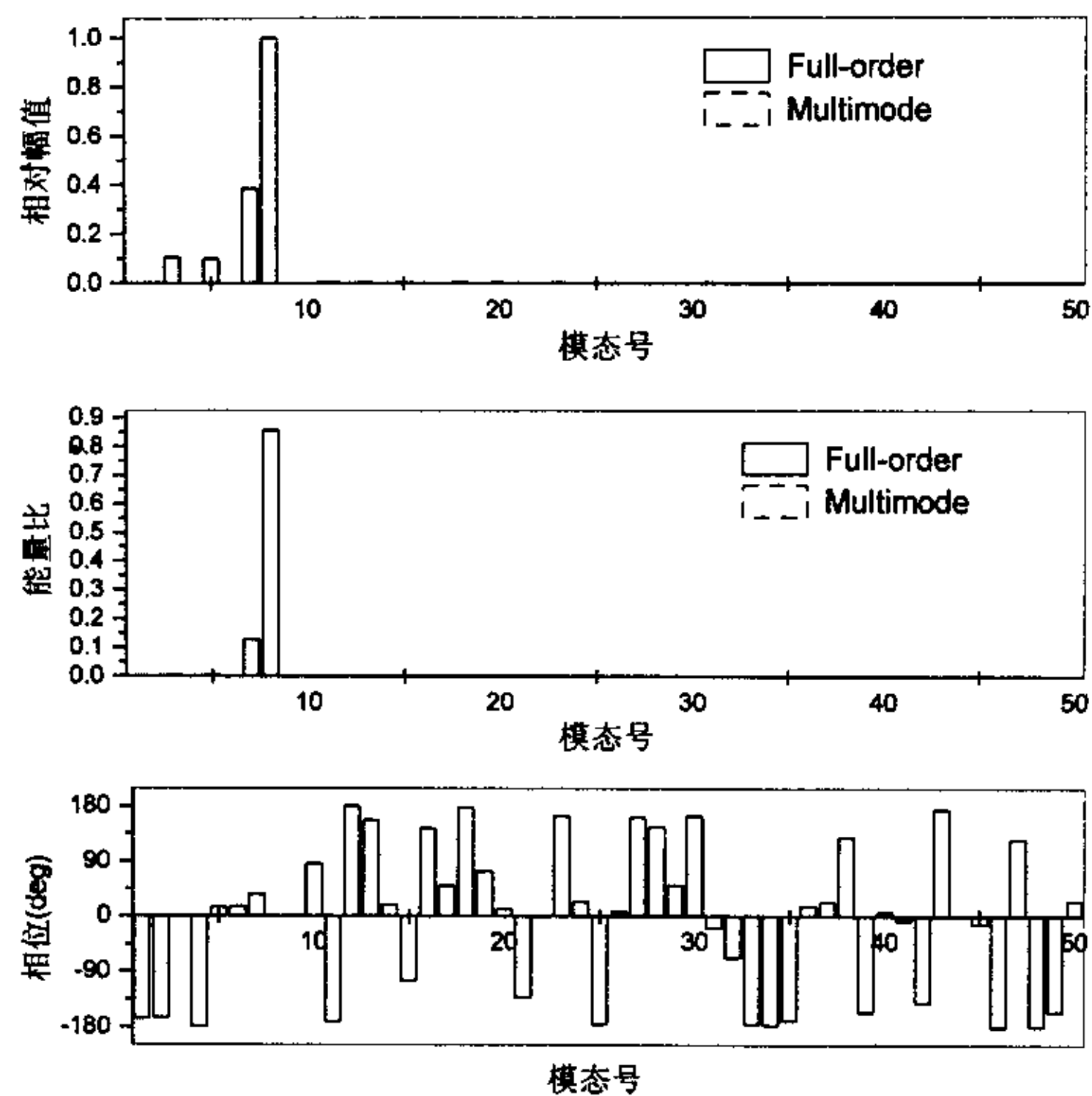


图 3.28 对称扭转颤振复模态中各参与模态振动幅值、能量百分比和相位

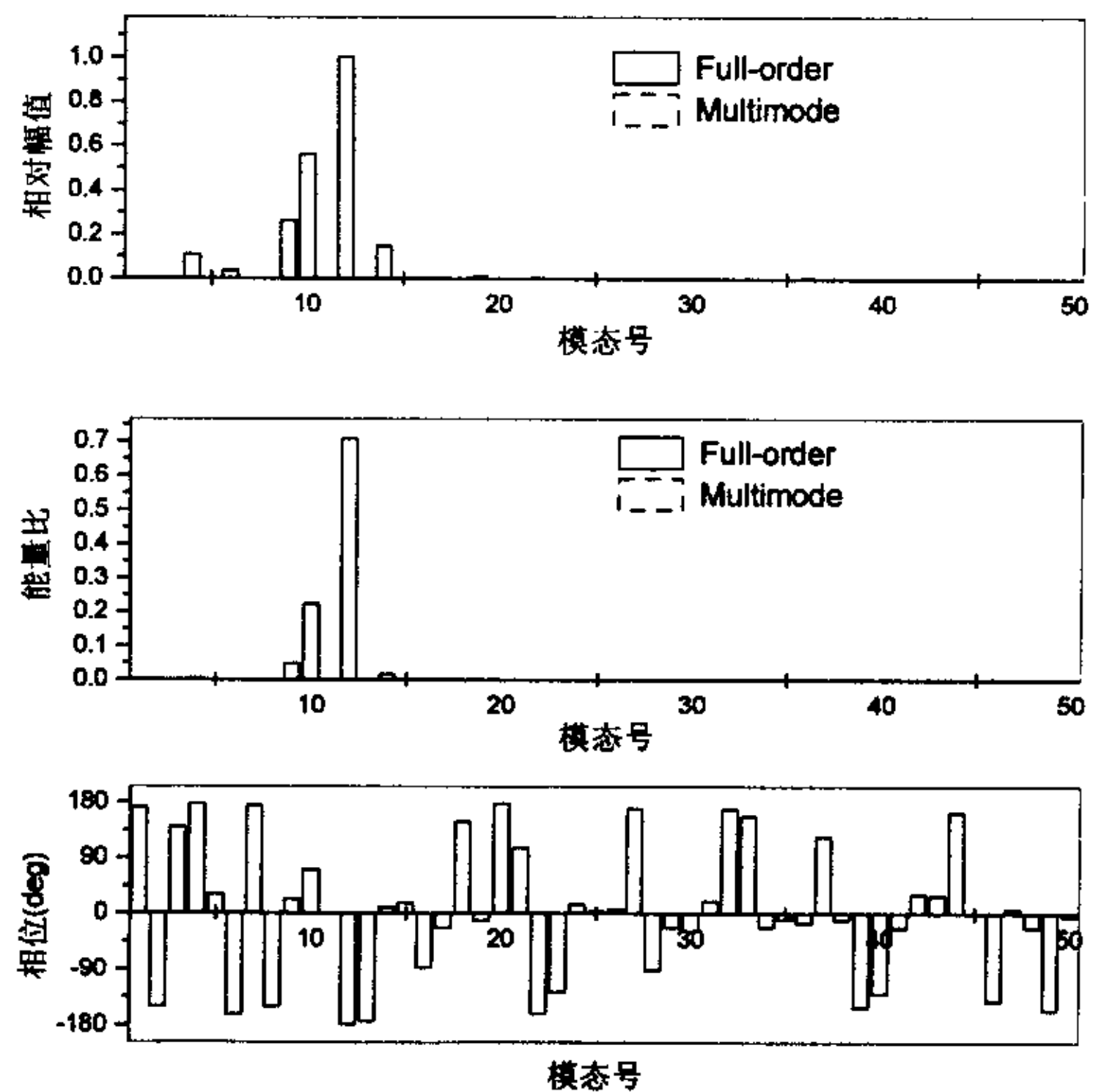


图 3.29 反对称扭转颤振复模态中各参与模态振动幅值、能量百分比和相位

3.5 本章小结

本章发展了用于分析大跨度桥梁气动耦合颤振问题统一的多模态和全阶方法。采用了含十八个颤振导数的气动自激力模型，并表示成复数形式。首先，基于结构固有模态坐标，提出了用于大跨度桥梁耦合颤振分析的多模态自动分析方法。并介绍了简单实用的单参数搜索过程。应用该方法能够进行大跨度桥梁在施工或成桥阶段的三维颤振分析。在本方法的基础上，还可以研究各颤振导数对不同型式桥梁颤振的影响。该方法同时具有以下特点：

- 1、是一种不迭代的单参数搜索方法，简单实用，并且基本上能自动执行；
- 2、不需要预先人为地选定颤振的参与模态，且对结构阻尼矩阵的形式无任何要求；
- 3、能给出系统主要模态的频率和阻尼比随折减风速或自然风速而变化的全过程情况；
- 4、自动地寻找到最低的颤振临界风速，并且提供临界状态下各结构固有模态参与的相对幅值、相位和能量百分比。

其次，基于结构的有限元全模型物理坐标，提出了用于大跨度桥梁耦合颤振分析的全阶分析方法。该方法克服了以往直接颤振分析方法的缺陷，是一种单参数搜索方法，比双参数搜索方法具有更强的稳定性和更高的效率。在计算方面，它不包含任何假设，因而数学上是一种严格的颤振分析方法。由于大型稀疏矩阵均为带宽压缩方式存储，并且采用高效的同时迭代方法进行求解，所以该全阶分析方法具有较高的效率，用它分析实际大跨度桥梁的耦合颤振问题也是适合的。它同样能提供系统主要复模态频率和阻尼比随折减风速或自然风速而变化的全过程情况，并给出临界状态时各结构固有模态参与的相对幅值、相位和能量百分比。

从颤振理论方法的系统性角度来讲，上述的多模态和全阶分析方法可以看作是一个统一的整体。同时，它们又各具特色。相比而言，颤振多模态分析方法更加实用，效率更高；而颤振全阶分析方法则从方法上显得更加严格和精确。

最后，结合所提出的颤振分析方法，笔者编制了大跨度桥梁结构三维颤振分析模块。为了验证本文方法和程序模块的可靠性和有效性，对几个典型结构进行了颤振分析：具有理想平板断面的简支梁结构、主跨跨度 1385 米的江阴长江大桥和主跨跨度 602 米的杨浦大桥，分析中同时采用了多模态和全阶分析方法。从算例分析中得出以下几点认识：

- 1、本文方法的分析结果与精确解和现有方法的结果吻合；
- 2、对于多模态颤振分析，结构固有模态的参与具有正、负效应，并且难于定性；
- 3、当考虑较多固有模态的参与时，本文的颤振多模态分析方法与全阶分析方法的计算结果在各算例中均非常接近，这进一步验证了两者从方法上的统一性。
- 4、大跨度桥梁耦合颤振的分析结果与全桥模型风洞试验和节段模型试验的颤振结果基本上一致；
- 5、对于典型的大跨度斜拉桥和悬索桥，颤振均出现在一阶对称扭转模态，反对称扭转模态的颤振临界风速偏高。
- 6、主梁的竖弯振动在悬索桥的颤振运动中有较大程度的参与。但对斜拉桥来说，主梁扭转振动在颤振运动中则占有绝对的优势，竖弯振动的耦合程度比较小。此外，对于目前常用的大跨度桥梁断面型式，主梁横向振动在耦合颤振中的参与都较小。

第四章 耦合抖振响应频域分析

现代大跨度桥梁设计不仅要使结构具有足够的安全性,对结构的耐久性也提出了很高的要求。抖振虽然不像颤振那样具有自激和发散的性质,即造成桥梁气动失稳的危险,但由于发生抖振的风速低,频度大,而且会使杆件的接头或支座等构造细节发生局部疲劳,从而降低结构的耐久性。过大的抖振响应还会影响行车的安全性和舒适性。因此,正确估计桥梁结构的抖振响应是十分重要的。

对于大跨度桥梁的抖振响应分析,采用单一模态响应进行SRSS组合的传统方法被广泛应用。但随着桥梁跨度的增大和断面的流线化,在大气来流的作用下将使得桥梁结构的振动频率更加接近且振动模态相互耦合。这种模态气动耦合效应将显著地影响大跨度桥梁的抖振响应。有研究表明,忽略模态气动耦合效应的传统抖振分析方法的结果将明显偏低^[22]。

基于结构的固有模态坐标,本章提出了用于大跨度桥梁耦合抖振响应的有限元CQC方法。该方法可以考虑自然风的任意风谱和空间相关性以及桥梁结构抖振响应的多模态和模态耦合效应,且计算效率较高。在合理假设基础上,推导了桥梁结构的节点等效气动抖振力公式。结合有限元方法和随机振动理论,提出了桥梁结构节点位移和单元内力功率谱密度和方差响应的计算方法。这里综合了现有抖振分析理论的特点,用Davenport的方式计算抖振力而用Scanlan的方式计算自激力。

4.1 气动运动控制方程

采用有限元方法分析时,桥梁结构在空气中运动的控制方程可表示成如下的一般形式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}_{se} + \mathbf{F}_b \quad (4.1)$$

式中, \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分别为通常的结构质量、阻尼和刚度矩阵; \mathbf{X} 、 $\dot{\mathbf{X}}$ 、 $\ddot{\mathbf{X}}$ 分别为多自由度体系的节点位移、速度和加速度向量; \mathbf{F}_{se} 和 \mathbf{F}_b 分别为等效的节点气动自激力和抖振力向量。节点等效自激力向量 \mathbf{F}_{se} 的确定在第三章已经进行了介绍,以下着重论述节点等效气动抖振力公式的推导。

由于自然风中紊流在桥梁结构主梁单位展长的抖振力可表示为^[114,52,102]

$$L_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_L \chi_{Lu} \frac{u'}{U} + (C'_L + C_D) \chi_{Lw} \frac{w'}{U} \right] \quad (4.2a)$$

$$D_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_D \chi_{Du} \frac{u'}{U} + C'_D \chi_{Dw} \frac{w'}{U} \right] \quad (4.2b)$$

$$M_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[2C_M \chi_{Mu} \frac{u'}{U} + C'_M \chi_{Mw} \frac{w'}{U} \right] \quad (4.2c)$$

式中, C_L 、 C_D 和 C_M 分别为桥梁断面升力、阻力和扭矩的静风力系数(参考长度均为桥面宽度 B); $C'_L = dC_L/d\alpha$, $C'_D = dC_D/d\alpha$ 和 $C'_M = dC_M/d\alpha$; χ_{Lu} , χ_{Lw} , χ_{Du} , χ_{Dw} , χ_{Mu} , χ_{Mw} 为气动导纳函数,它们依赖于桥面的几何构形,且随折减风速而变化; u' 和 w' 分别为紊流脉动风速在单元坐标轴上的分量。这里假定单元位于与纵向风速垂直的平面内,则有 $u'=u$, $w'=w\cos\theta$,

其中 u 和 w 分别为紊流脉动风速的纵向和竖向分量, θ 为单元坐标轴 x^e 与整体坐标轴 X 的夹角。

以上气动抖振力可写成如下形式

$$\mathbf{P}_b = 0.5\rho U(\mathbf{C}_{bu}u + \mathbf{C}_{bw}w) \quad (4.3)$$

式中

$$\mathbf{P}_b = \begin{Bmatrix} L_b \\ D_b \\ M_b \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{bu} = B \begin{Bmatrix} 2C_L \\ 2C_D \\ 2BC_M \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{bw} = B \cos \theta \begin{Bmatrix} C'_L + C'_D \\ C'_D \\ BC'_M \end{Bmatrix}$$

如果将主梁单元划分得足够小, 可近似地假设纵向和竖向脉动风速在单元内部呈线性分布, 即

$$u = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{A}u^e \quad (4.4a)$$

$$w = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{A}w^e \quad (4.4b)$$

其中下标 1 和 2 表示单元的两端; x 为单元轴向位置; L 为单元长度。

在单元坐标系中, 由气动抖振力在单元节点上所产生的等效荷载为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_b^e &= \int_L \mathbf{B}^T \mathbf{P}_b dx \\ &= 0.5\rho U \left(\int_L \mathbf{B}^T \mathbf{C}_{bu} \mathbf{A} dx u^e + \int_L \mathbf{B}^T \mathbf{C}_{bw} \mathbf{A} dx w^e \right) \\ &= 0.5\rho U (\mathbf{A}_{bu}^e u^e + \mathbf{A}_{bw}^e w^e) \end{aligned} \quad (4.5)$$

式中 \mathbf{A}_{bu}^e 和 \mathbf{A}_{bw}^e 分别表示对应于纵向和竖向脉动风速的单元抖振力气动矩阵; \mathbf{B} 为插值函数矩阵

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -N_1 & 0 & 0 & 0 & -N_3 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & 0 & N_4 \\ 0 & 0 & -N_1 & 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & -N_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -N_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -N_6 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

其中插值函数: $N_1 = 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3$; $N_2 = 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3$;

$$N_3 = x\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2; \quad N_4 = \frac{x^2}{L}\left(1 - \frac{x}{L}\right); \quad N_5 = 1 - \frac{x}{L}; \quad N_6 = \frac{x}{L}$$

将式(4.6)代入(4.5)式并积分, 得

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{bu}^e &= \frac{-BL}{30} \begin{bmatrix} 0 & 21C_L & 21C_D & 20BC_M & -3LC_D & 3LC_L \\ 0 & 9C_L & 9C_D & 10BC_M & -2LC_D & 2LC_L \\ 0 & 9C_L & 9C_D & 10BC_M & 2LC_D & -2LC_L \\ 0 & 21C_L & 21C_D & 20BC_M & 3LC_D & -3LC_L \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{A}_{bw}^e &= \frac{-BL \cos \theta}{60} \begin{bmatrix} 0 & 21(C'_L + C'_D) & 21C'_D & 20BC'_M & -3LC'_D & 3L(C'_L + C'_D) \\ 0 & 9(C'_L + C'_D) & 9C'_D & 10BC'_M & -2LC'_D & 2L(C'_L + C'_D) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7a)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 9(C_L' + C_D) & 9C_D' & 10BC_M' & 2LC_D' & -2L(C_L' + C_D) \\ 0 & 21(C_L' + C_D) & 21C_D' & 20BC_M' & 3LC_D' & -3L(C_L' + C_D) \end{bmatrix}^T \quad (4.7b)$$

将单元节点等效抖振力 F_b^e 从单元局部坐标系转换到整体坐标系并组集, 得结构的总节点等效气动抖振力

$$F_b = 0.5\rho U(A_{bu}u + A_{bw}w) \quad (4.8)$$

式中 A_{bu} 和 A_{bw} 是结构的总抖振力气动矩阵; u 和 w 分别为节点紊流脉动风速沿纵向和竖向的 r 行分向量, 其中 r 为紊流脉动风作用的节点数。

以上推导虽然是对主梁单元进行, 但对于塔索单元同样适用。因此, 本文方法不仅可以考虑桥梁桥面上气动力的作用, 而且可以分析桥塔和缆索上的气动力对桥梁结构抖振响应的影响。

4.2 耦合抖振有限元 CQC 分析方法

结合以上的论述, 可得出结构的气动运动控制方程如下

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX - \omega^2 A_{se}X = F_b \quad (4.9)$$

同样, 设桥梁结构的抖振响应可近似由前 m 阶结构固有模态叠加表示, 即

$$X = \Phi q \quad (4.10)$$

将上式代入(4.9)并左乘 Φ^T 得

$$\ddot{q} + \bar{C}\dot{q} + \Lambda q - \omega^2 \bar{A}_{se}q = Q_b \quad (4.11)$$

式中, Λ 为自振特性分析时所得的对角特征值矩阵; 矩阵 $\bar{A}_{se} = \Phi^T A_{se} \Phi$ 和 $\bar{C} = \Phi^T C \Phi$; 广义抖振力向量 $Q_b = 0.5\rho U(\bar{A}_{bu}u + \bar{A}_{bw}w)$ (其中 $\bar{A}_{bu} = \Phi^T A_{bu}$ 和 $\bar{A}_{bw} = \Phi^T A_{bw}$)。

根据随机振动理论^[188], 用CQC方法计算广义模态响应向量 q 和节点位移向量 X 的功率谱密度(PSD)分别为

$$S_q(\omega) = H^*(\omega) S_{Q_b}(\omega) H^T(\omega) \quad (4.12)$$

$$S_X(\omega) = \Phi H^*(\omega) S_{Q_b}(\omega) H^T(\omega) \Phi^T \quad (4.13)$$

式中 $H(\omega)$ 是频率响应函数矩阵

$$H(\omega) = [-\omega^2(I + \bar{A}_{se}) + i\omega\bar{C} + \Lambda]^{-1} \quad (4.14)$$

上标*和 T 分别表示对矩阵的共轭和转置。由于振动模态的气动耦合, 频率响应函数矩阵的非对角元素一般不为零。随着风速的增加, 这些元素将显著地影响桥梁结构的抖振响应。

广义抖振力的功率谱密度(PSD)矩阵为

$$S_{Q_b}(\omega) = S_{Q_b}^{(1)}(\omega) + S_{Q_b}^{(2)}(\omega) \quad (4.15)$$

其中

$$S_{Q_b}^{(1)}(\omega) = 0.25\rho^2 U^2 (\bar{A}_{bu} S_{uu} \bar{A}_{bu}^T + \bar{A}_{bw} S_{ww} \bar{A}_{bw}^T) \quad (4.16a)$$

$$S_{Q_b}^{(2)}(\omega) = 0.25\rho^2 U^2 (\bar{A}_{bu} S_{uw} \bar{A}_{bw}^T + \bar{A}_{bw} S_{wu} \bar{A}_{bu}^T) \quad (4.16b)$$

式中 S_{uu} 和 S_{ww} 分别为脉动风速向量 u 和 w 的功率谱密度(PSD)矩阵; $S_{uw} = S_{wu}^*$ 为脉动风速向量

\mathbf{u} 与 \mathbf{w} 的交叉谱密度(CSD)矩阵, $S_{uv}(\omega)=C_{uv}(\omega)+iQ_{uv}(\omega)$, 其中实部 C_{uv} 和虚部 Q_{uv} 分别是余谱和象限谱; $S_{Q_b}^{(1)}(\omega)$ 为脉动风速向量 \mathbf{u} 和 \mathbf{w} 所产生的广义抖振力功率谱密度; $S_{Q_b}^{(2)}(\omega)$ 为脉动风速向量 \mathbf{u} 与 \mathbf{w} 的交叉风谱所产生的广义抖振力功率谱密度。由于纵向和竖向脉动风速的正方向取向不同, 将引起 $S_{Q_b}^{(2)}(\omega)$ 的符号正负差别, 并且与静风三分力系数有关, 因而需要把它分离出来进行计算。

由式(4.12)和(4.13), 功率谱密度矩阵 $\mathbf{S}_q = \mathbf{S}_q^{(1)} + \mathbf{S}_q^{(2)}$ 和 $\mathbf{S}_X = \mathbf{S}_X^{(1)} + \mathbf{S}_X^{(2)}$ 的元素可写成

$$S_{q_{ij}}^{(r)}(\omega) = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m H_{ik}^*(\omega) S_{Q_{bk}}^{(r)}(\omega) H_{jl}(\omega) \quad (4.17)$$

$$S_{X_i}^{(r)}(\omega) = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \phi_{ik} S_{q_{kl}}^{(r)}(\omega) \phi_{il} \quad (4.18)$$

其中 $r=1$ 或 2 。因而用CQC方法计算广义模态响应和节点位移的方差为

$$\sigma_{q_{ii}}^2 = \int_0^\infty (S_{q_{ii}}^{(1)}(\omega) + |S_{q_{ii}}^{(2)}(\omega)|) d\omega \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{X_i}^2 &= \int_0^\infty (S_{X_i}^{(1)}(\omega) + |S_{X_i}^{(2)}(\omega)|) d\omega \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \phi_{ik} \left(\int_0^\infty (S_{q_{kl}}^{(1)}(\omega) + |S_{q_{kl}}^{(2)}(\omega)|) d\omega \right) \phi_{il} \end{aligned} \quad (4.20)$$

在不同静风三分力系数的情况下, 根据纵向和竖向脉动风速的正方向取向不同, 由交叉风谱所产生的广义模态和节点位移功率谱响应会有正负号的差别, 负数显然是不合理的, 因而需要对它取绝对值。

根据所得的抖振位移响应功率谱密度, 可求出结构各单元内力的功率谱密度。单元内力与单元节点位移的关系为

$$\mathbf{P}^e = \mathbf{K}^e \mathbf{X}^e = \mathbf{K}^e \mathbf{T}^e \mathbf{X}_1 \quad (4.21)$$

式中 \mathbf{P}^e 为单元内力向量; \mathbf{K}^e 为单元刚度矩阵; \mathbf{T}^e 为从整体坐标系到单元局部坐标系的坐标转换矩阵; \mathbf{X}^e 为单元坐标系中的节点位移向量; \mathbf{X}_1 为整体坐标系中与该单元有关的全部位移向量。

记 $\mathbf{G}=\mathbf{K}^e \mathbf{T}^e$, 于是单元内力的功率谱密度为

$$\mathbf{S}_{P^e}^{(r)}(\omega) = \mathbf{G} \mathbf{S}_{X_1}^{(r)}(\omega) \mathbf{G}^T \quad (r=1,2) \quad (4.22)$$

其中 $\mathbf{S}_{X_1}^{(r)}(\omega)$ ($r=1,2$)为抖振位移功率谱矩阵中位移向量 \mathbf{X}_1 的功率谱密度矩阵。一旦求出单元内力的功率谱密度, 类似于节点位移则它们的方差和根方差(RMS值)均可确定。

当各广义抖振力之间的交叉谱可忽略时, 即 $S_{Q_{b_{ij}}}^{(r)}(\omega)=0$ ($i \neq j$), 则式(4.17)变为

$$S_{q_{ij}}^{(r)}(\omega) = \sum_{k=1}^m H_{ik}^*(\omega) S_{Q_{bk}}^{(r)}(\omega) H_{jk}(\omega) \quad (4.23)$$

如果忽略振动模态之间的气动耦合, 即 \mathbf{A}_{∞} 的非对角项均取为零, 那么 $H_{ij}(\omega)=0$ ($i \neq j$), 则 $S_{q_{ij}}^{(r)}(\omega)$ ($r=1,2$)为

$$S_{q_{ii}}^{(r)}(\omega) = H_{ii}^*(\omega) S_{Q_{bi}}^{(r)}(\omega) H_{ii}(\omega) \quad (4.24)$$

如果同时忽略广义抖振力的交叉谱和振动模态的气动耦合, 则

$$S_{q_{ii}}^{(r)}(\omega) = |H_{ii}(\omega)|^2 S_{Q_{bi}}^{(r)}(\omega); \quad S_{q_{ij}}^{(r)}(\omega) = 0 \quad (i \neq j, r=1,2) \quad (4.25)$$

因而, 这样可得出不考虑模态耦合效应时各振动模态的抖振响应。采用平方和开方的组合方式(SRSS), 可得到传统方法的抖振响应分析结果

$$\text{SRSS}(X_i) = \sqrt{\sigma_{X,1}^2 + \sigma_{X,2}^2 + \cdots + \sigma_{X,m}^2} \quad (4.26)$$

式中 m 为模态数。可见, 抖振分析的CQC方法和SRSS方法仅仅在计算方面有所区别。从方法本身角度来讲, CQC方法是精确的计算方法, 而SRSS方法中则包含了一些假设, 它仅给出忽略模态耦合效应的近似结果。

4.3 大气边界层脉动风速谱的选取

前人总结出来的大气边界层脉动风速谱的经验公式有很多, 其中用于结构设计的水平脉动风速谱主要有Davenport谱^[27], Kaimal谱^[53]和Hino谱^[40]等, 竖向脉动风速谱有Panofsky-McCormick谱^[92], Lumley-Panofsky谱^[72]等。这里的水平脉动风速谱选用Kaimal谱, 竖向脉动风速谱选为Lumley-Panofsky谱。

Kaimal^[53]提出了如下形式的随高度变化的水平脉动风速谱为

$$\frac{nS_{uu}(n)}{u_*^2} = \frac{200f}{(1+50f)^{5/3}} \quad (4.27)$$

其中, $f = \frac{nz}{U(z)}$, 为相似律坐标; z 为离地面的高度; $U(z)$ 为高度 z 处的平均风速;

$u_* = \frac{KU(z)}{\ln(\frac{z}{z_0})}$, 为摩擦风速, 与地面粗糙长度相关; $K \approx 0.4$; z_0 为地面粗糙长度。

Lumley和Panofsky^[72]对Panofsky^[92]等人提出的竖向脉动风速谱进行了修正, 建议了如下形式的竖向脉动风速谱

$$\frac{nS_{vv}(n)}{u_*^2} = \frac{3.36f}{1+10f^{5/3}} \quad (4.28)$$

式中各参数的意义同上。

类似于自谱的表达形式, 适合于工程应用的余谱 C_{uv} 表达式为^[50,53]

$$\frac{nC_{uv}(n)}{u_*^2} = \frac{14f}{1+9.6f^{2.4}} \quad (4.29)$$

到目前为止, 对交叉谱密度的象限谱 Q_{uv} 尚无定量的评价^[53,91], 因而在这里被忽略。

值得注意的是, 以上的脉动风速谱均指的是单边功率谱。为了方便应用, 这里将它们转化为用圆频率表示。则上述式(4.27)、(4.28)和(4.29)的脉动风速谱变为

$$S_{uu}(\omega) = \frac{200u_*^2 z}{2\pi U(z) \left[1 + 50 \frac{\omega z}{2\pi U(z)} \right]^{5/3}} \quad (4.30)$$

$$S_{ww}(\omega) = \frac{3.36u_*^2 z}{2\pi U(z) \left[1 + 10 \left(\frac{\omega z}{2\pi U(z)} \right)^{5/3} \right]} \quad (4.31)$$

$$C_{uw}(\omega) = \frac{14u_*^2 z}{2\pi U(z) \left[1 + 9.6 \left(\frac{\omega z}{2\pi U(z)} \right)^{2.4} \right]} \quad (4.32)$$

按照常用的形式, 分别定义纵向以及竖向脉动风速的互谱为^[123,175]

$$S_{uu}(r, \omega) = \sqrt{S_{uu}(z_1, \omega) S_{uu}(z_2, \omega)} e^{-\hat{f}_u} \quad (4.33)$$

$$S_{ww}(r, \omega) = S_{ww}(z, \omega) e^{-\hat{f}_w} \quad (4.34)$$

其中

$$\hat{f}_u = \frac{\omega}{2\pi} \frac{[C_z^2(z_1 - z_2)^2 + C_y^2(y_1 - y_2)^2]^{1/2}}{\frac{1}{2}[U(z_1) + U(z_2)]} \quad (4.35)$$

$$\hat{f}_w = \frac{\omega}{2\pi} \frac{C_w |y_1 - y_2|}{U(z)} \quad (4.36)$$

式中 y_1, y_2 和 z_1, z_2 分别为两空间位置点的顺桥向和竖向坐标; C_z 和 C_y 分别为纵向脉动风速沿竖向和水平的指数衰减系数, C_w 为竖向脉动风速的指数衰减系数, 建议分别取为 10、16 和 8^[175]。

4.4 算例分析

结合上述提出的耦合抖振有限元 CQC 分析方法, 笔者编制了大跨度桥梁结构三维抖振分析程序模块, 现已装入软件系统 AutoFBA。由于该分析方法与现有方法在计算上存在着一定的差异, 因而首先必须确保它的正确性和可靠性。为了验证上述抖振分析方法和程序模块的可靠性和有效性, 对几种典型结构进行了耦合抖振响应分析: 具有理想平板断面的简支梁结构和江阴长江大桥(悬索桥)和杨浦大桥(斜拉桥)。考虑到目前应用较多的 Scanlan 方法分析大桥时的计算效率问题, 仅在薄平板截面简支梁结构的耦合抖振响应结果中进行了对比。

这里暂时都先不考虑静风荷载引起的结构几何非线性和气动非线性, 在后面的第六章将讨论这些非线性因素的影响。

4.4.1 薄平板截面简支梁结构

采用该算例主要是为了验证上述耦合抖振分析方法的正确性和可靠性。该简支梁长 $L = 300\text{m}$, 宽 $B = 40\text{m}$, 两端扭转自由度均固定。平板断面竖向和横向弯曲刚度分别为 $EI_z = 2.1 \times 10^6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^4$, $EI_y = 1.8 \times 10^7 \text{ MPa} \cdot \text{m}^4$, 扭转刚度 $GI_t = 4.1 \times 10^5 \text{ MPa} \cdot \text{m}^4$ 。每延米长度质量 $m = 20,000 \text{ kg/m}$, 质量惯矩 $I_m = 4.5 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{m}$, 空气密度 $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ 。结构各固有模态的

阻尼比均假设为 0.01。

作用在薄平板上的自激气动力可近似地采用 Theodorsen 函数表示, 其颤振导数 H_i^* 和 A_i^* ($i=1\sim4$) 从该函数中确定^[104], 见前面的第 3.4 节。为了能进行抖振分析, 假设该平板截面在零攻角下的静风力系数分别为 $C_L = 0.128$, $C_D = 0.0697$, $C_M = -0.0074$, $dC_L/d\alpha = -5.5577$, $dC_D/d\alpha = 0.0$ 和 $dC_M/d\alpha = 1.2662$ 。平板离地面高度取为 $z=60\text{m}$, 地面粗糙长度取为 $z_0=0.03\text{m}$ 。纵向和竖向脉动风速的指数衰减系数 C_z 、 C_y 和 C_w 分别取为 10、16 和 8。将该简支梁划分为 30 个单元, 首先进行了自振特性分析, 计算出用于抖振响应分析的前 20 阶结构固有模态。

根据以上参数确定的纵向和竖向脉动风速功率谱见图 4.1 所示。同时用上述抖振分析方法 and Scanlan 方法^[47]对该简支梁结构的耦合抖振问题进行了分析。图 4.2 给出了在 40m/s 风速下两种方法的抖振位移响应 RMS 值分析结果。从图中可以看出, 本文方法的分析结果与 Scanlan 方法的结果相当吻合, 这说明该方法是正确和可靠的。

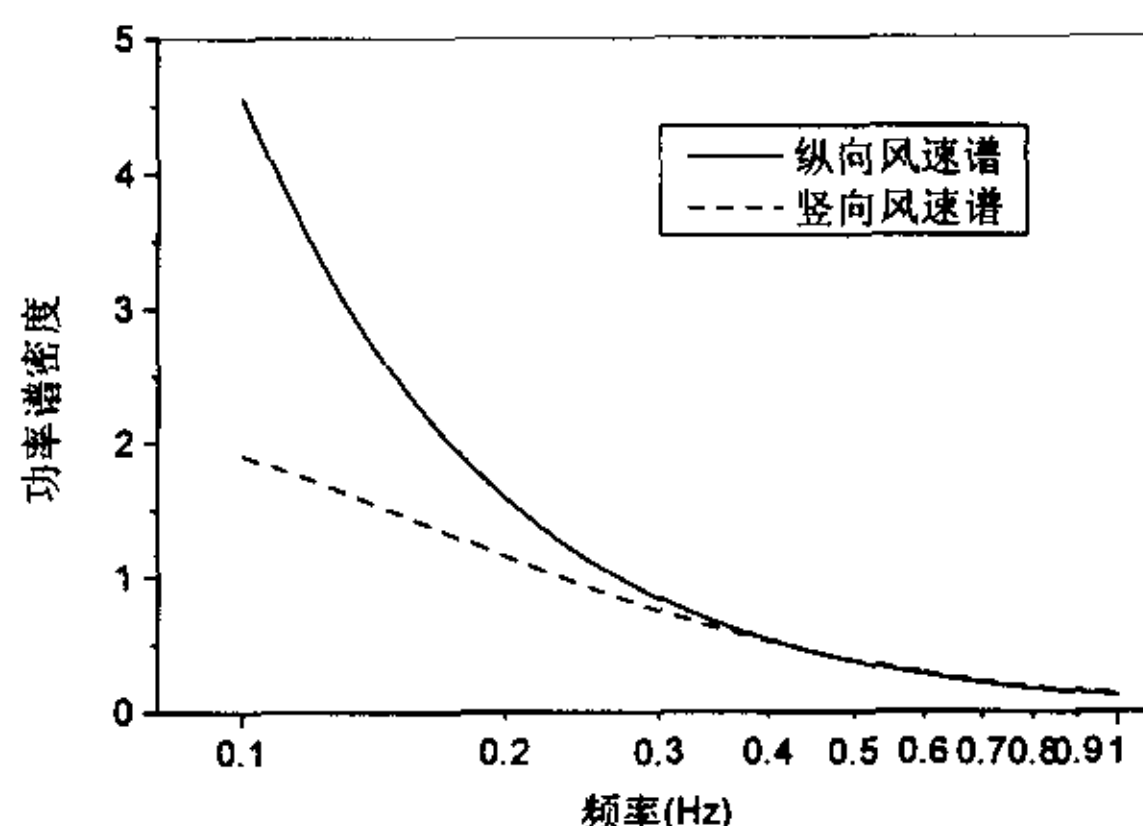


图 4.1 简支梁纵向和竖向脉动风速功率谱

4.4.2 江阴长江大桥抖振分析

有关江阴长江大桥的有限元计算模型、结构参数和动力特性等数据资料均参考第 3.4 节。以下用上述的有限元CQC方法分析该悬索桥在零攻角下的抖振响应。

在零攻角下, 江阴大桥主梁断面的颤振导数见图 4.3, 与横向振动相关的颤振导数按拟静力理论采用。通过均匀流场中的节段模型试验, 测定了该桥主梁断面各攻角下的静力三分力系数, 如图 4.4 所示。零攻角时桥面主梁的静风力系数及其导数分别为 $C_D = 0.0697$, $C_L = -0.128$, $C_M = -0.0074$, $dC_D/d\alpha = -0.1724$, $dC_L/d\alpha = -5.5577$, $dC_M/d\alpha = 1.2662$ 。桥梁结构各固有模态的结构阻尼比均取为 0.005。

该桥跨中桥面离地面高度为 60m, 地面粗糙长度为 0.01m。纵向和竖向脉动风速的指数衰减系数 C_z 、 C_y 和 C_w 分别取为 10、16 和 8。根据这些参数确定该桥主梁跨中心处的纵向和竖向脉动风速功率谱见图 4.5。

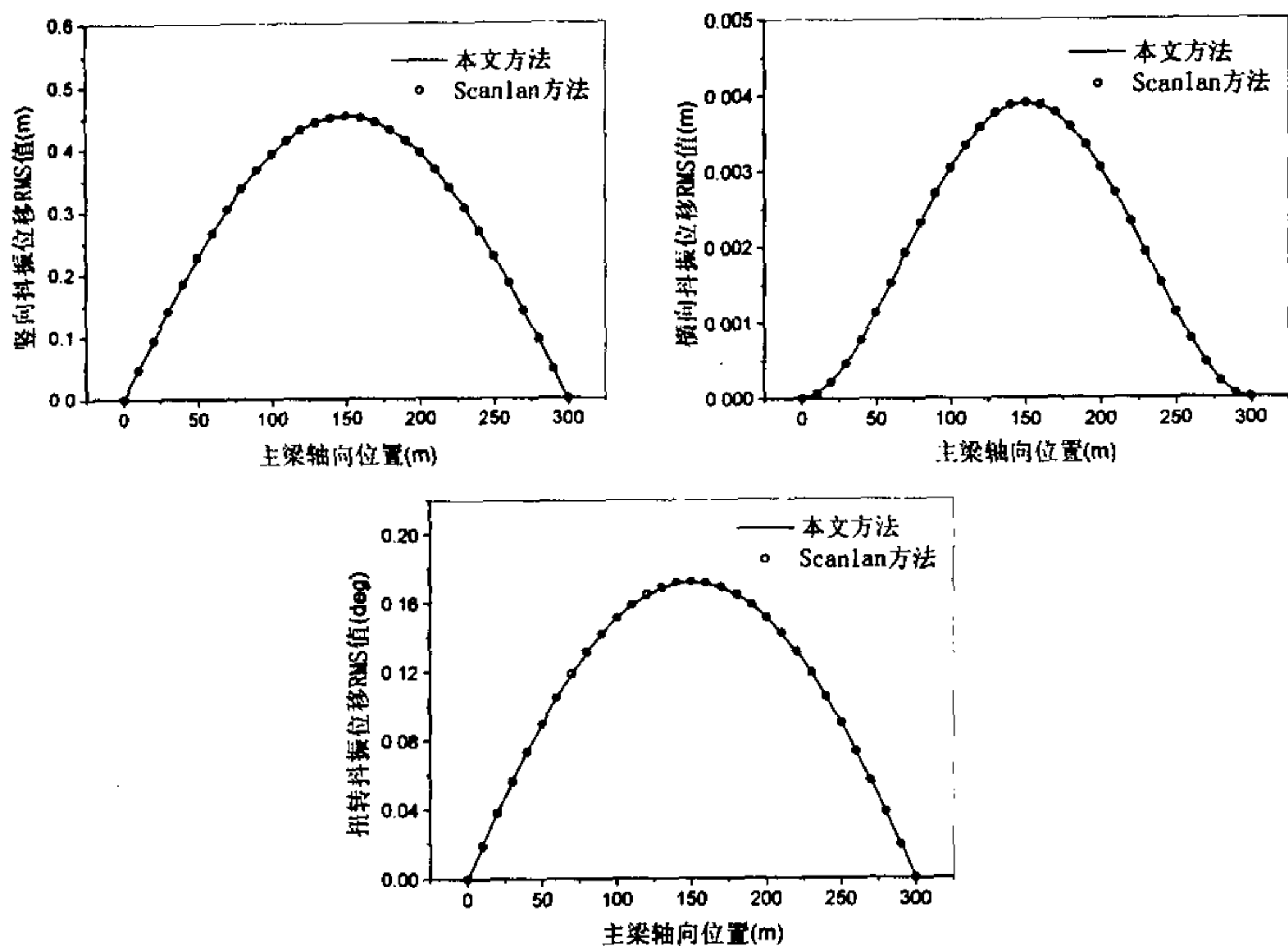


图 4.2 不同方法简支梁结构耦合抖振位移响应 RMS 值的比较

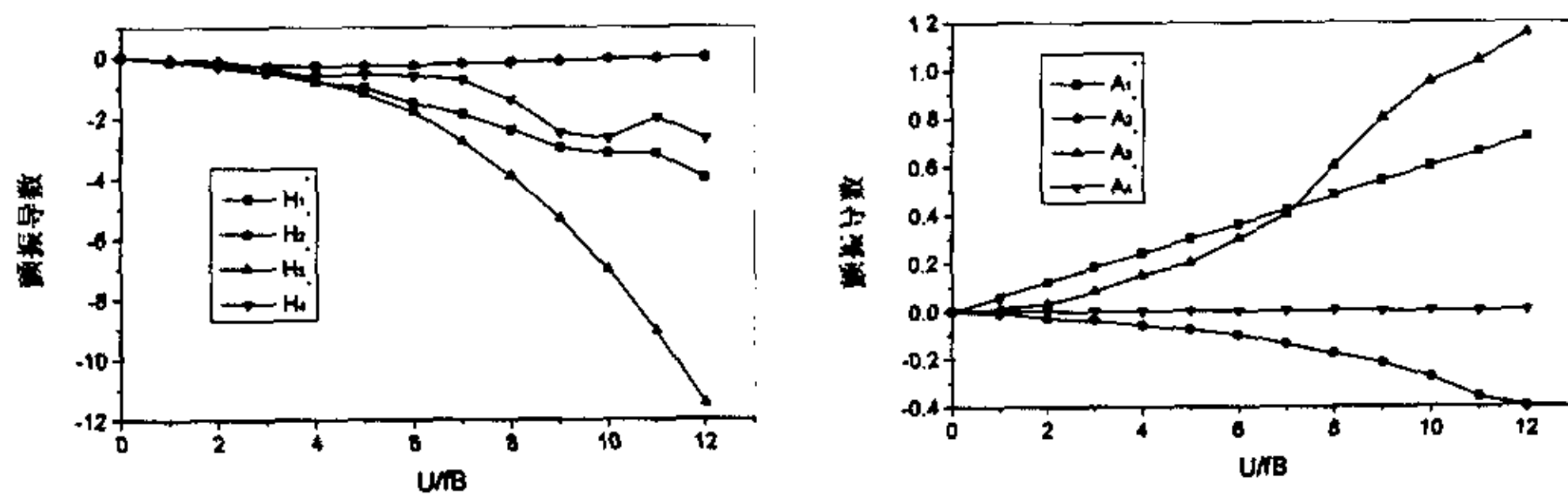


图 4.3 桥梁断面颤振导数 H_i^* 和 A_i^*

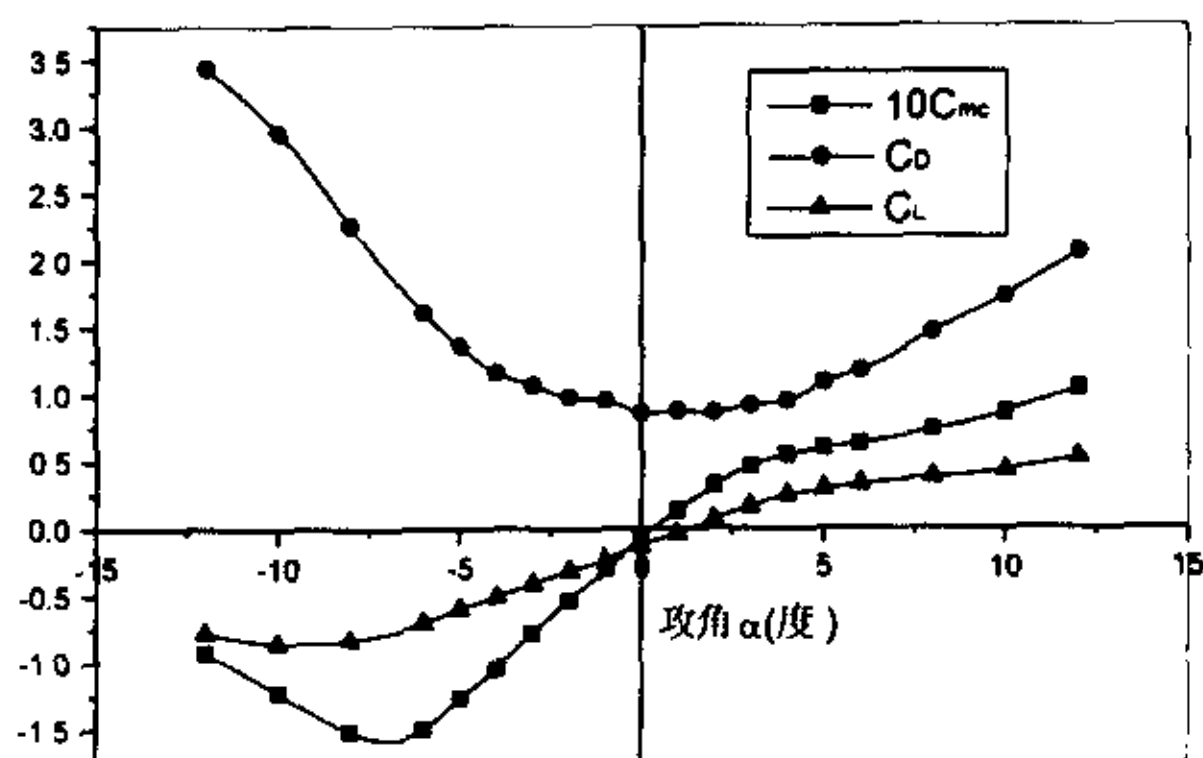


图 4.4 江阴大桥主梁断面静力三分力系数

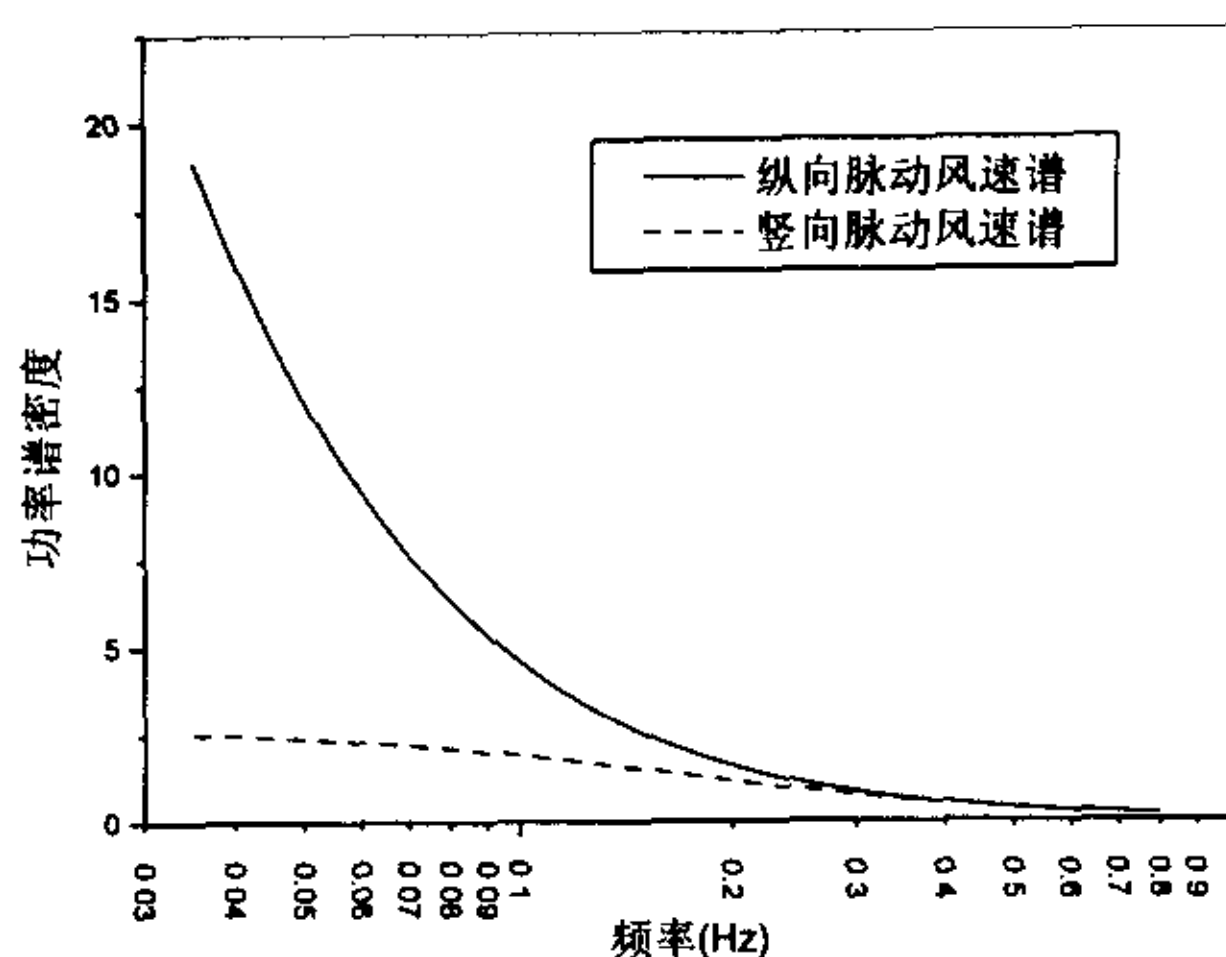


图 4.5 主梁跨中心处的纵向和竖向脉动风速功率谱

一、CQC与SRSS抖振分析

在江阴桥的抖振分析中，考虑了自振特性分析的前 50 阶固有模态。为显示振动模态气动耦合的影响，图 4.6 给出了系统前 15 阶复模态的阻尼比随折减风速而变化的曲线。图中实线表示考虑气动耦合的结果，而虚线表示不考虑气动耦合的结果，可见，对竖向和扭转模态来说两者有较大的差异。

为计算抖振响应，频率范围取为 0.035 到 0.80Hz，频率间隔为 0.002Hz。抖振分析时考虑了气动自激力的作用，暂时先不考虑缆索上脉动风、气动导纳以及纵向和竖向脉动交叉风谱的影响。以下将对这些因素分别进行分析。

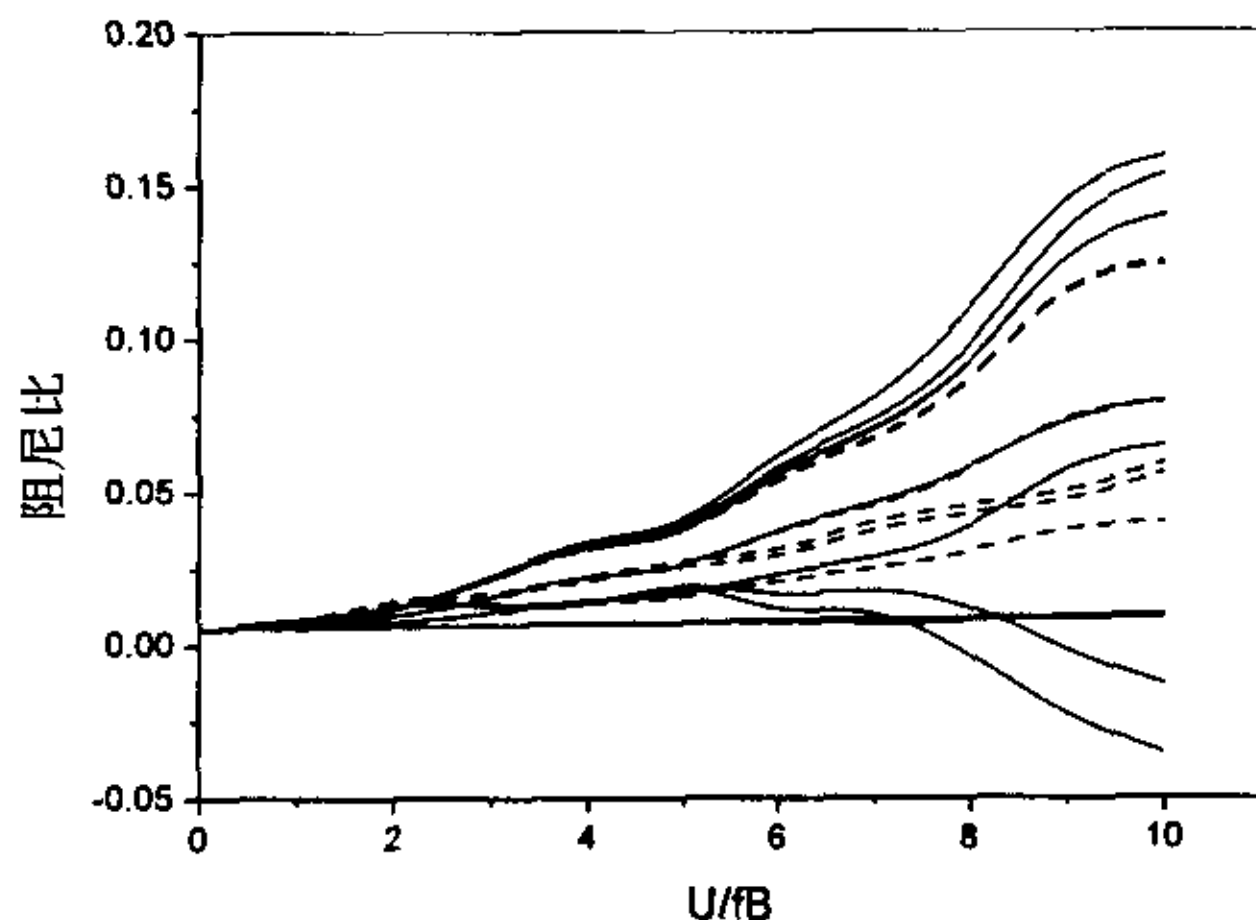
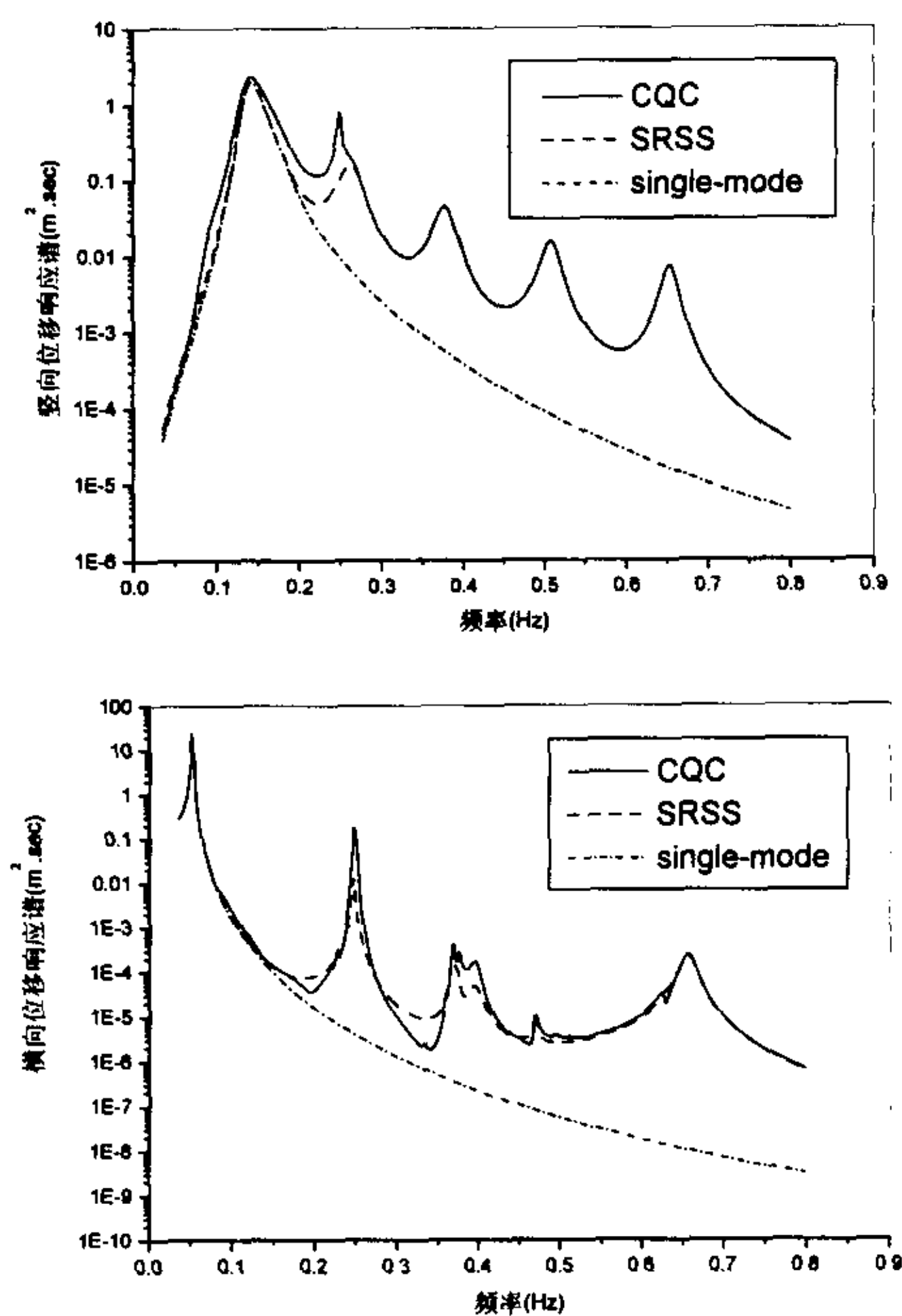


图 4.6 系统前 15 阶复模态阻尼比随折减风速的变化
(— 考虑气动耦合；---- 不考虑气动耦合)

抖振分析中同时采用了本文的有限元CQC方法和传统SRSS方法。图 4.7 显示了跨中桥面平均风速 60m/s时主跨跨中竖向、横向和扭转位移的功率谱密度。图中实线为本文方法

(CQC)的结果, 虚线为传统方法(SRSS)的结果。从图中可以看出, 由于振动模态的相互耦合, 对竖向和扭转位移功率谱来说, 两套结果在基频附近差别比较明显。对于横向位移功率谱密度则差别主要表现在高阶模态。图中同时给出了仅考虑一个主要模态时的抖振响应分析结果(single-mode)。可见, 从抖振响应功率谱来说, 在大跨度悬索桥中多模态效应非常明显。

主跨跨中主梁竖向、横向和扭转位移抖振响应RMS值随风速的变化情况见图 4.8 和表 4.1、4.2 所示。从图表中可见, 由于模态耦合的影响, 一个主要模态的抖振响应分析将明显低估主梁的竖向和扭转响应。尽管对主梁横向位移的RMS响应来说, 采用本文的CQC方法和传统的SRSS方法结果相差较小, 但是在高风速区传统的SRSS方法将大大地低估主梁的竖向和扭转抖振响应。在 40m/s的设计风速下, 本文CQC方法的跨中竖向和扭转位移抖振RMS响应结果分别为 0.442m和 0.574deg, 而传统SRSS方法的结果为 0.405m和 0.521deg, 分别比CQC方法的结果小 8.3%和 9.2%。而一个竖向和扭转主要模态的抖振响应结果为 0.382m和 0.501deg, 分别比CQC方法的结果小 13.5%和 12.7%。



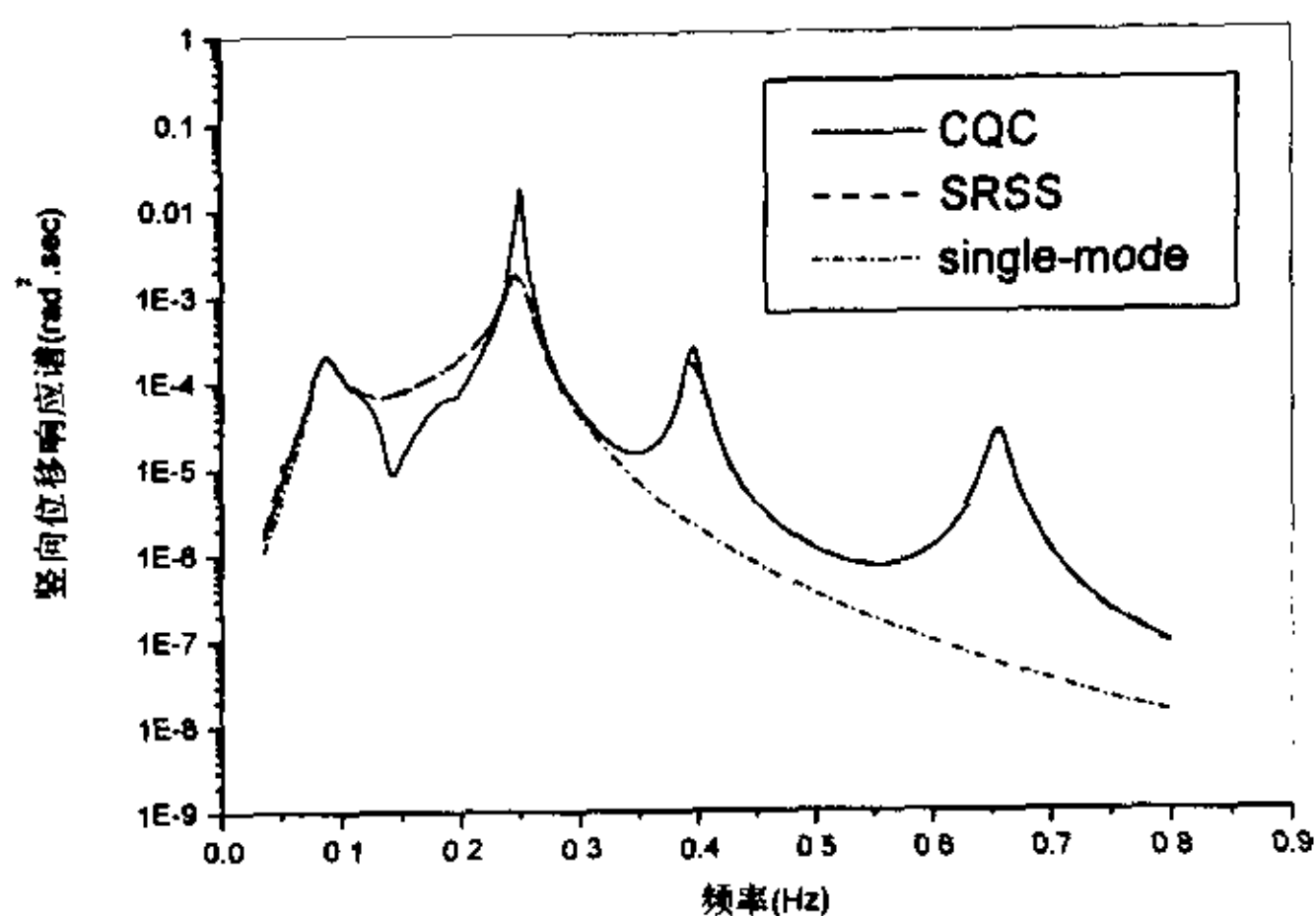


图 4.7 主梁跨中抖振位移响应的功率谱密度比较

表 4.1 江阴大桥跨中竖向位移抖振响应RMS值的比较(单位: m)

分析 结果 风速(m/s)	A: 本文 CQC方法	多模态SRSS方法		单模态方法	
		B: 20 阶模态	$\frac{ B-A }{A} \times 100\%$	C: 一阶主要模 态	$\frac{ C-A }{A} \times 100\%$
10.0	0.039	0.038	0.5%	0.038	2.8%
20.0	0.143	0.140	1.6%	0.135	5.3%
30.0	0.293	0.282	3.9%	0.270	7.9%
40.0	0.442	0.405	8.3%	0.382	13.5%
50.0	0.642	0.556	13.4%	0.518	19.4%
60.0	0.827	0.674	18.6%	0.622	24.8%

表 4.2 江阴大桥跨中扭转位移抖振响应RMS值的比较(单位: deg)

分析 结果 风速(m/s)	A: 本文 CQC方法	多模态SRSS方法		单模态方法	
		B: 20 阶模态	$\frac{ B-A }{A} \times 100\%$	C: 一阶主要模 态	$\frac{ C-A }{A} \times 100\%$
10.0	0.025	0.025	0.4%	0.023	4.7%
20.0	0.107	0.107	0.5%	0.102	4.6%
30.0	0.291	0.282	2.8%	0.273	6.1%
40.0	0.574	0.521	9.2%	0.501	12.7%
50.0	1.042	0.854	18.0%	0.820	21.3%
60.0	1.893	1.221	35.5%	1.171	38.1%

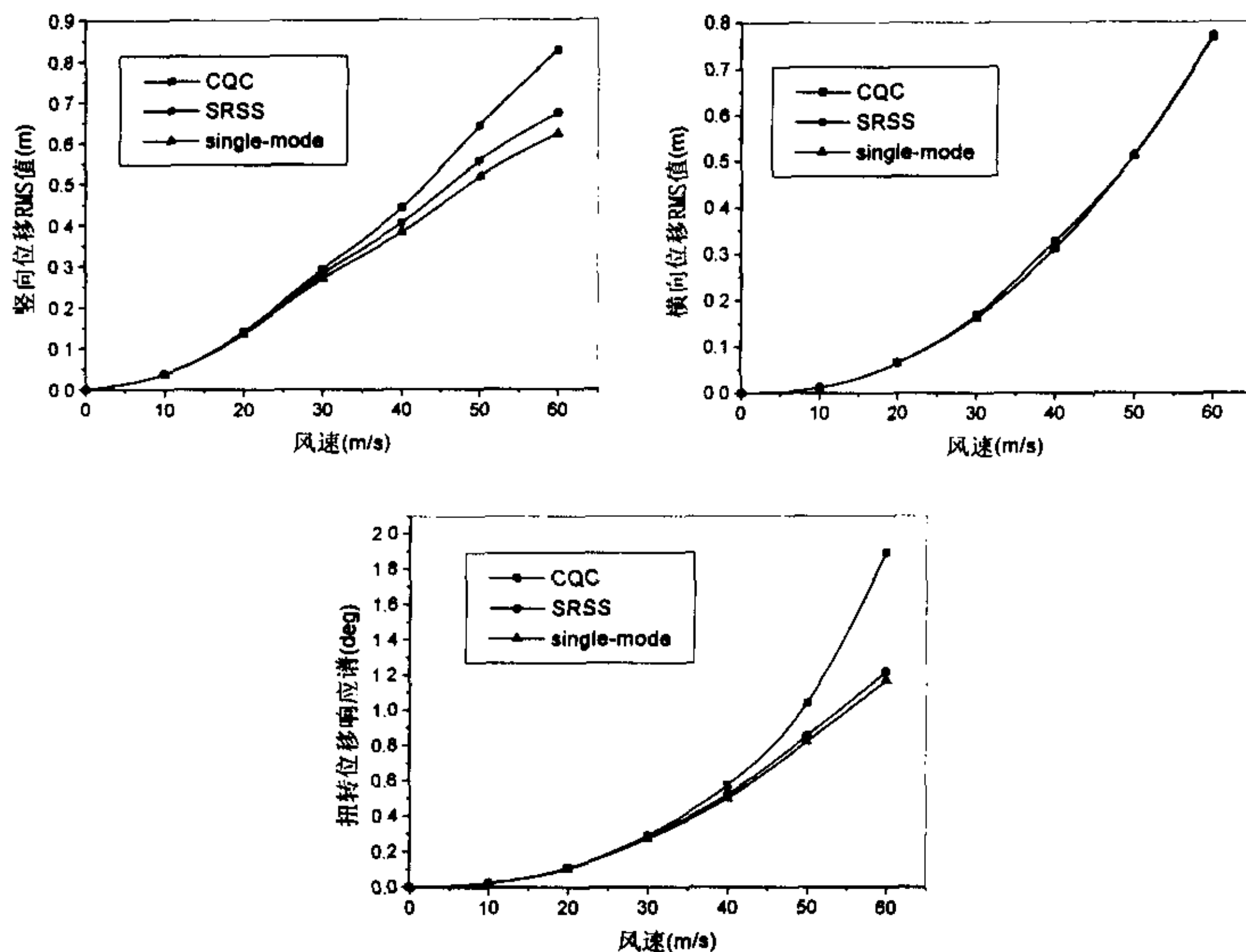


图 4.8 主梁跨中抖振位移响应的RMS值比较

图 4.9 给出了塔根处面外剪力和弯矩的抖振响应RMS值随风速的变化情况。可见，由于结构的单元内力与节点位移之间存在确定性的线性关系，从单元内力抖振响应结果中得到了与位移抖振响应类似的结论。

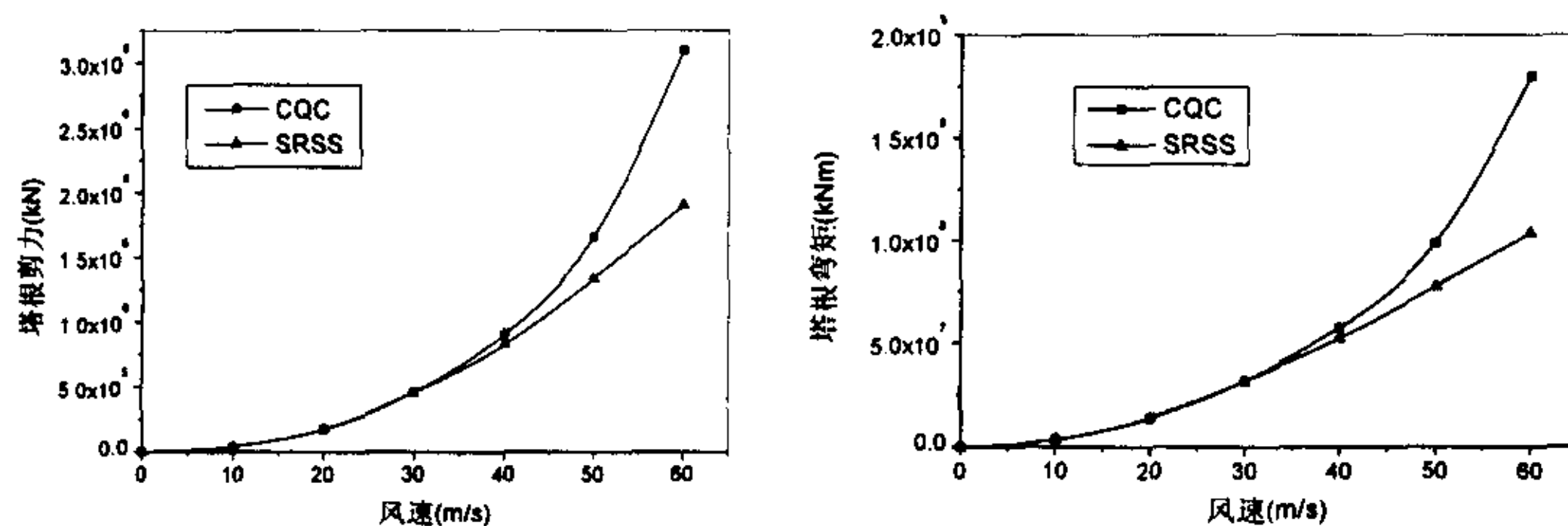


图 4.9 塔根处内力抖振响应的RMS值比较

为了考察广义抖振力的交叉功率谱密度(CSD)对耦合抖振分析结果的作用。计算了忽略广义抖振力交叉功率谱的广义模态和节点位移抖振响应。计算结果中主梁跨中竖向、横向和扭转位移抖振RMS响应分别为 0.387m、0.323m和 0.59deg。与考虑广义抖振力交叉功率谱时相比，尽管横向和扭转位移抖振响应差别较小，但竖向抖振位移却存在着很大的差异。因此，广义抖振力的交叉功率谱密度对大跨度桥梁结构耦合抖振响应的影响不可忽略，这

与Chen^[22]的结论有所区别。此外，笔者用Scanlan抖振分析方法得出了同样的结论。

二、自激力对抖振的影响

众所周知，主梁断面气动自激力对抖振响应的影响一般都是必须考虑的，否则抖振分析结果可能是不正确的。这里，针对江阴悬索桥研究一下主梁气动自激力对该桥抖振响应的影响。

用上述的抖振分析有限元CQC方法同时分析了考虑和不考虑自激力时该桥梁的抖振问题。跨中主梁竖向、横向和扭转位移抖振响应RMS值随风速的变化见图 4.10，表 4.3 列出了在 40m/s风速下的情况。图中同时给出了考虑和不考虑自激力时的抖振分析结果。从图中很清楚地看出，随着风速的增加，不考虑气动自激力的抖振响应分析结果明显偏大。可见，在颤振发生之前，气动自激力的作用大大减小了主梁各方向的抖振位移响应。

表 4.3 自激力对主梁跨中位移抖振响应的影响(U=40m/s)

	A: 考虑自激力	B: 不考虑自激力	$\frac{ B-A }{A} \times 100\%$
竖向位移RMS值(m)	0.442	1.598	262%
横向位移RMS值(m)	0.327	0.394	20%
扭转角RMS值(deg)	0.574	0.99	72%

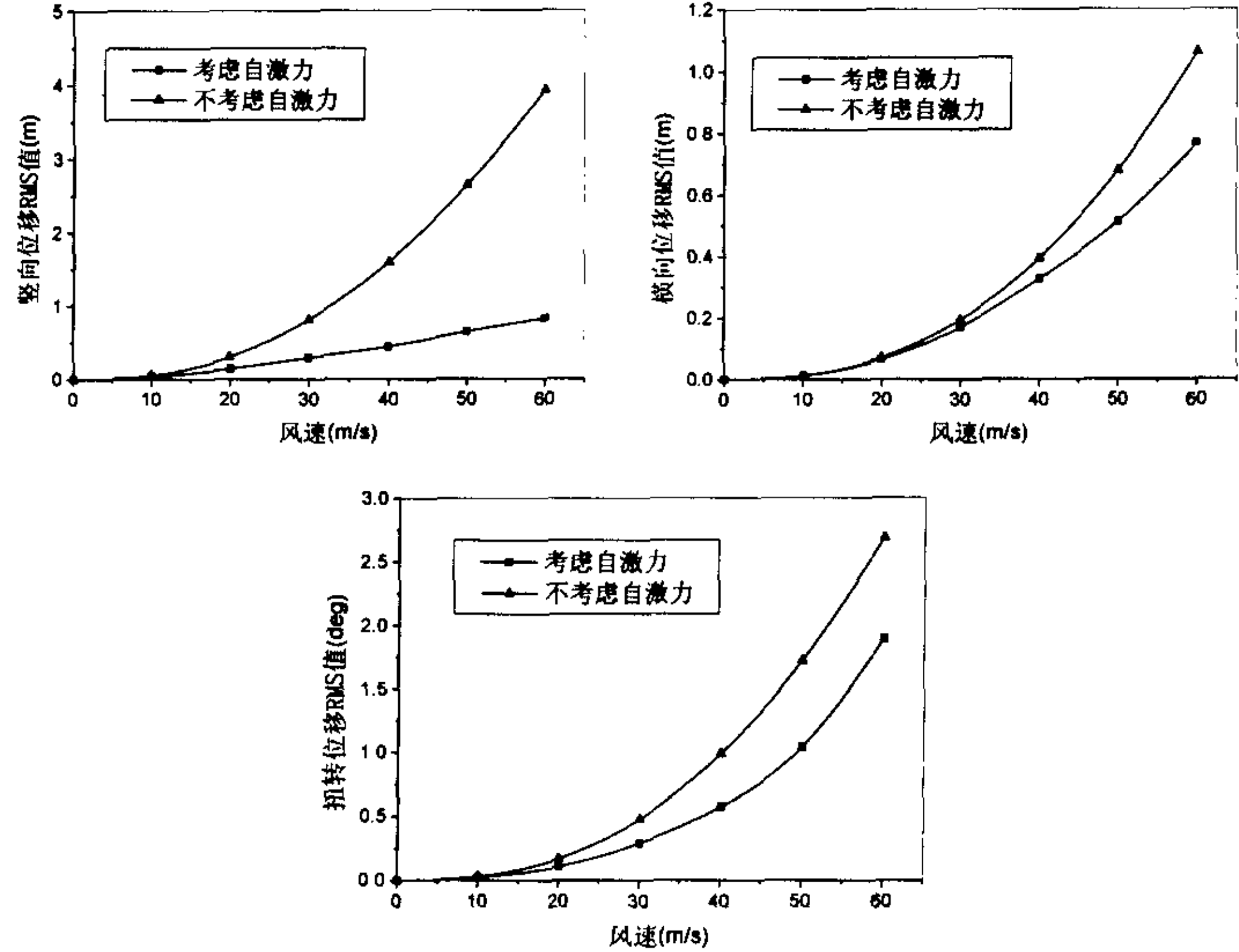


图 4.10 考虑和不考虑自激力时跨中抖振位移响应的RMS值比较

三、缆索上脉动风对抖振的作用

一般的桥梁结构抖振响应分析都不考虑缆索上脉动风荷载的作用。这一方面是由于一些抖振分析方法的局限性，另一方面，研究者通常都主观地认为缆索上的脉动风对桥梁抖振响应影响很小。目前，尚缺乏这方面的具体研究资料。本文则用上述的耦合抖振分析方法对该问题进行了探讨。

图 4.11 和表 4.4 给出了仅考虑主梁上的脉动风和同时考虑主梁和缆索上的脉动风时主梁跨中竖向、横向和扭转位移抖振响应RMS值随风速的变化情况。从图表中可以看出，缆索上的脉动风对桥面主梁的竖向和扭转抖振响应影响很小，但将增大主梁的横向抖振响应。在 40m/s的设计风速下，考虑缆索上脉动风的作用时，主梁跨中横向抖振位移响应RMS值为 0.421m，比不考虑时的结果(0.327m)大 28.7%。因此，缆索上的脉动风对主梁的横向位移抖振响应应有较大的影响，大跨度桥梁抖振分析中应给予重视。

表 4.4 江阴大桥跨中横向位移抖振响应RMS值的比较(单位: m)

分析结果 风速(m/s)	A: 不考虑缆索脉动风	B: 考虑缆索脉动风	$\frac{ B-A }{A} \times 100\%$
10.0	0.012	0.014	13.3%
20.0	0.066	0.079	20.5%
30.0	0.169	0.213	25.6%
40.0	0.327	0.421	28.7%
50.0	0.512	0.689	34.5%
60.0	0.768	1.046	36.3%

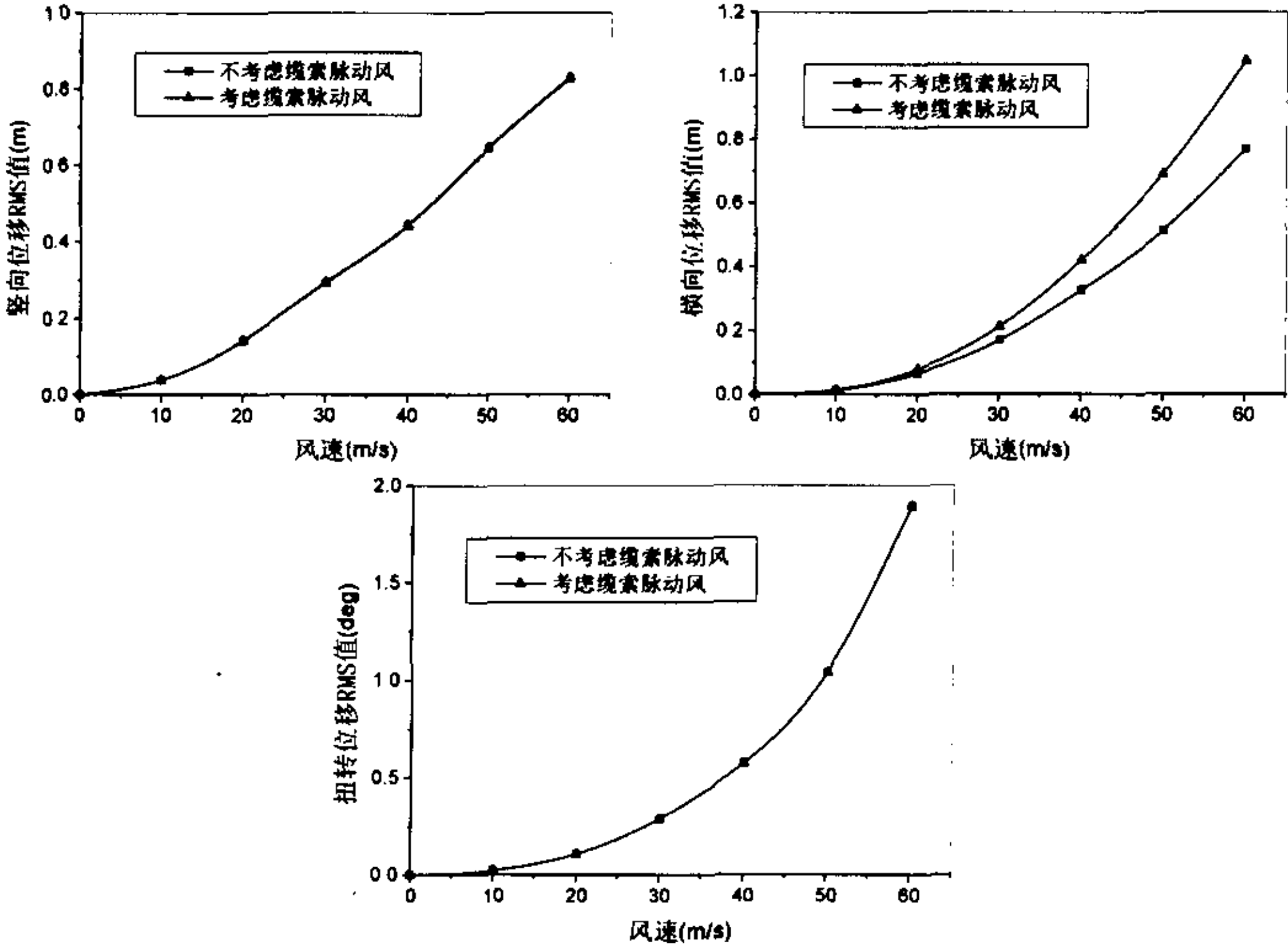


图 4.11 考虑和不考虑缆索上脉动风时跨中抖振位移响应的RMS值比较

四、气动导纳的影响

尽管Davenport在六十年代就提出了气动导纳的概念^[26,27]，旨在修正非定常气动力引起的误差，但至今尚无可供实际应用的桥梁断面气动导纳表达式。Scanlan在早期的颤抖振理论中则偏安全地忽略了气动导纳的影响。最近，有些学者开始了对桥梁主梁断面的气动导纳问题的研究。

Davenport建议了方形截面的气动导纳公式，并且他认为扁平状桥梁主梁断面的气动导纳取为Sears函数可能更为合理。参考Davenport的观点，将桥面主梁断面的气动导纳取为Sears函数。既然是研究主梁断面气动导纳对桥梁抖振响应的影响，暂时不考虑缆索上的脉动风。

用上述的耦合抖振分析方法计算了考虑气动导纳时的江阴大桥抖振响应。图 5.12 给出了考虑气动导纳时主梁跨中竖向、横向和扭转位移抖振响应RMS值随风速的变化情况。为了进行比较，图中同时给出了不考虑气动导纳时的抖振响应结果。从图中可以清楚看出，考虑Sears函数的气动导纳时的耦合抖振分析结果比不考虑气动导纳的结果明显低很多。表 4.5 列出了 40m/s设计风速时两种情况的比较。

表 4.5 气动导纳对悬索桥主梁跨中位移抖振响应的影响(U=40m/s)

	A: 气动导纳为 1	B: Sears函数气动导纳	$\frac{ B-A }{A} \times 100\%$
竖向位移RMS值(m)	0.442	0.238	46.2%
横向位移RMS值(m)	0.327	0.235	28.1%
扭转角RMS值(deg)	0.574	0.259	54.9%

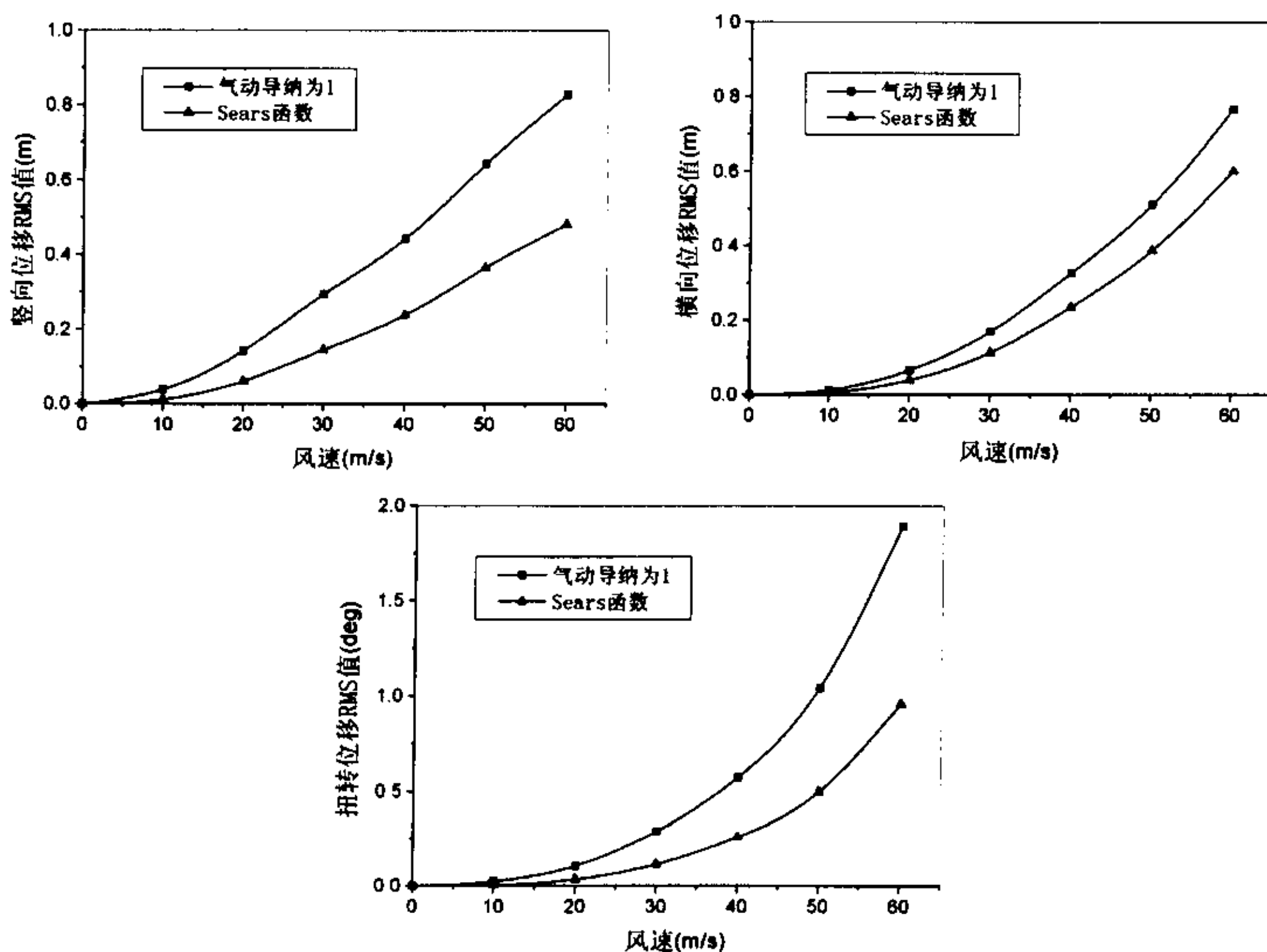


图 4.12 考虑和不考虑气动导纳时跨中抖振位移响应的RMS值比较

五、考虑纵向和竖向脉动风的交叉风谱的抖振分析

以上的抖振分析均没有考虑纵向与竖向脉动风速之间的交叉风谱(S_{uw} 和 S_{wu})的影响,但这种做法可能是偏于不安全的。Jones^[50]的初步研究指出,忽略交叉风谱在一些情况下将导致抖振响应低估 7%。另一个研究结果^[4]表明,这种低估甚至达到 25%。尽管更加精确化的结论尚有待进一步的研究,本文针对目前的江阴悬索桥进行了比较分析,暂时不考虑缆索上脉动风的作用。

用以上方法对考虑交叉风谱和不考虑交叉风谱时该悬索桥的耦合抖振响应进行了分析。图 4.13 给出两种情况下跨中位移的抖振响应RMS值随风速而变化的情况,可见,两者有较大的差异。在 40 m/s设计风速下,不考虑交叉风谱时跨中竖向、横向和扭转位移抖振RMS响应分别为 0.442m、0.327m和 0.574deg。而考虑交叉风谱时的结果为 0.515m、0.388m和 0.604deg,分别比不考虑情况大 16.5%、18.6%和 5.2%。

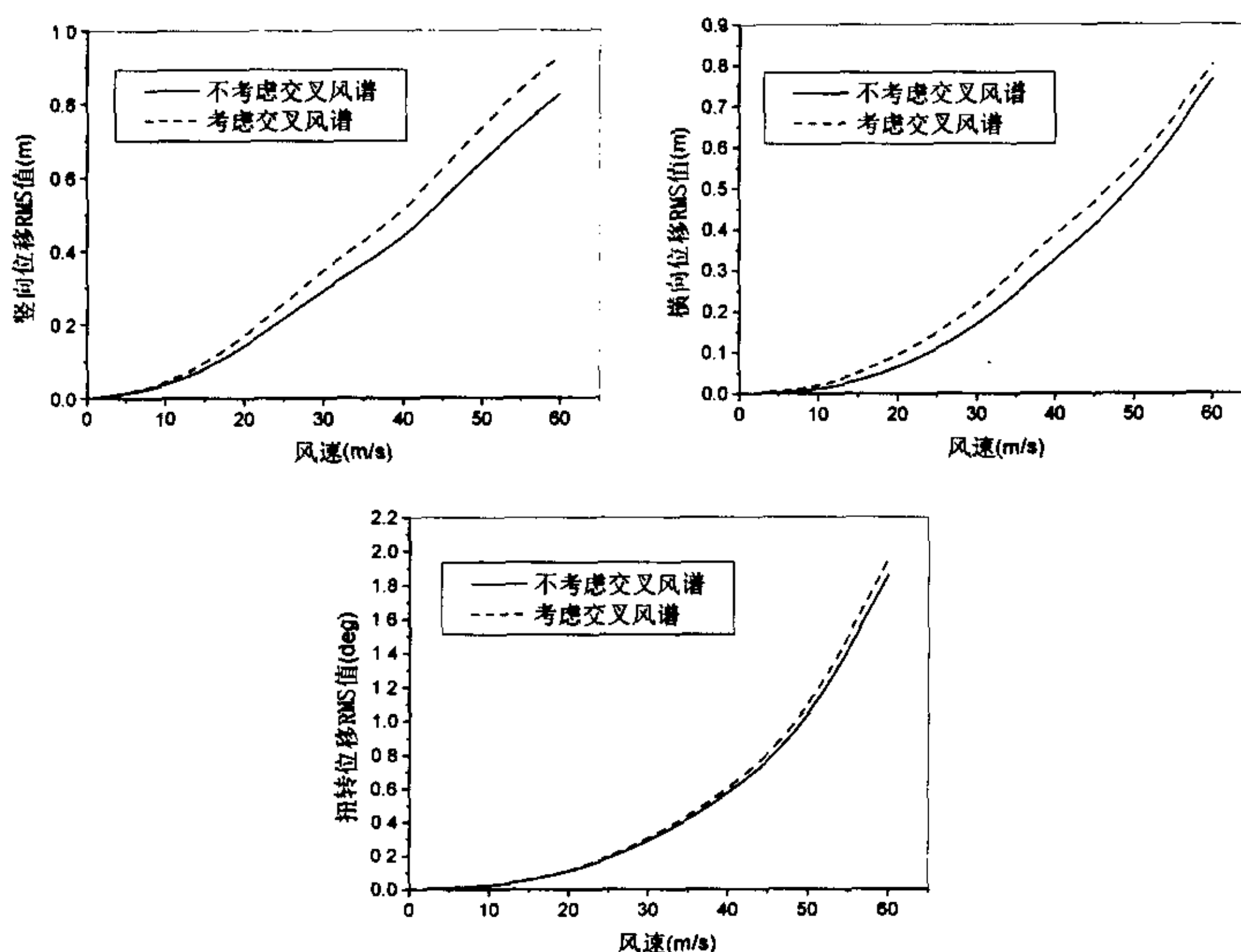


图 4.13 考虑和不考虑交叉风谱时跨中抖振位移响应的RMS值比较

4.4.3 杨浦大桥抖振分析

关于杨浦大桥的有限元计算模型、颤振导数和动力特性等数据资料请参考第三章第四节,这里不再重复。以下介绍用上述的有限元CQC方法分析该斜拉桥在零攻角下的抖振响应问题。

在均匀流场中该桥主梁断面各攻角下的静力三分力系数如图 4.14 所示。在零攻角时,

桥面主梁断面的静风力系数及其导数分别为 $C_D = 0.09855$, $C_L = -0.09118$, $C_M = 0.01324$, $dC_D/d\alpha = 0.1322$, $dC_L/d\alpha = -7.2464$, $dC_M/d\alpha = 0.9352$ 。桥梁结构各固有模态的结构阻尼比均取为 0.01。

杨浦大桥处于上海市区, 可视为第III类场地类型, 地面粗糙长度取为 0.3m。该桥主梁跨中桥面离地面高度为 60m。纵向和竖向脉动风速的指数衰减系数 C_z 、 C_y 和 C_w 分别取为 10、16 和 8。在 40m/s的设计风速下, 根据这些参数确定该桥主梁跨中心处的纵向和竖向脉动风速功率谱见图 4.15。

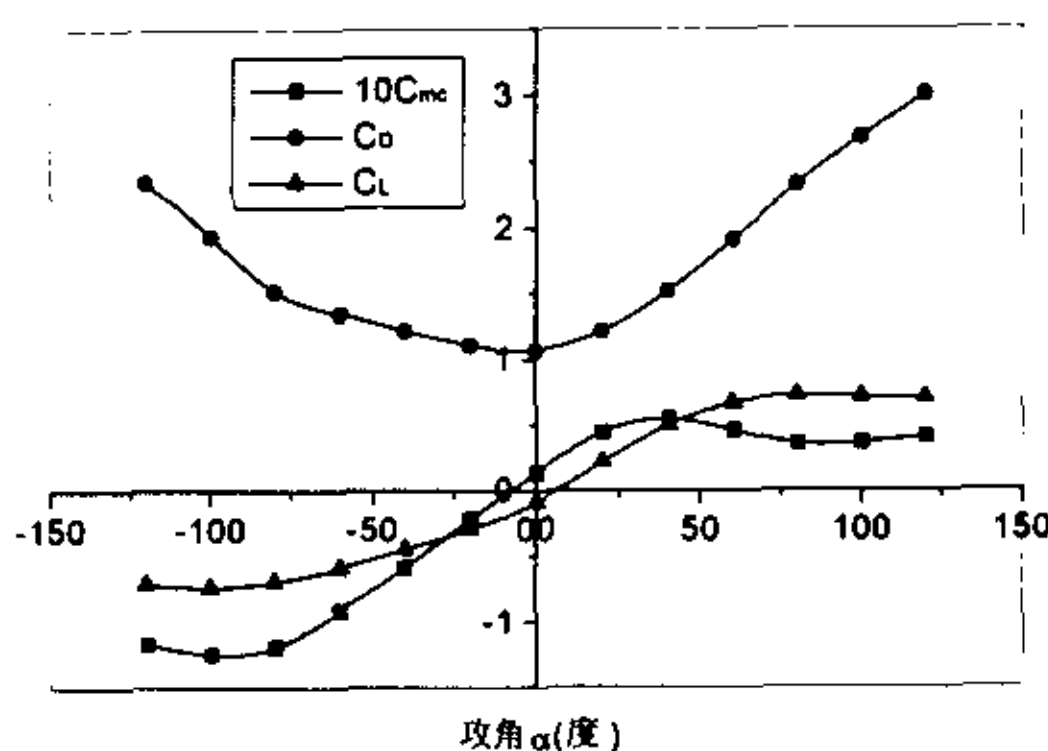


图 4.14 主梁断面静力三分力系数

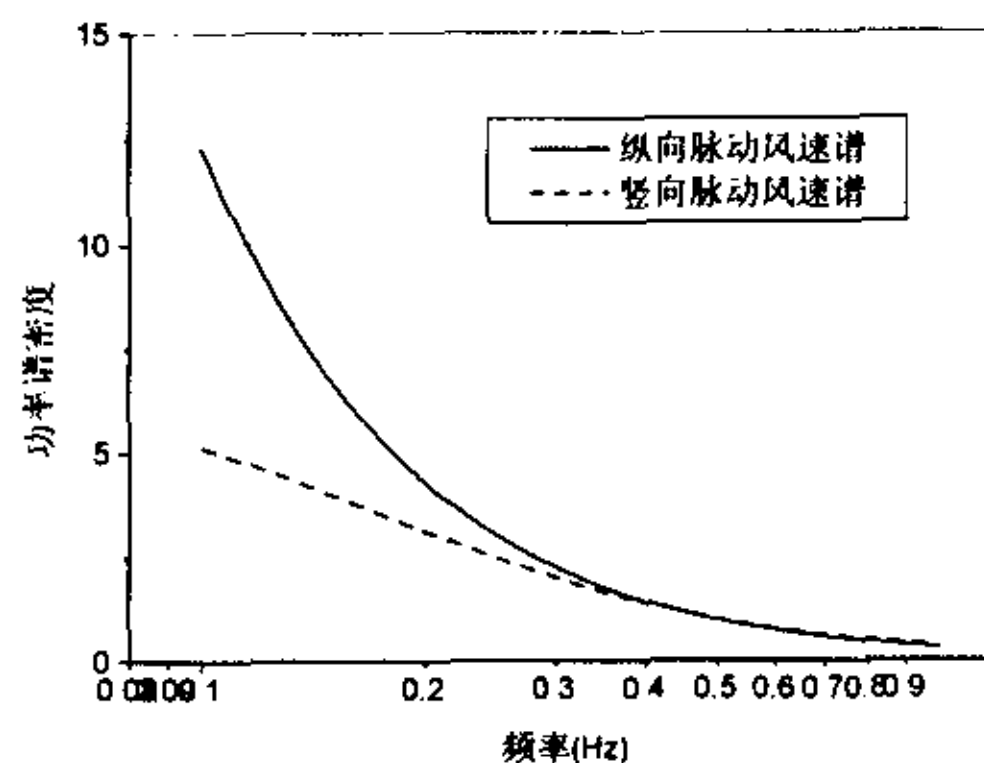


图 4.15 主梁跨中脉动风速谱($V=40\text{m/s}$)

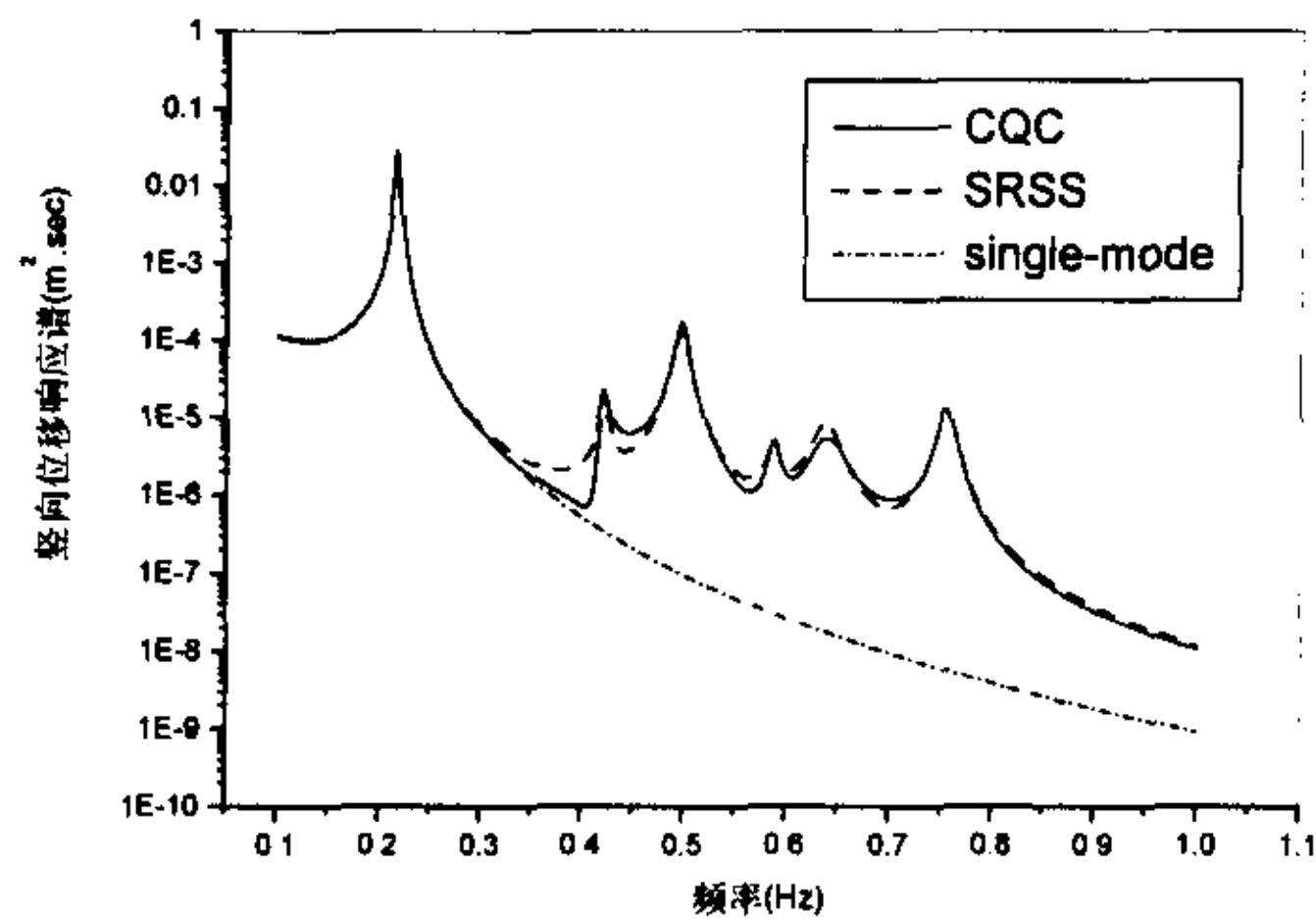
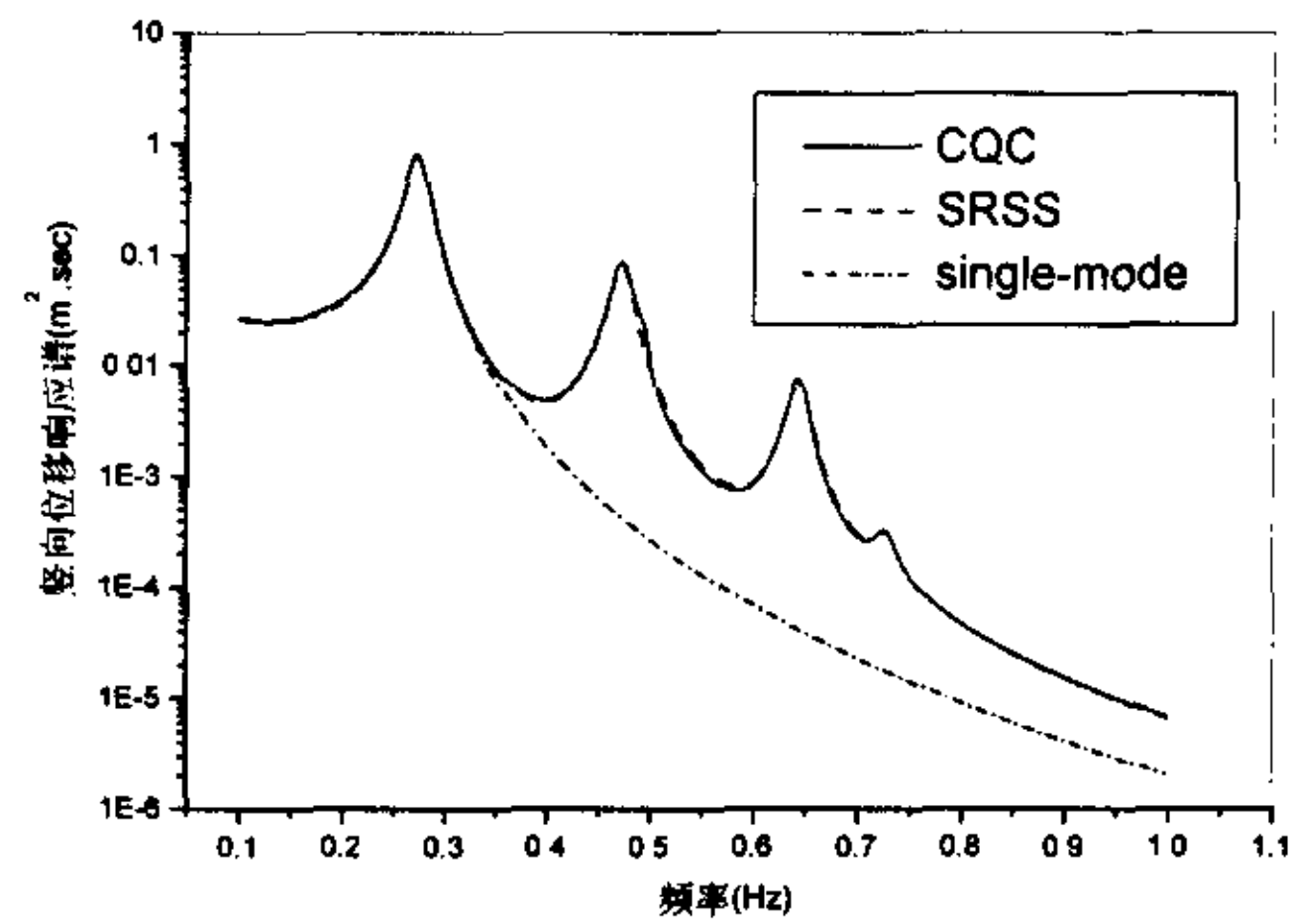
在多模态抖振分析中, 考虑了自振特性分析的前 20 阶固有模态。为计算抖振响应, 频率范围取为 0.1 到 1.0Hz, 频率间隔为 0.002Hz。抖振分析时考虑了主梁上气动自激力的作用。这里暂时都不考虑桥塔和斜拉索上脉动风的作用以及纵向和竖向脉动风交叉风谱的影响。

同时采用了本文的有限元CQC方法和传统SRSS方法进行抖振分析。图 4.16 显示了跨中桥面平均风速 40m/s时主梁跨中竖向、横向和扭转位移抖振响应的功率谱密度。图中实线为本文方法(CQC)的结果, 虚线为传统方法(SRSS)的结果。从图中可以看出, 由于振动模态的相互耦合, 对扭转位移功率谱来说, 两套结果在低频附近有一定的差别。但对于竖向和横向位移功率谱密度, 两者之间的差异较小。图中同时给出了仅考虑一个主要模态时的抖振响应分析结果。可见, 从抖振响应功率谱来说, 在大跨度斜拉桥中多模态效应的影响主要表现在高频段。

主梁跨中竖向、横向和扭转位移抖振响应RMS值随风速的变化情况见图 4.17 所示。在 40m/s的设计风速下, 不同分析方法计算结果的比较见表 4.6。从图表中可以看出, 对于该斜拉桥来说, 本文CQC方法的分析结果和传统的SRSS方法比较接近, 这也说明了振动模态之间的耦合程度较弱。此外, 由于多模态的参与, 一个主要模态的抖振响应分析将低估主梁的各方向位移响应。由于结构的单元内力与节点位移之间存在确定性的线性关系, 从单元内力抖振响应结果中得到了与位移抖振响应类似的结论, 无需赘述。

表 4.6 杨浦大桥跨中位移抖振响应RMS值的比较

		竖向位移(m)	横向位移(m)	扭转角(deg)
A: 本文CQC方法		0.201	0.01192	0.160
多模态 SRSS方法	B: 20 阶模态	0.199	0.01188	0.162
	误差($\frac{ B-A }{A} \times 100\%$)	1.0%	0.3%	1.25%
单模态 方法	C: 一阶主要模态	0.190	0.0118	0.150
	误差($\frac{ C-A }{A} \times 100\%$)	5.5%	1.0%	6.25%



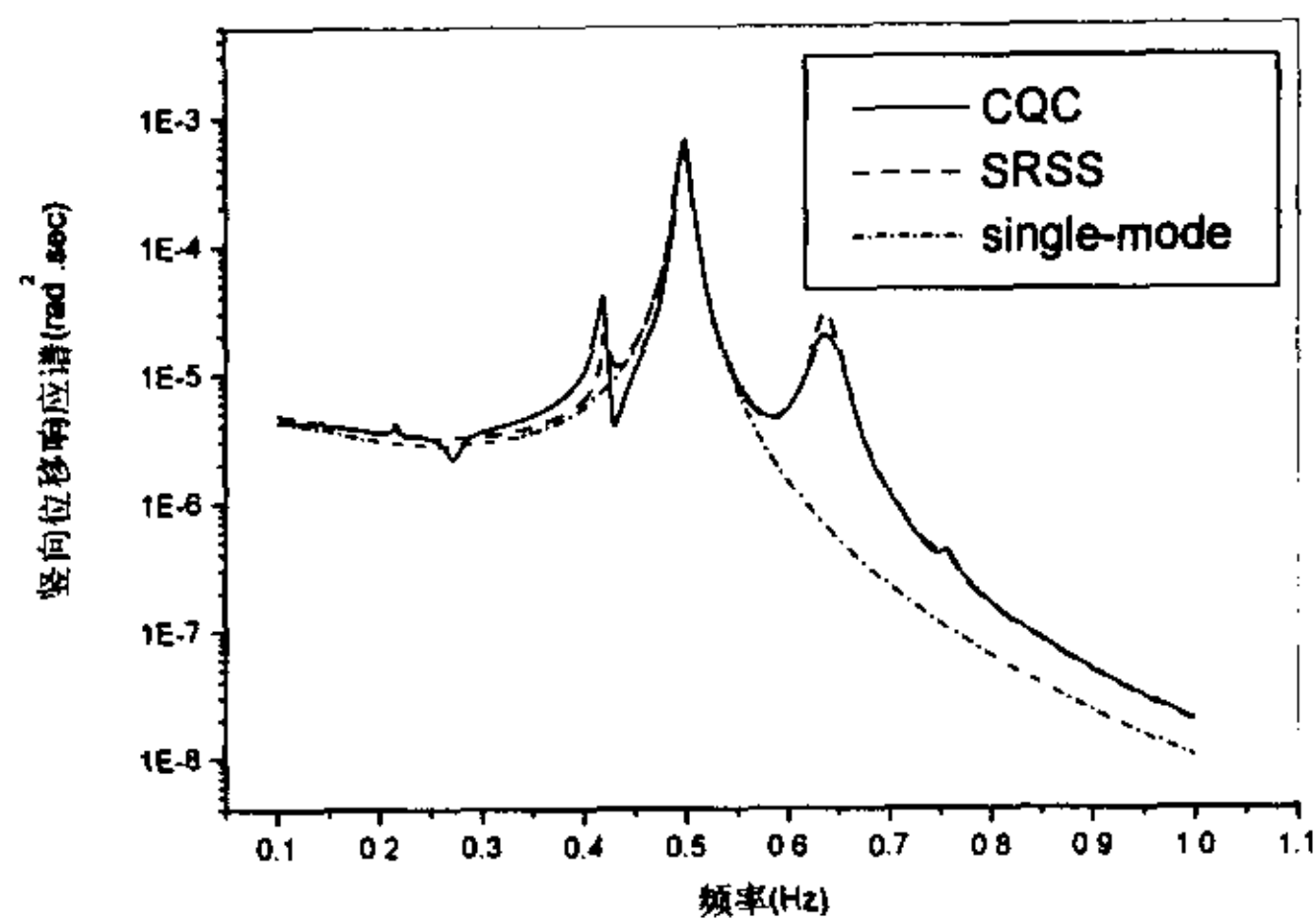


图 4.16 主梁跨中抖振位移响应的功率谱密度比较

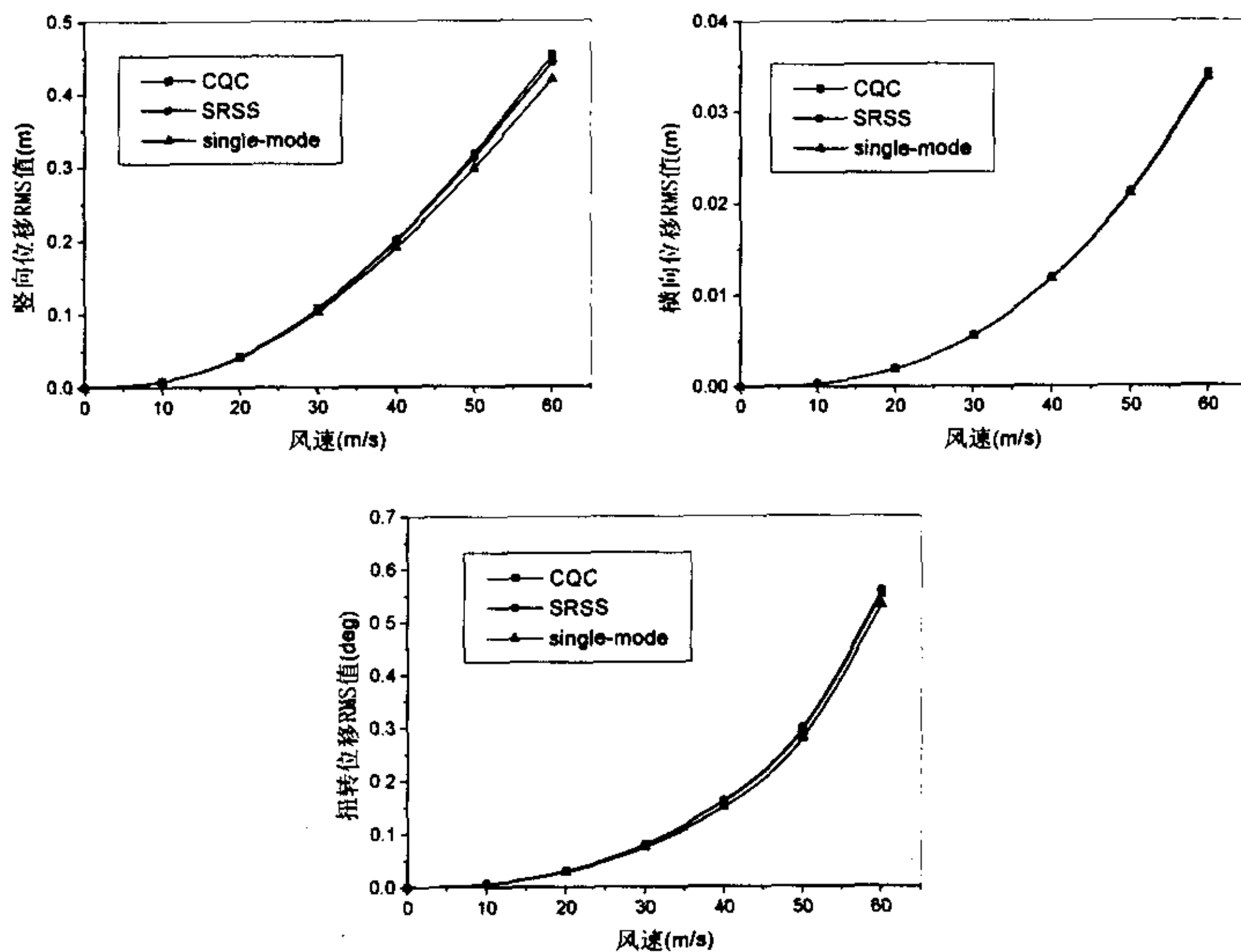


图 4.17 主梁跨中抖振位移响应的RMS值比较

以上的抖振分析没有考虑气动导纳的作用。用上述的耦合抖振分析方法计算了考虑气动导纳(为Sears函数)时的杨浦大桥抖振响应。图 5.18 给出了考虑气动导纳时主梁跨中竖向、横向和扭转位移抖振响应RMS值随风速的变化情况。为了进行比较, 图中同时给出了不考

考虑气动导纳时的抖振响应结果。从图中可以清楚看出，考虑Sears函数的气动导纳时的耦合抖振分析结果比不考虑气动导纳的结果明显低很多。表 4.7 列出了 40m/s设计风速时两种情况的比较。

表 4.7 气动导纳对斜拉桥主梁跨中位移抖振响应的影响

	A: 气动导纳为 1	B: Sears函数气动导纳	$\frac{ B-A }{A} \times 100\%$
竖向位移RMS值(m)	0.201	0.0875	56.5%
横向位移RMS值(m)	0.01192	0.006	49.7%
扭转角RMS值(deg)	0.160	0.057	64.4%

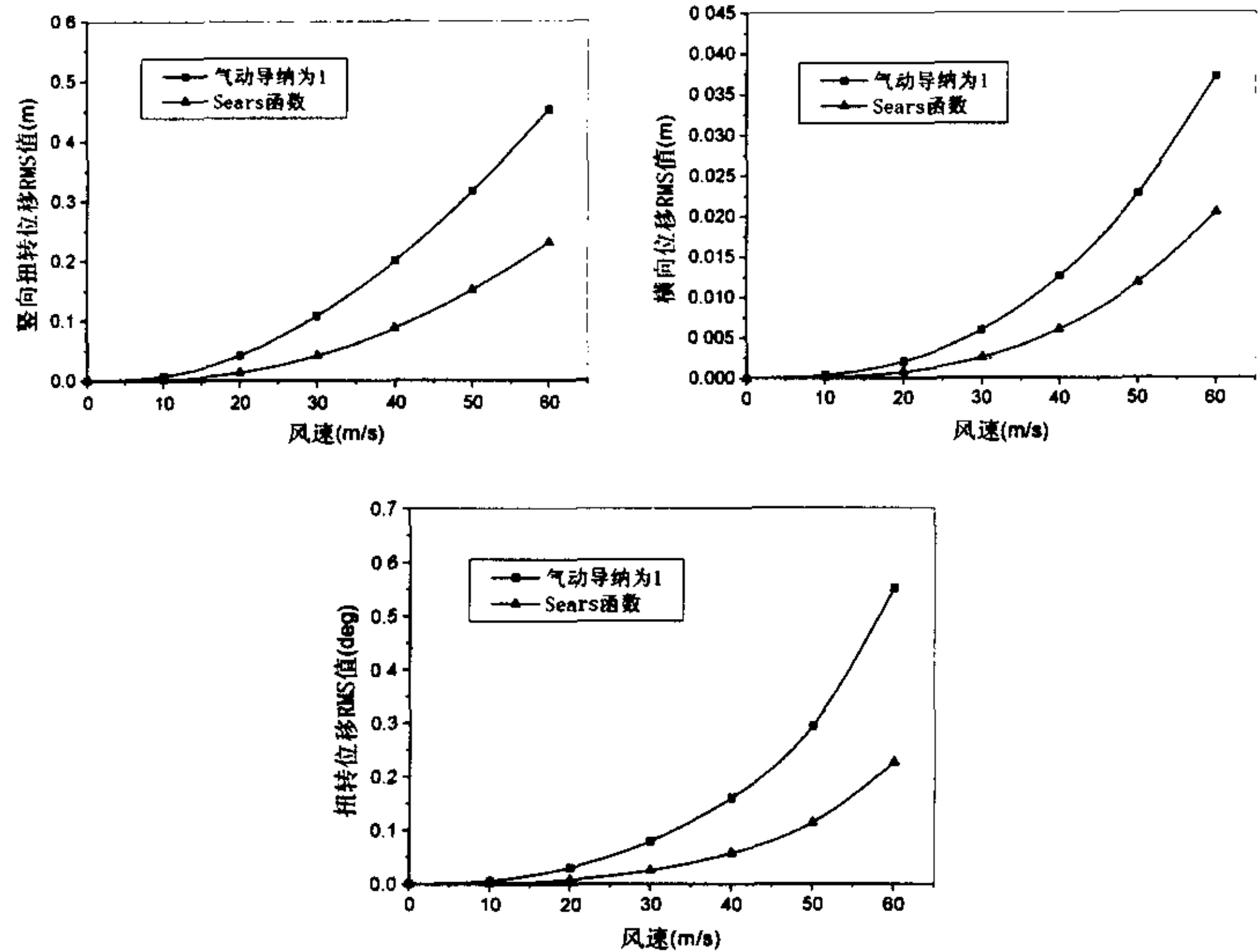


图 4.18 考虑和不考虑气动导纳时跨中抖振位移响应的RMS值比较

4.5 本章小结

基于结构的固有模态坐标，本章提出了用于大跨度桥梁耦合抖振响应分析的有限元CQC方法。在合理假设基础上，推导了桥梁结构的节点等效气动抖振力公式。结合有限元方法和随机振动理论，提出了桥梁结构节点位移和单元内力功率谱密度和方差的计算方法。本文抖振分析方法不仅可以考虑桥面上气动力的作用，而且可以分析桥塔和缆索上的气动力对桥梁结构抖振响应的影响。该方法能够考虑自然风的任意风谱和空间相关性以及桥梁结

构抖振响应的多模态和模态耦合效应,并且计算效率较高。应用该方法可以进行大跨度桥梁在施工或成桥阶段的三维抖振响应分析。

尽管目前对于大气边界层中紊流纵向与竖向脉动风速的交叉功率谱密度(CSD)的研究还不够完善,文中给出了一些国外学者建议的交叉风谱。如果纵向和竖向脉动风速的正方向取向不同,由该交叉风谱所引起的广义抖振力和节点位移响应将会有正负号的差别,并且它与静风三分力系数有关,因而在本文方法中将它分离出来进行计算。

结合本章所提出的耦合抖振分析方法,编制了大跨度桥梁结构三维抖振分析程序模块。为了验证本文方法和程序模块的正确性和可靠性,对薄平板截面简支梁结构进行了耦合抖振分析。从分析中发现,本文方法的分析结果与Scanlan方法的结果相当吻合。作为实桥算例,对江阴长江悬索桥和杨浦斜拉桥的耦合抖振问题进行了分析。从大跨度桥梁的抖振分析中得出以下几点结论:

- 1、在大跨度桥梁(悬索桥和斜拉桥)中,多模态效应对结构位移和内力抖振响应有显著地影响,抖振分析中应考虑多个模态的参与;
- 2、由于振动模态的相互耦合,用本文CQC方法和传统SRSS方法计算的悬索桥竖弯和扭转振动抖振响应有较大的差别。在设计风速下,传统的SRSS方法较大地低估了主梁的竖向和扭转抖振响应。尽管模态耦合效应对于目前跨度的斜拉桥似乎影响不大,但随着跨度的增大和断面趋流线化,这种影响可能会增强。由于上述的有限元CQC方法已经具有较高的效率,笔者建议不必引入SRSS方法的假设来提高计算效率;
- 3、在颤振发生之前,气动自激力的作用大大减小了桥梁的抖振位移响应。因而气动自激力的作用必须考虑,否则计算结果可能是不正确的;
- 4、缆索上的脉动风对悬索桥主梁的横向位移抖振响应有较大的影响,在以后悬索桥的抖振分析中应给予重视;
- 5、气动导纳对桥梁抖振响应的影响十分显著,用Sears函数近似考虑桥梁断面的气动导纳时,大跨度桥梁的抖振响应将有较大程度的降低;
- 6、对江阴桥来说,在设计风速下考虑纵向和竖向脉动风的交叉风谱时跨中竖向、横向和扭转位移抖振RMS响应分别比不考虑情况的结果大16.5%、18.7%和5.2%。尽管该结果不一定具有很强的普遍性,但至少说明交叉风谱的影响不容忽视。

第五章 非线性颤抖振时域分析方法

前面两章分别论述了大跨度桥梁结构的耦合颤振和抖振响应频域分析问题,本章则从时域分析的角度对该问题进行探讨。过去,由于计算方面的困难,限制了对颤抖振时域分析的研究。随着计算机技术的迅速发展,时域分析方法的优势才开始表现出来,并成为研究大跨度桥梁颤抖振问题的重要方法之一。

为了进行大跨度桥梁结构的颤抖振时程分析,首先必须解决随机脉动风场的计算机模拟问题。以下通过对现有谐波合成法进行改进,提高谐波合成法的计算效率,并节省内存花费,实现了对三维空间脉动风场的有效模拟。其次,在风振时程分析中,所有作用于结构上的风荷载都需要表达成时域的形式。类似于频域分析,将风荷载处理为三部分:平均风引起的静风力、脉动风引起的抖振力和气动耦合产生的自激力。在此基础上,论述了大跨度桥梁结构非线性颤抖振响应时程分析。

最后,结合本章的非线性颤抖振时域分析方法,笔者编制了相应的非线性动力计算程序。针对该程序所具有的四个方面分析功能,即非线性静力分析、非线性动力分析、颤振时程分析和抖振时程分析,以下分别采用了不同的数值算例进行验证。

5.1 三维空间脉动风速场的计算机模拟

为了分析大跨度桥梁结构在自然风速作用下的随机动力响应, Monte Carlo 方法是一种直接有效的方法。对给定谱特性的大气边界层风场,它通过计算机模拟技术生成随机风速样本函数,利用线性或非线性方法分析结构的动力响应。

在实际的大气边界层紊流风场中,脉动风速不仅是时间的函数,而且随空间位置(x, y, z)而变化,是一个所谓的单变量四维(1V-4D)随机场。根据前人的研究,自然风的脉动可以近似地处理为各态历经的平稳高斯随机过程。若将风场看作是离散空间点处随机风波的总和,则该单变量四维(1V-4D)随机场可以处理为多变量一维(nV -1D)随机过程。

运用 Monte Carlo 思想模拟多变量随机过程主要有两类方法。一类是谐波合成法(WAWS 法)。谐波合成法是一种利用谱分解和三角级数叠加来模拟随机过程样本的传统方法。Rice^[97]提出了谐波合成法的基本思想,当时他的方法只能模拟一维单变量的平稳高斯随机过程。Borgman^[12]和 Shinozuka^[117-122]解决了多维、多变量甚至非平稳随机过程的模拟问题。在此之后,他们提出的方法得到了广泛应用,并在应用中不断进行改进^[139]。Yang^[145,146]在计算中综合 FFT 技术,大大提高了该类方法的计算效率。Yamazaki^[144]还提出了用于模拟非高斯随机过程的迭代 WAWS 方法。Deodatis^[32]运用频率双索引(double-indexing frequency)的概念,提出一种新的谐波合成法,模拟了各态历经的多变量平稳高斯随机过程。曹映泓^[21,148]应用特殊情况下谱矩阵的显式分解,大大提高了该方法的计算效率,成功地模拟了大跨度桥梁沿主梁的脉动风速。可惜的是,如果要模拟三维空间的随机风速,则无法对谱矩阵进行显式分解。

另一类方法是利用线性滤波技术的方法(如 AR, MA, ARMA 等),以下称为线性滤波法。

线性滤波技术是广泛应用于随机振动和时序分析中的一种分析手段。Gerch^[37]较早将线性滤波技术用于生成随机时间序列等工程问题。该方法以其方便快捷开辟了随机模拟的新思路。此后许多学者对线性滤波方法进行了不断改进,发展到了可以用 AR, MA 和 ARMA 模型模拟多维、多变量的随机过程。在这方面, Spanos^[126,127], Samaras^[98], Mignolet^[75-80], Li & Kareem^[61,62]等学者做了比较重要的工作^[75,87,93]。Reed & Scanlan^[96], Iazzunni^[44], Huang^[42]等在脉动风场模拟中应用了这些方法。其中,多变量随机过程的自回归模型 AR(p)在线性滤波法中运用最多。

本节着重介绍了目前用于模拟多变量平稳随机过程最常用的三种方法: Shinozuka's 谐波合成法^[119]、Deodatis's 谐波合成法^[35]和 AR(p) 线性滤波法^[98,44]。分析发现,谐波合成法算法简单明了,精度高,适用于任意谱特征的平稳随机过程。Shinozuka's 方法不仅计算速度快,且对内存要求低。Deodatis's 方法进一步提高了谐波合成法的精度,但计算量和内存花费都显著增加。本文通过对谱分解矩阵引入插值近似,减少谱分解的次数,从而提高谐波合成法的计算效率,并节省内存花费。尽管这些方法均可用于生成大规模、长周期平稳高斯随机过程,但笔者建议采用谐波合成法模拟大跨度桥梁三维空间脉动风场。

5.1.1 Shinozuka's 谐波合成法

考虑一个零均值的一维 n 变量平稳高斯随机过程 $\{f_j^0(t)\} (j = 1, 2, \dots, n)$, 其互相关函数矩阵为

$$\mathbf{R}^0(\tau) = \begin{bmatrix} R_{11}^0(\tau) & R_{12}^0(\tau) & \cdots & R_{1n}^0(\tau) \\ R_{21}^0(\tau) & R_{22}^0(\tau) & \cdots & R_{2n}^0(\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{n1}^0(\tau) & R_{n2}^0(\tau) & \cdots & R_{nn}^0(\tau) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

互谱密度矩阵为

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}^0(\omega) & S_{12}^0(\omega) & \cdots & S_{1n}^0(\omega) \\ S_{21}^0(\omega) & S_{22}^0(\omega) & \cdots & S_{2n}^0(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1}^0(\omega) & S_{n2}^0(\omega) & \cdots & S_{nn}^0(\omega) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

且互相关函数矩阵的元素与互谱密度矩阵的元素存在如下 Wiener-Khintchine 关系式

$$S_{jk}^0(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{jk}^0(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5.3a)$$

$$R_{jk}^0(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{jk}^0(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (5.3b)$$

按照 Shinozuka^[119] 的建议, 随机过程 $\{f_j^0(t)\}$ 的样本 $\{f_j(t)\}$ 可以由下式来模拟

$$f_j(t) = 2\sqrt{\Delta\omega} \sum_{m=1}^N \sum_{l=1}^N |H_{jm}(\omega_l)| \cos(\omega_l t - \theta_{jm}(\omega_l) + \phi_{ml}) \quad (5.4)$$

其中, N 为一充分大的正整数; $\Delta\omega = \omega_{up}/N$ 为频率增量, ω_{up} 为截止频率, 即当 $\omega > \omega_{up}$ 时 $S^0(\omega)=0$; ϕ_{ml} 为均匀分布于 $[0, 2\pi)$ 区间的随机相位

$$\omega_l = (l - \frac{1}{2})\Delta\omega, \quad \omega_l' = \omega_l + \delta\omega_l, \quad l = 1, 2, \dots, N \quad (5.5)$$

式中, $\delta\omega_l$ 为均匀分布于 $(-\Delta\omega'/2, \Delta\omega'/2)$ 的随机频率, $\Delta\omega' \ll \Delta\omega$ 。 $\delta\omega_l$ 的引入是为了消除模拟随机过程的周期性, 但它以牺牲效率为代价, 因而 Jeffries^[51] 建议最好不用随机频率措施。

$H_{jm}(\omega_l)$ 为 $S^0(\omega_l)$ 的 Cholesky 分解矩阵 $\mathbf{H}(\omega_l)$ 中的元素, 即

$$\mathbf{S}^0(\omega_l) = \mathbf{H}(\omega_l) \mathbf{H}^T(\omega_l) \quad (5.6)$$

$\theta_{jm}(\omega_l)$ 为 $H_{jm}(\omega_l)$ 的复角, 由下式给出

$$\theta_{jm}(\omega_l) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}[H_{jm}(\omega_l)]}{\text{Re}[H_{jm}(\omega_l)]} \right\} \quad (5.7)$$

为了避免模拟结果的失真现象, 时间增量必须满足以下关系式

$$\Delta t \leq \frac{2\pi}{2\omega_{up}} \quad (5.8)$$

可以证明, 式(5.4)模拟随机过程的集综均值为零, 集综相关函数和功率谱密度随 $N \rightarrow \infty$ 而收敛到目标相关函数和功率谱密度。

为了运用 FFT 技术, 取 $M = \frac{2\pi}{\Delta\omega\Delta t}$ 为整数, 则可以将式(5.4)该写为如下形式:

$$f_j(p\Delta t) = 2\sqrt{\Delta\omega} \text{Re} \left\{ G_j(p\Delta t) \exp \left[i \left(\frac{p\pi}{M} \right) \right] \right\} \quad (5.9)$$

$$p = 0, 1, \dots, M-1; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$G_j(p\Delta t)$ 由下式给出, 可通过 FFT 进行计算

$$G_j(p\Delta t) = \sum_{l=0}^{M-1} B_j(l\Delta\omega) \exp(ilp \frac{2\pi}{M}) \quad (5.10)$$

其中,

$$B_j(l\Delta\omega) = \begin{cases} \sum_{m=1}^j H_{jm}(l\Delta\omega) \exp(i\phi_{ml}) & 0 \leq l < N \\ 0 & N \leq l < M \end{cases} \quad (5.11)$$

需要说明的是, 以上的目标功率谱均为双边功率谱, 实际风工程中给出的一般都是单边功率谱。

5.1.2 Deodatis's 谐波合成法

根据 Shinozuka^[121] 和 Deodatis^[32] 的研究, 随机过程 $\{f_j^0(t)\}$ 的样本 $\{f_j(t)\}$ 也可以用下式进行模拟

$$f_j(t) = 2\sqrt{\Delta\omega} \sum_{m=1}^j \sum_{l=1}^N |H_{jm}(\omega_{ml})| \cos(\omega_{ml}t - \theta_{jm}(\omega_{ml}) + \phi_{ml}) \quad (5.12)$$

其中, ω_{ml} 为双索引频率, 定义如下:

$$\omega_{ml} = (l-1)\Delta\omega + \frac{m}{n}\Delta\omega \quad (l = 1, 2, \dots, N) \quad (5.13)$$

同样, 为了避免模拟结果的失真现象, 时间增量必须满足关系式(5.8)。式(5.12)模拟的随机过程的周期为

$$T_0 = \frac{2\pi m}{\Delta\omega} = \frac{2\pi m N}{\omega_{up}} \quad (5.14)$$

类似于前面, 式(5.12)模拟随机过程的集综均值为零, 集综相关函数和功率谱密度随 $N \rightarrow \infty$ 而收敛到目标相关函数和功率谱密度。而且, Deodatis^[32] 给出了其均值和相关函数的各态历经性的证明, 即当 $T=T_0$ 时, 该模拟随机过程的时间均值和时间相关函数分别等于集综均值和集综相关函数。

由于 $\mathbf{H}(\omega)$ 是 ω 的函数, 由式(5.12)可知, 对每个频率点 ω_{m_l} 都要进行一次 $\mathbf{S}^0(\omega)$ 的 Cholesky 分解, 其计算量是相当大的, 且需要太多的内存。在工程实际中, 空间不同点之间的互谱密度通常用实函数来表达, 因而互谱密度矩阵 $\mathbf{S}^0(\omega)$ 为实对称矩阵。因此, 谱分解的下三角矩阵 $\mathbf{H}(\omega)$ 也是实数矩阵。通过对 $\mathbf{H}(\omega)$ 的分析发现, $\mathbf{H}(\omega)$ 的各元素均随频率连续地变化。这样, 我们可以通过仅计算少量频率点的 $\mathbf{H}(\omega)$, 利用插值函数得出其他频率点 ω_{m_l} 处 $\mathbf{H}(\omega)$ 的近似值。实际应用表明, 这种插值近似能够在保证模拟精度的同时, 大大提高计算效率, 并减少内存花费。这项改进措施同样可以在 Shinozuka's 谐波合成法中应用, 以达到提高计算速度的目的。

具体插值方式的应用可以有不同的选择。最常用的两种插值方法是: 线性插值和三次拉格朗日多项式插值。线性插值由于其精度相对较差, 因而要求更多频率点的谱分解, 这就造成更多计算机内存的需要。因此, 应用线性插值必须首先考虑内存问题。三次拉格朗日多项式插值(见图 5.1)的插值方程为

$$\tilde{H}_{jk}(\omega) = \sum_{l=i-1}^{i+2} H_{jk}(\omega_l) L_l(\omega) \quad (5.15)$$

其中, $L_l(\omega)$ 为拉格朗日插值函数。

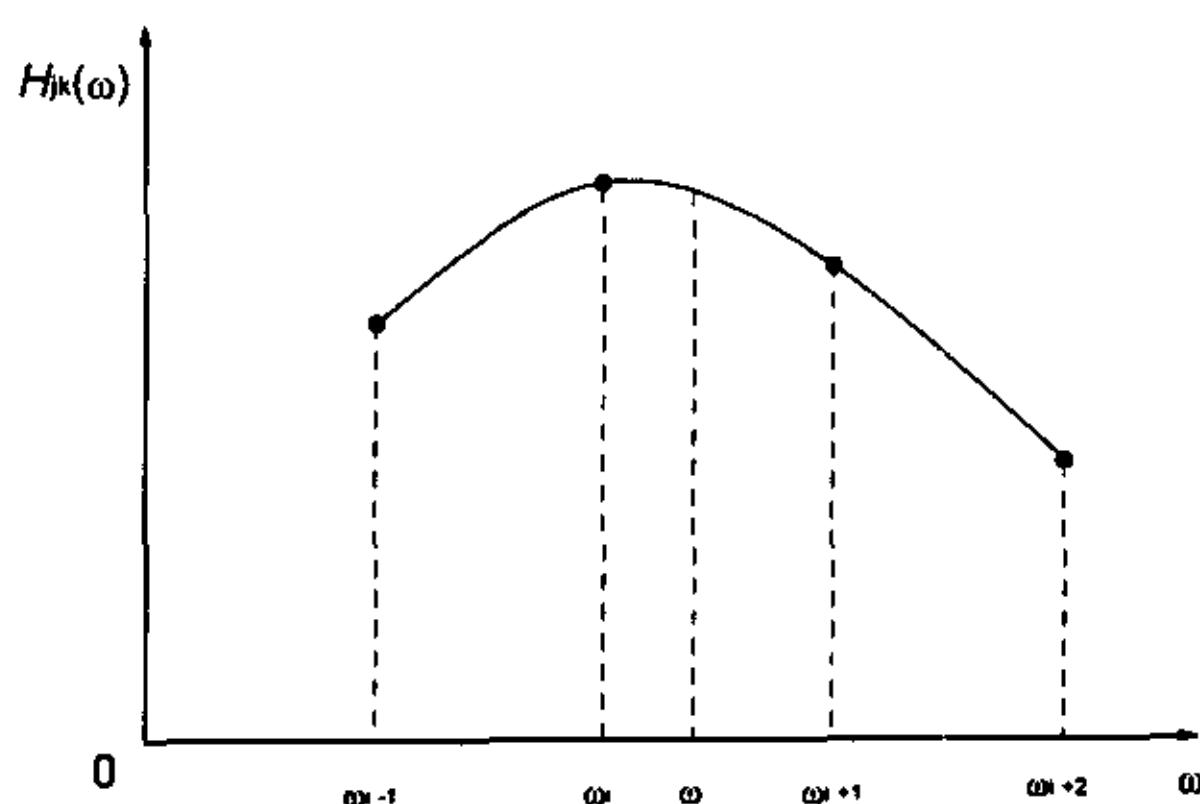


图 5.1 三次拉格朗日多项式插值

运用 $\mathbf{H}(\omega)$ 的插值近似之后, 脉动风速样本的模拟公式变为

$$f_j(t) = 2\sqrt{\Delta\omega} \sum_{m=1}^J \sum_{l=1}^N \tilde{H}_{jm}(\omega_{m_l}) \cos(\omega_{m_l} t + \phi_{m_l}) \quad (5.16)$$

同样可以证明, 用上式模拟的脉动风速样本仍保持各态历经性, 且随 $N \rightarrow \infty$ 而收敛到目标功率谱。

运用 FFT 技术可以大大地减少风场模拟的计算量, 进一步提高计算效率。类似于 Deodatis^[32] 的推导, 我们可以将式(5.16)改写为如下形式:

$$f_j(p\Delta t) = \text{Re} \left\{ \sum_{m=1}^J G_{jm}(q\Delta t) \exp \left[i \left(\frac{m\Delta\omega}{n} \right) (p\Delta t) \right] \right\} \quad (5.17)$$

$$p = 0, 1, \dots, 2N \times n - 1, j = 1, 2, \dots, n$$

其中, q 是 $p/(2N)$ 的余数, $q = 0, 1, \dots, 2N-1$ 。

$G_{jm}(q\Delta t)$ 由下式给出, 可用 FFT 进行计算

$$G_{jm}(q\Delta t) = \sum_{l=0}^{2N-1} B_{jm}(l\Delta\omega) \exp(i l q \frac{2\pi}{M}) \quad (5.18)$$

其中,

$$B_{jm}(l\Delta\omega) = \begin{cases} 2\sqrt{\Delta\omega} \tilde{H}_{jm}(l\Delta\omega + \frac{m\Delta\omega}{n}) \exp(i\phi_{ml}) & 0 \leq l < N \\ 0 & N \leq l < M \end{cases} \quad (5.19)$$

5.1.3 AR(p)线性滤波法

一种常用于模拟多变量随机过程的自回归模型 AR(p) 公式如下^[98,44]

$$\mathbf{f}(t) = \sum_{k=1}^p \mathbf{C}(k) \mathbf{f}(t - k\Delta t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{n}(t) \quad (5.20)$$

其中, $\mathbf{f}(t) = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)]^T$; $\mathbf{C}(k)$ 为 $p \times p$ 阶的自回归系数矩阵; Δt 为时间间隔; p 为自回归阶数; $\mathbf{n}(t)$ 为零均值方差为 1 的标准白噪声, \mathbf{B}_0 是它的系数矩阵。

在式(5.20)的两边右乘 $\mathbf{f}(t-j\Delta t)$ 并取数学期望, 得下列方程

$$\mathbf{R}_{ff}(j\Delta t) = \sum_{k=1}^p \mathbf{R}_{ff}[(j-k)\Delta t] \mathbf{C}^T(k) \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (5.21)$$

$$\mathbf{R}_{ff}(0) = \sum_{k=1}^p \mathbf{C}(k) \mathbf{R}_{ff}(k\Delta t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{R}_{nn}(0) \quad (5.22)$$

对式(5.20)两边右乘 $\mathbf{n}(t)$ 并取数学期望, 得 $\mathbf{R}_{fn}(0) = \mathbf{B}_0$ 。将 $\mathbf{R}_{nf}(0) = \mathbf{R}_{fn}^T(0) = \mathbf{B}_0^T$ 代入式(5.22)得

$$\mathbf{R}_{ff}(0) = \sum_{k=1}^p \mathbf{C}(k) \mathbf{R}_{ff}(k\Delta t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0^T \quad (5.23)$$

对目标自(互)谱密度函数进行 Fourier 变换可以得到自(互)相关函数。将这些相关函数代入式(5.21)解出自回归系数 $\mathbf{C}(k)$ ($k = 1, 2, \dots, p$)。一旦 $\mathbf{C}(k)$ 已知, 则可通过式(5.23)求解出下三角矩阵 \mathbf{B}_0 。将所有这些系数矩阵代入式(5.20)并进行递归计算, 便可以生成所需的随机脉动风速。

5.1.4 数值算例

以下用上述随机模拟方法生成如图 5.2 的 $50 \times 5 = 250$ 个空间点的纵向脉动风速。该纵向脉动风谱采用 Kaimal 谱, 即

$$\frac{nS_u(\omega)}{u_*^2} = \frac{200f}{(1+50f)^{5/3}} \quad (5.24)$$

其中, $f = \frac{nz}{U(z)}$; $u_* = \frac{KU(z)}{\ln(\frac{z}{z_0})}$, $K=0.4$, $z_0=0.03$, $U(40)=50\text{m/s}$; 截止频率 $\omega_{up}=4\pi(\text{rad/s})$ 。

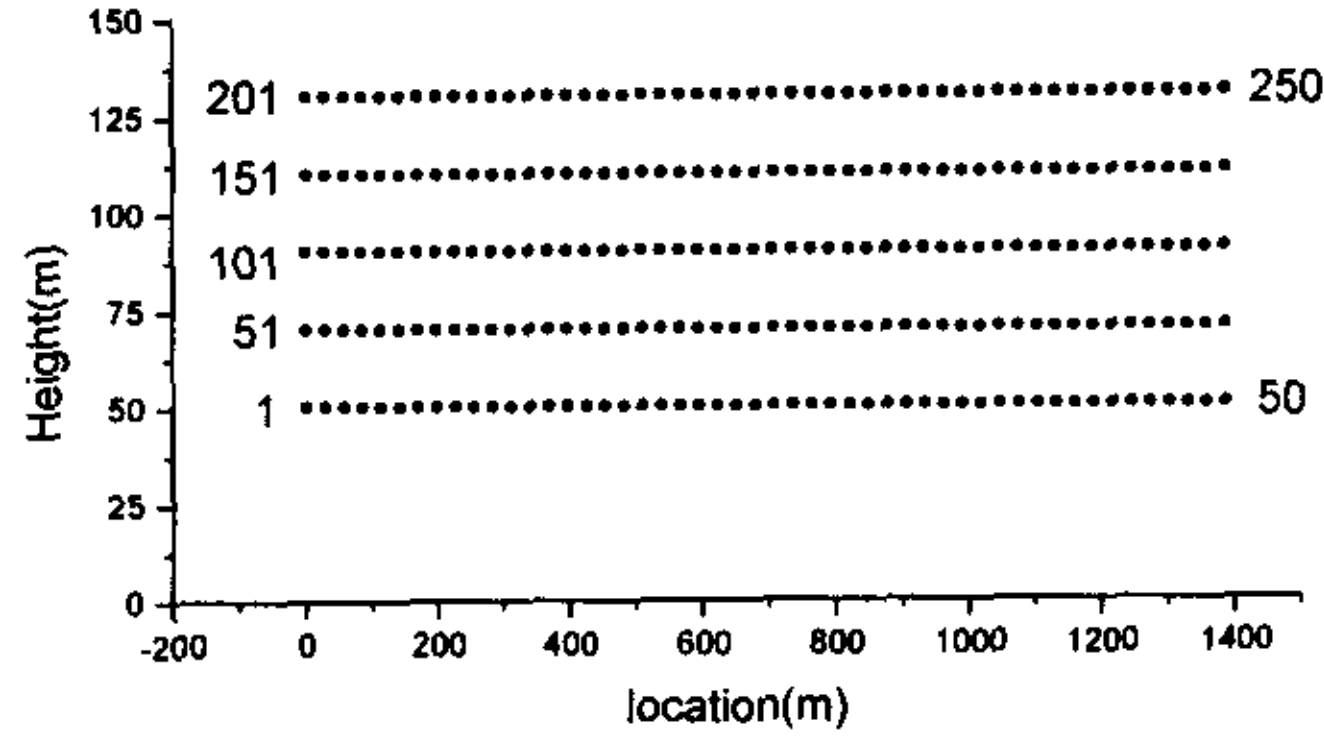


图 5.2 250(=50×5)个空间点纵向脉动风速的模拟

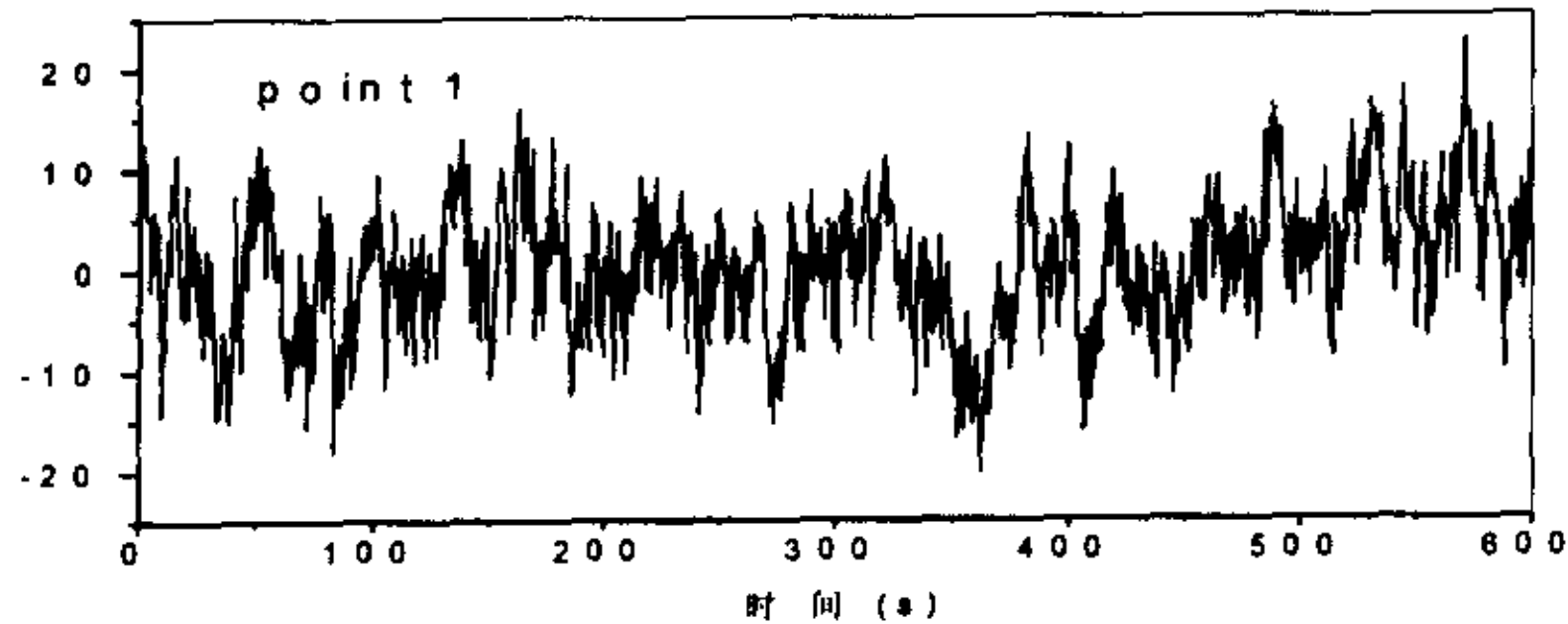
参照 Davenport 的建议^[174], 纵向脉动风速互谱的相干函数设为

$$coh(r, \omega) = \exp\left(-\frac{\omega [C_z^2(z_1 - z_2)^2 + C_y^2(y_1 - y_2)^2]^{1/2}}{2\pi \frac{1}{2}[U(z_1) + U(z_2)]}\right) \quad (5.25)$$

C_z 和 C_y 分别取为 10 和 16。

首先用以上的两种谐波合成法模拟了该三维空间点的纵向脉动风速场, 取频率分隔数 $N=2048$ 。用 Deodatis's 方法模拟时, 仅对其中的 $N_0=128$ 个频率点进行了谱分解, 需占用内存约 16M。如采用改进前的方法, 则谱分解的次数为 $2048 \times 250 = 512000$ 次! 仅谱分解的矩阵就需要 256M 的内存! 可见, 上述改进措施的效果对 Deodatis's 方法非常明显。

图 5.3 给出了几个空间点的纵向脉动风速典型样本, 可以发现距离较近的 1 点和 2 点的脉动风速具有很强的相关性。用不同谐波合成法模拟风速样本的相关函数与目标相关函数的部分比较见图 5.4 和图 5.5 所示。可见, Deodatis's 方法比 Shinozuka's 方法具有更好的模拟精度。鉴于 Shinozuka's 方法模拟风速样本的功率谱较离散, 图 5.6 仅给出了用 Deodatis's 方法模拟风速样本的功率谱与目标功率谱的比较。从图中可以看出, Deodatis's 方法模拟脉动风速样本的相关函数和功率谱与目标值均十分吻合。因此, 尽管改进的 Deodatis's 方法对谱分解矩阵采用了插值近似, 但模拟的随机过程样本仍具有相当好的精度。



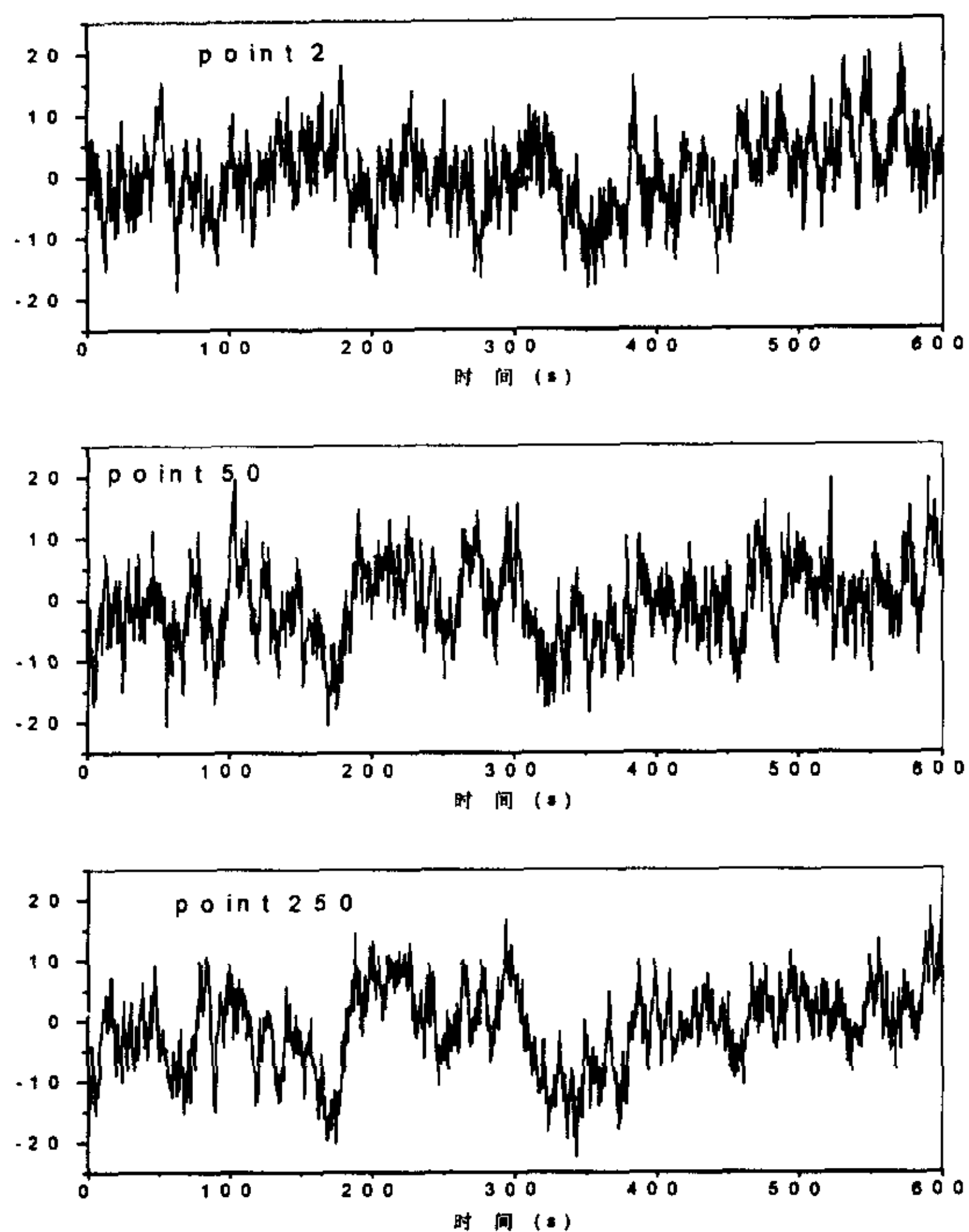


图 5.3 用谐波合成法(WAWS)模拟的脉动风速典型样本

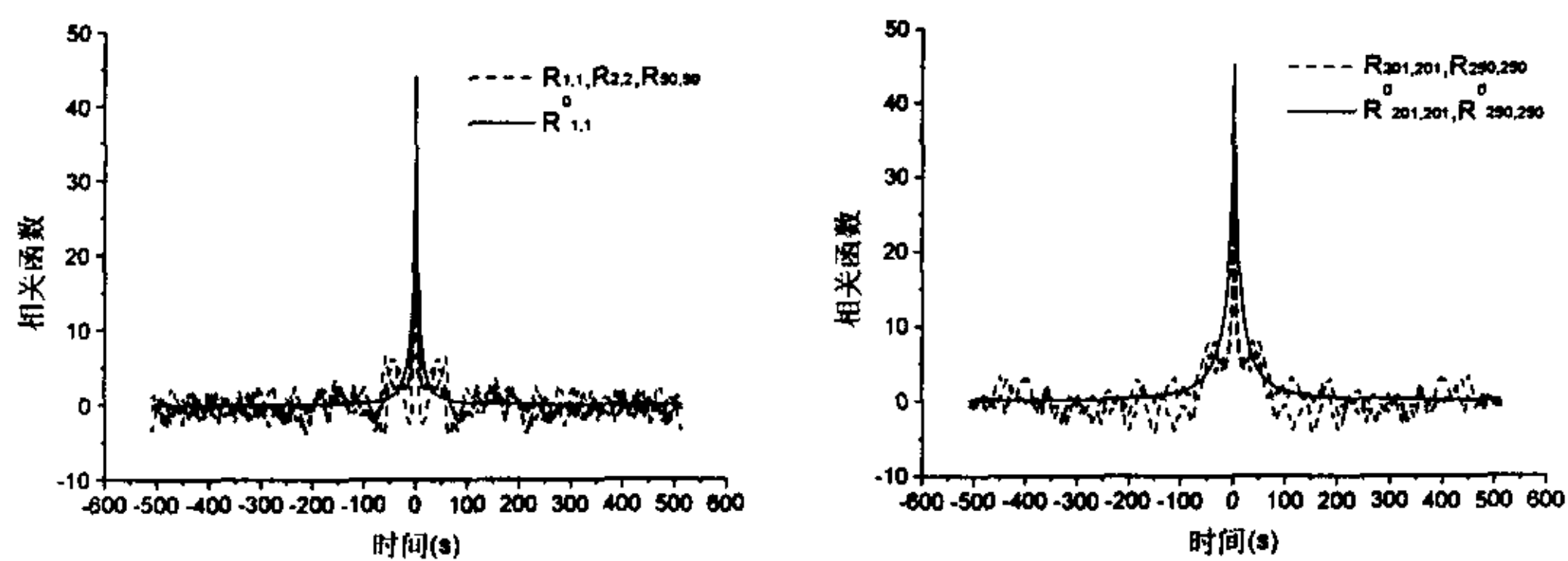


图 5.4 Shinozuka's WAWS 法模拟风速的相关函数与目标相关函数比较

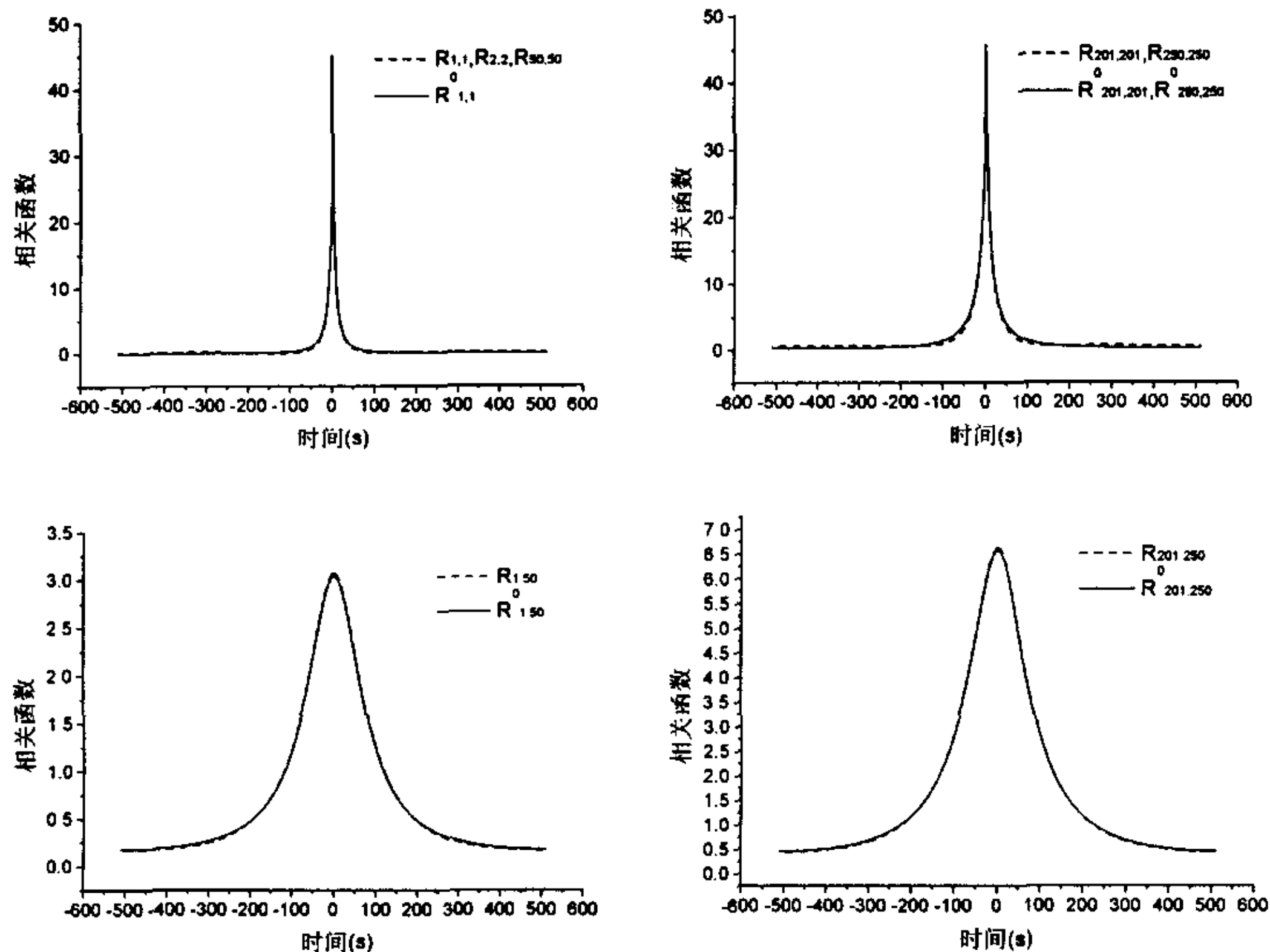


图 5.5 Deodatis's WAWS 法模拟风速的相关函数与目标相关函数比较

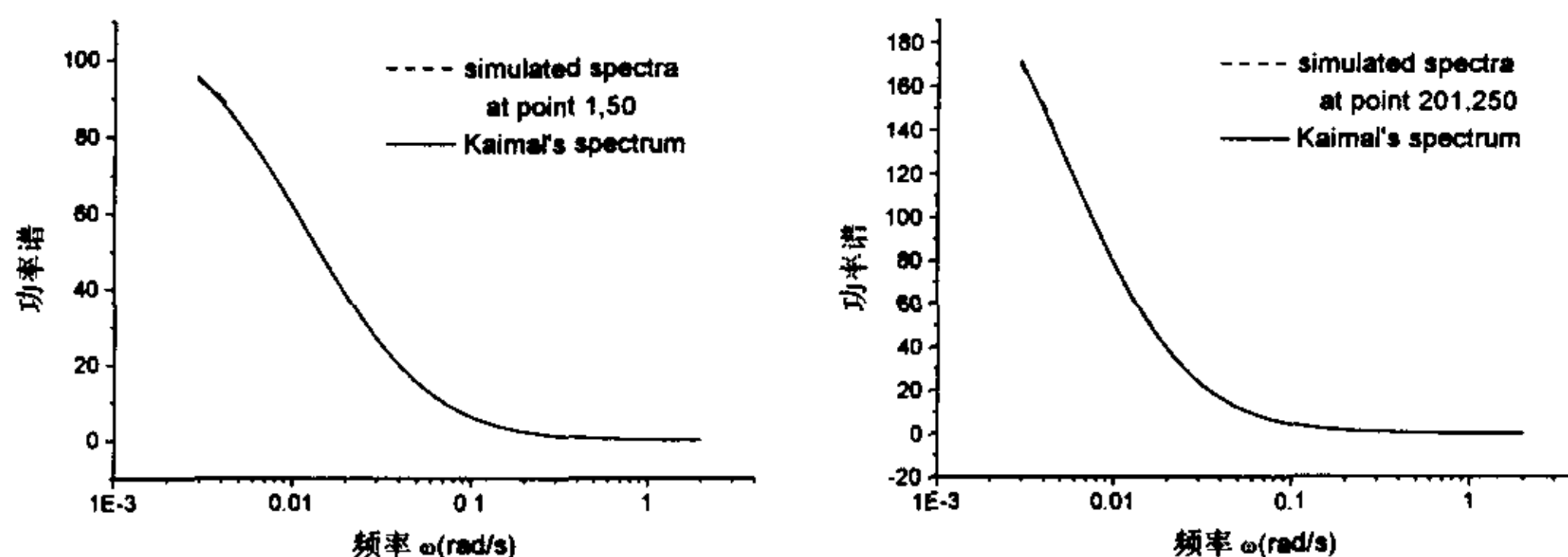


图 5.6 Deodatis's WAWS 法的模拟功率谱与目标功率谱比较

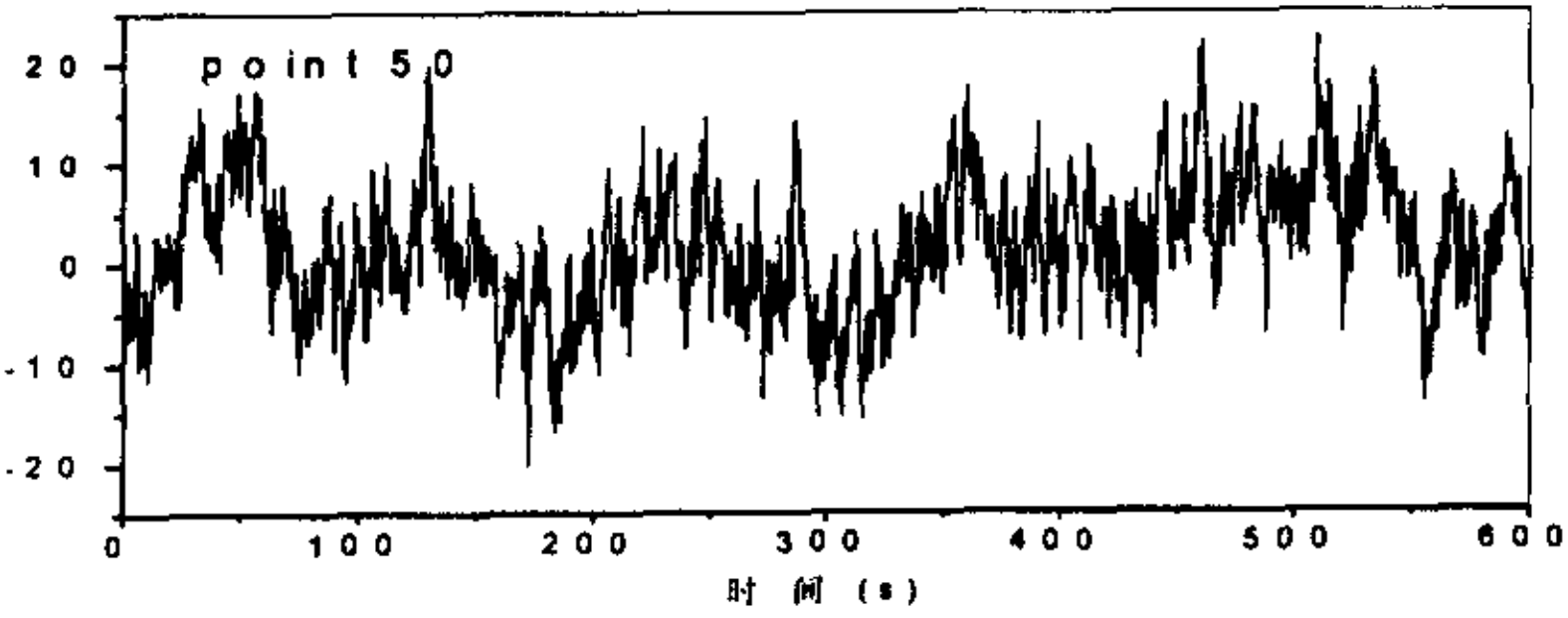
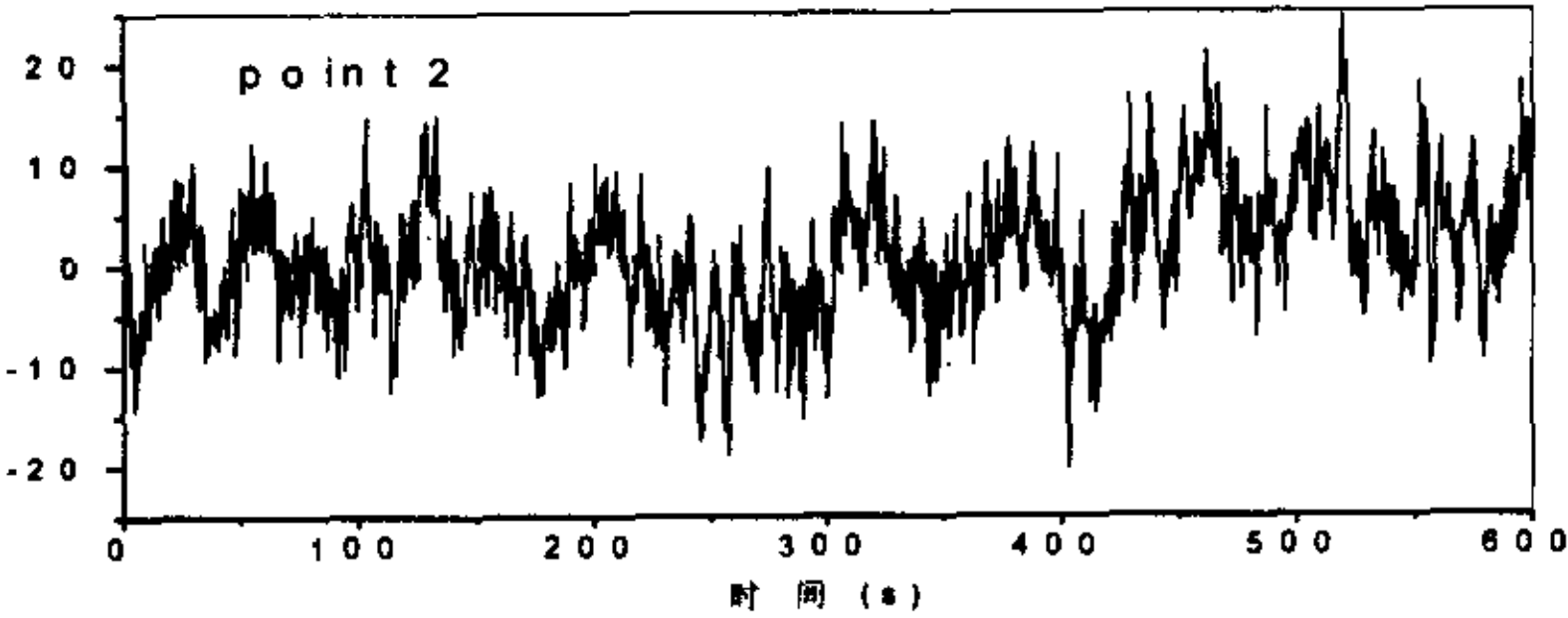
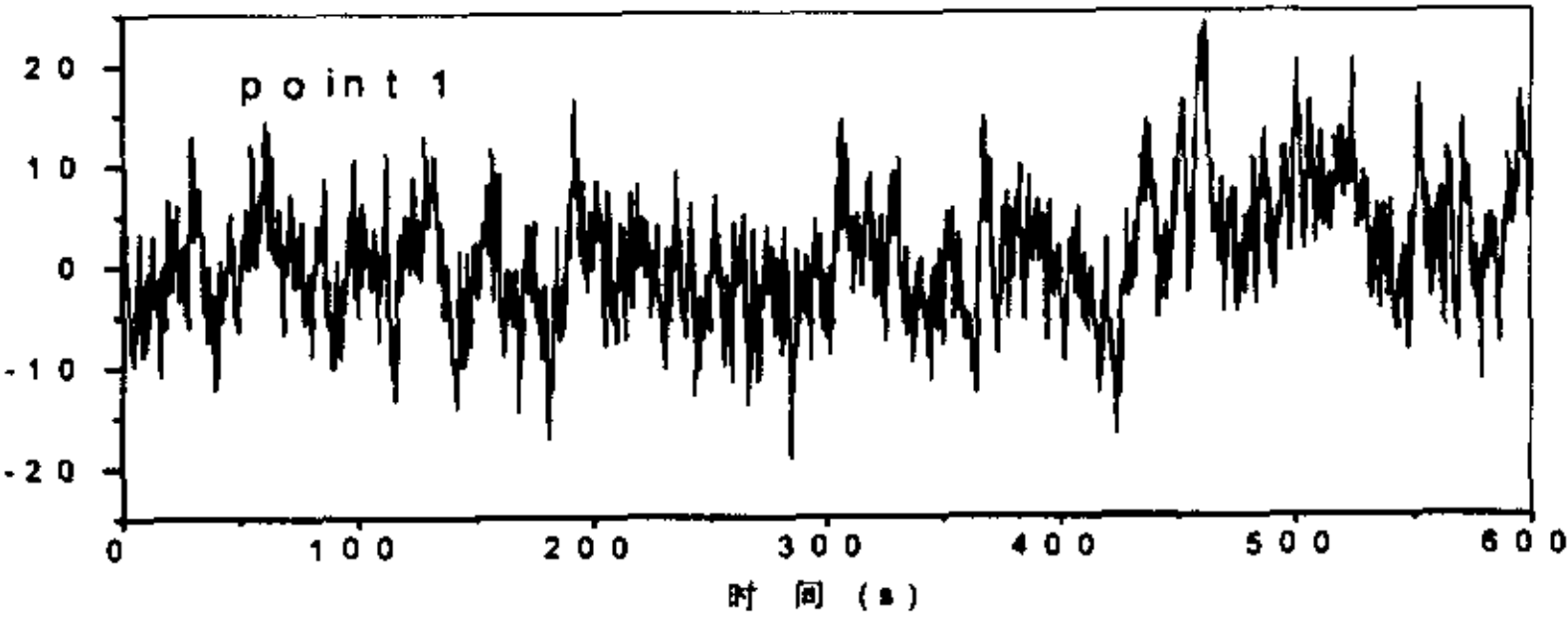
同时用上述线性滤波的自回归模型 $AR(p)$ 法对该纵向脉动风速场进行了模拟。由于模型的定阶带有一定的经验性, 这里取了两种模型阶数进行比较($p=5$ 和 $p=10$)。图 5.7 给出了几个空间点的脉动风速样本。模拟风速样本的相关函数与目标相关函数的部分比较见图 5.8 所示, 其中自相关函数低端吻合得稍好, 互相关函数精度较差。与谐波合成法的模拟结果对比可以发现, $AR(p)$ 法模拟脉动风速样本的精度明显比谐波合成法差。

几种不同多变量随机过程模拟方法的对比情况见表 5.1 所示。从表中可以看出, 对于 Shinozuka's 方法, 改进措施可大大节约计算时间。改进的 Shinozuka's 方法在计算方面的

优势最为明显。改进的 Deodatis's 方法模拟精度最好，且比线性滤波法具有更快的计算速度，虽然计算机内存花费比线性滤波法稍大，但还是可以接受的。与谐波合成法相比，线性滤波法不仅精度差，而且计算量和内存花费也较大。因其模型的定阶带有一定的经验性，故通用性不强。因此，在计算量和内存花费可以承受的情况下，笔者建议采用改进的 Deodatis's 谐波合成法模拟大跨度桥梁三维空间脉动风场。当然，如果计算规模实在太太大，则可选用改进的 Shinozuka's 谐波合成法。

表 5.1 不同多变量随机过程模拟方法的比较

	Deodatis's WAWS 法(改进后)	Shinozuka's WAWS 法(改进前)	Shinozuka's WAWS 法(改进后)	AR(p=10)法	AR(p=5)法
模拟精度	好	较好	较好	一般	较差
计算时间	7min50sec	23min	2min28sec	28min	8min54sec
内存花费	16M	4M	4M	14M	4M
通用性	好	好		差	



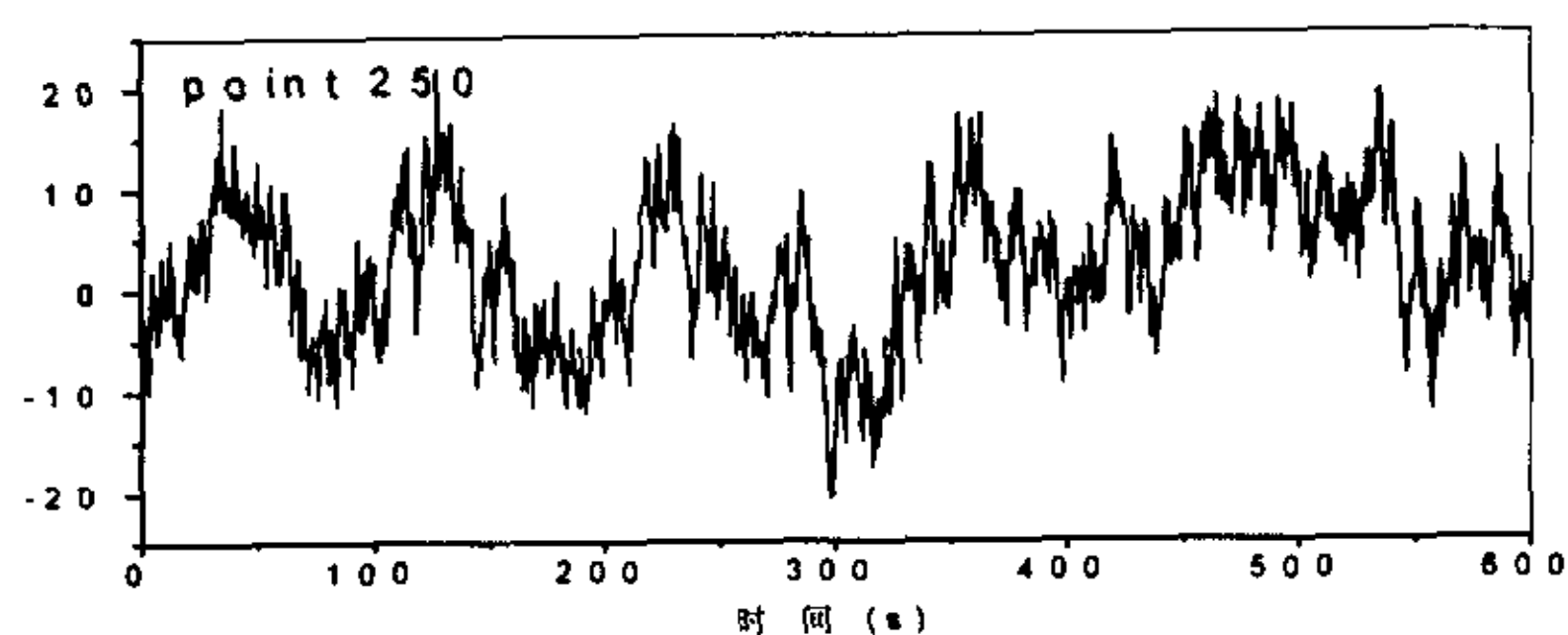


图 5.7 用 AR(p)线性滤波法模拟的脉动风速样本

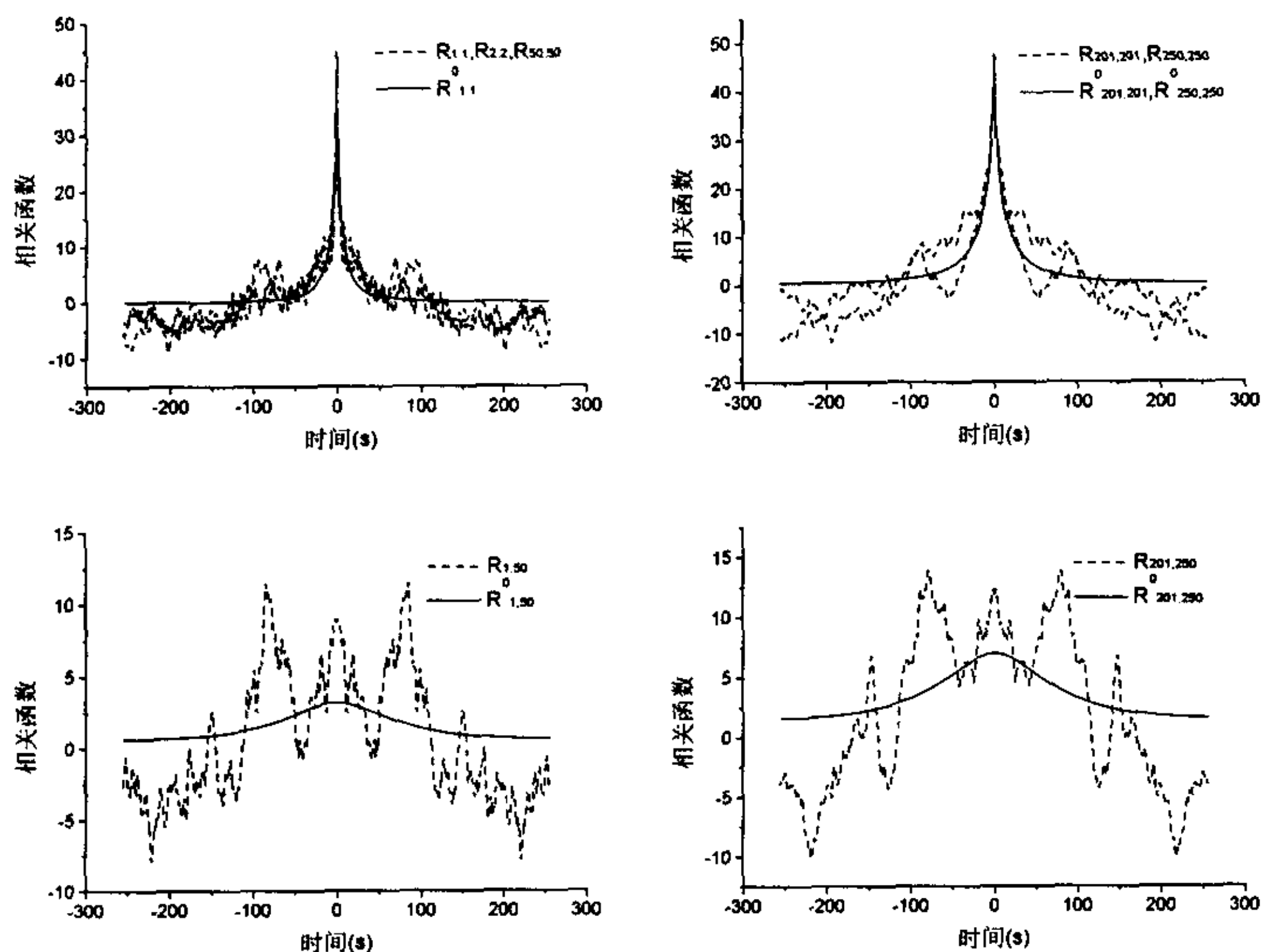


图 5.8 AR(p)法模拟风速的相关函数与目标相关函数比较

5.2 风荷载处理

作用于桥梁结构各部分的风荷载可处理为三部分：平均风引起的静风力、脉动风引起的抖振力和气动耦合产生的自激力。其中，静风力荷载根据节段模型试验获得的静力三分力系数确定；类似于第四章，抖振力荷载按 Scanlan 的准定常气动公式计算，并考虑了气动导纳的修正；自激力的计算采用 Lin 提出的脉冲响应函数表达的气动力公式，以下将进行重点论述。

5.2.1 静风力荷载

在速度为 U 的均匀流场中，与来流垂直放置的静止桥梁结构受到的流体净压力如下图所示。为保持与前面定义的气动力方向的一致性，这里采用了与惯例反向的静风升力方向。

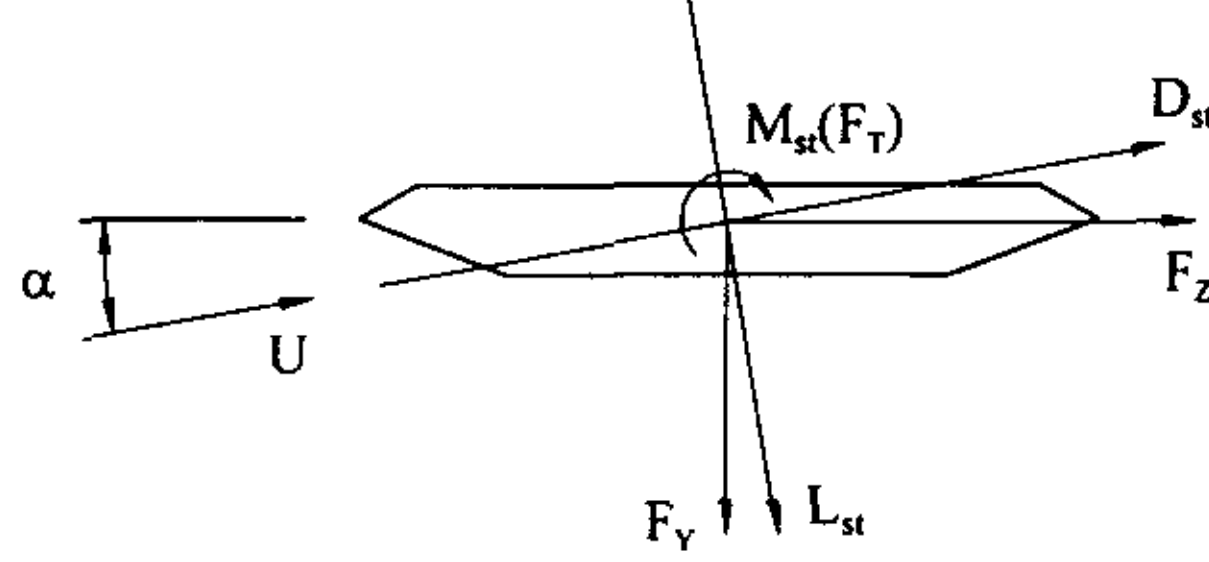


图 5.9 桥梁断面静力三分力方向

图中同时显示了按两种不同坐标轴系定义的静风三分力。在风轴系中，桥梁结构单位展长的静风升力、阻力和扭矩可以表示如下

$$L_{st} = C_L(\alpha)qB \quad (5.26a)$$

$$D_{st} = C_D(\alpha)qB \quad (5.26b)$$

$$M_{st} = C_M(\alpha)qB^2 \quad (5.26c)$$

其中， $q = \frac{1}{2}\rho U^2$ ，为气流动压， ρ 为空气密度； B 为桥梁截段的参考长度，对于主梁一般取为桥面宽度，缆索则为其直径； $C_L(\alpha)$ ， $C_D(\alpha)$ 和 $C_M(\alpha)$ 分别为风轴系中的静风升力、阻力和扭矩系数， α 为气流的攻角。静力三分力系数随攻角而变化，其值一般由节段模型风洞试验获得。

在体轴系中，桥梁结构单位展长的静风升力、阻力和扭矩可以表示如下

$$F_y = C_Y(\alpha)qB \quad (5.27a)$$

$$F_z = C_Z(\alpha)qB \quad (5.27b)$$

$$F_T = C_T(\alpha)qB^2 \quad (5.27c)$$

其中， $C_Y(\alpha)$ ， $C_Z(\alpha)$ 和 $C_T(\alpha)$ 分别为体轴系中的静力三分力系数。类似于静力三分力，它们与风轴系的静力三分力系数有如下关系

$$C_L(\alpha) = C_Z(\alpha)\sin\alpha + C_Y(\alpha)\cos\alpha \quad (5.28a)$$

$$C_D(\alpha) = C_Z(\alpha)\cos\alpha - C_Y(\alpha)\sin\alpha \quad (5.28b)$$

$$C_M(\alpha) = C_T(\alpha) \quad (5.28c)$$

考虑到桥梁结构的抖振力和自激力都是在风轴系中定义，所以，在颤抖振时域分析中选择在风轴系中确定静风力荷载。

5.2.2 抖振力荷载

在前面的第四章已经介绍了对抖振力的计算方法，这里讨论抖振力在时域中的一些处

理。参照第 4.1 节, 桥梁结构单位展长的抖振力可按以下公式进行计算

$$L_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_L(\alpha) \chi_{Lu} \frac{u'}{U} + (C_L'(\alpha) + C_D(\alpha)) \chi_{Lw} \frac{w'}{U} \right] \quad (5.29a)$$

$$D_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_D(\alpha) \chi_{Du} \frac{u'}{U} + C_D'(\alpha) \chi_{Dw} \frac{w'}{U} \right] \quad (5.29b)$$

$$M_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[2C_M(\alpha) \chi_{Mu} \frac{u'}{U} + C_M'(\alpha) \chi_{Mw} \frac{w'}{U} \right] \quad (5.29c)$$

根据以上的抖振力公式, 可以得出考虑气动导纳修正的抖振力功率谱密度为

$$S_L(\omega) = \rho^2 U^2 B^2 \left\{ C_L^2(\alpha) S_u(\omega) |\chi_{Lu}(\omega)|^2 + \frac{1}{4} [C_L'(\alpha) + C_D(\alpha)]^2 S_w(\omega) |\chi_{Lw}(\omega)|^2 \right\} \quad (5.30a)$$

$$S_D(\omega) = \rho^2 U^2 B^2 \left\{ C_D^2(\alpha) S_u(\omega) |\chi_{Du}(\omega)|^2 + \frac{1}{4} C_D'^2(\alpha) S_w(\omega) |\chi_{Dw}(\omega)|^2 \right\} \quad (5.30b)$$

$$S_M(\omega) = \rho^2 U^2 B^4 \left\{ C_M^2(\alpha) S_u(\omega) |\chi_{Mu}(\omega)|^2 + \frac{1}{4} C_M'^2(\alpha) S_w(\omega) |\chi_{Mw}(\omega)|^2 \right\} \quad (5.30c)$$

其中, $|\chi_{Rs}(\omega)|^2$ ($R = L, D, M, s = u, w$) 表示水平和竖向脉动风谱对抖振升力、阻力和扭矩的气动导纳。为了简便起见, 以上公式暂时没有包括水平和竖向脉动交叉风谱的影响。

Sears^[116] 导出了平板气动导纳的复变函数表达式。但由于 Sears 的函数表达非常复杂, 不便应用。为此, Liepmann^[64] 给出了一个简化的表达式来足够精确地表示平板的气动导纳

$$|\varphi(k)|^2 = \frac{1}{1 + 2\pi k} = \frac{1}{1 + \frac{\pi \omega B}{U}} \quad (5.31)$$

目前在没有适用于桥梁断面的气动导纳情况下, 研究人员暂时取平板的 Liepmann 近似公式来做粗略估计。

如果不考虑气动导纳的修正, 抖振力可以用模拟的脉动风速代入式(5.29)中直接计算。但如果要考虑气动导纳, 由于没有时域的气动导纳表达式, 必须转到频域中按式(5.30)才能计算。这时一种做法是根据式(5.30)先得出三个方向的抖振力功率谱, 形成桥梁上各点之间抖振力的互谱密度矩阵, 再运用前面所述的多变量随机过程模拟方法获得抖振力的时程样本进行分析。这种方法可以称为抖振力谱法^[148]。

但如果在式(5.30)中引入如下变换

$$S_u^*(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\pi \omega B}{U}} S_u(\omega), \quad S_w^*(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\pi \omega B}{U}} S_w(\omega) \quad (5.32)$$

现将 $S_u^*(\omega)$ 和 $S_w^*(\omega)$ 分别定义为等效水平脉动风速谱和等效竖向脉动风速谱。对功率谱为 $S_u^*(\omega)$ 和 $S_w^*(\omega)$ 的随机过程进行模拟, 其样本 $u^*(\omega)$ 和 $w^*(\omega)$ 则可以称为等效水平脉动风速和等效竖向脉动风速。用 $u^*(\omega)$ 和 $w^*(\omega)$ 代入式(5.29)进行计算可以得出考虑气动导纳后的抖振响应。其结果应该与抖振力谱法的结果等价, 因而称之为等效风谱法。

抖振力谱法和等效风谱法虽然等价, 但在应用上还是有区别的。从式(5.29)中可以看出, 抖振力的功率谱随静力三分力系数而变化, 而静力三分力系数又与攻角相关。如果需要考虑攻角效应, 则抖振力谱法应用起来就很不方便。但等效风谱法却不存在这样的问题, 所

以本文决定采用等效风谱法来计算考虑气动导纳修正的抖振力。

5.2.3 自激力处理

根据第 3.1 节的论述, 桥梁断面的自激力可表示为如下的复数形式

$$\left. \begin{aligned} L_{se}(t) &= \omega^2 \rho B^2 [C_{Lh}(v)h(t) + C_{Lp}(v)p(t) + BC_{La}(v)\alpha(t)] \\ D_{se}(t) &= \omega^2 \rho B^2 [C_{Dh}(v)h(t) + C_{Dp}(v)p(t) + BC_{Da}(v)\alpha(t)] \\ M_{se}(t) &= \omega^2 \rho B^2 [BC_{Mh}(v)h(t) + BC_{Mp}(v)p(t) + B^2 C_{Ma}(v)\alpha(t)] \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

式中 C_r ($r = D, L, M; s = h, p, \alpha$) 为复的自激力系数, 并将其变量换为折减风速 ($v=2\pi/K$)。由于该式中的颤振导数与振动频率有关, 因而上式不能直接应用于时域分析。随着结构和气动非线性风振问题以及紊流作用下颤振分析的必要, 时域方法也成为必要途径之一, 因此就必须寻找纯粹时域化的自激力表达式。

为此, Scanlan^[105,111] 将机翼理论中阶跃函数的概念引入到桥梁中, 提出了用阶跃函数表达任意运动下自激力的纯时域表达式 (以纯扭转为例)

$$M_\alpha = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \frac{dC_M}{d\alpha} \left[X_{M\alpha} \dot{\alpha}(s) + \int_0^s \Phi_{M0}(s-\tau) \dot{\alpha}(\tau) d\tau \right] \quad (5.34)$$

式中 $\Phi_{M0}(s)$ 为气动力阶跃函数。Scanlan 先构造了一个 $\Phi_{M0}(s)$ 的表达形式, 然后根据简谐振动时式(5.33)与式(5.34)等价的条件, 将 $\alpha = \alpha_0 \sin(ks)$ 的假设代入式(5.33)和式(5.34), 从而确定 $X_{M\alpha}$ 和 $\Phi_{M0}(s)$ 中的待定系数。式(5.34)可以直接应用于时域计算处理紊流问题, 但考虑气动耦合时气动力阶跃函数却比较难于确定。

Lin 从脉冲响应函数的概念出发, 提出了用脉冲响应函数来表示自激力的时域表达式^[68,60]。这里将它扩展为包含竖弯、侧弯和扭转三个方向的自激力表达式

$$\left. \begin{aligned} L_{se}(t) &= L_h(t) + L_p(t) + L_\alpha(t) \\ &= \int_{-\infty}^t f_{Lh}(t-\tau)h(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{Lp}(t-\tau)p(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{La}(t-\tau)\alpha(\tau)d\tau \\ D_{se}(t) &= D_h(t) + D_p(t) + D_\alpha(t) \\ &= \int_{-\infty}^t f_{Dh}(t-\tau)h(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{Dp}(t-\tau)p(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{Da}(t-\tau)\alpha(\tau)d\tau \\ M_{se}(t) &= M_h(t) + M_p(t) + M_\alpha(t) \\ &= \int_{-\infty}^t f_{Mh}(t-\tau)h(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{Mp}(t-\tau)p(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t f_{Ma}(t-\tau)\alpha(\tau)d\tau \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

式中各积分号内的第一项就是对应的脉冲响应函数 (共有 9 个)。在简谐振动时, 式(5.35)和式(5.33)是等价的。根据这一等价关系, 可以确定式(5.35)中脉冲响应函数的具体表达式。

对式(5.33)和式(5.35)的等号两边作 Fourier 变换, 由式(5.33)可得

$$\left. \begin{aligned} L_{se}(\omega) &= \omega^2 \rho B^2 [C_{Lh}(v)h(\omega) + C_{Lp}(v)p(\omega) + BC_{La}(v)\alpha(\omega)] \\ D_{se}(\omega) &= \omega^2 \rho B^2 [C_{Dh}(v)h(\omega) + C_{Dp}(v)p(\omega) + BC_{Da}(v)\alpha(\omega)] \\ M_{se}(\omega) &= \omega^2 \rho B^2 [BC_{Mh}(v)h(\omega) + BC_{Mp}(v)p(\omega) + B^2 C_{Ma}(v)\alpha(\omega)] \end{aligned} \right\} \quad (5.36)$$

由式(5.35)可得

$$\left.
\begin{aligned}
L_{se}(\omega) &= L_h(\omega) + L_p(\omega) + L_\alpha(\omega) \\
&= F_{Lh}(\omega)h(\omega) + F_{Lp}(\omega)p(\omega) + F_{L\alpha}(\omega)\alpha(\omega) \\
D_{se}(\omega) &= D_h(\omega) + D_p(\omega) + D_\alpha(\omega) \\
&= F_{Dh}(\omega)h(\omega) + F_{Dp}(\omega)p(\omega) + F_{D\alpha}(\omega)\alpha(\omega) \\
M_{se}(\omega) &= M_h(\omega) + M_p(\omega) + M_\alpha(\omega) \\
&= F_{Mh}(\omega)h(\omega) + F_{Mp}(\omega)p(\omega) + F_{M\alpha}(\omega)\alpha(\omega)
\end{aligned}
\right\} \quad (5.37)$$

比较式(5.36)和式(5.37)的对应部分, 并应用式(3.4)得

$$\left.
\begin{aligned}
F_{Lh}(\omega) &= \rho B^2 \omega^2 [H_4^*(v) + iH_1^*(v)] \\
F_{Lp}(\omega) &= \rho B^2 \omega^2 [H_6^*(v) + iH_5^*(v)] \\
F_{L\alpha}(\omega) &= \rho B^3 \omega^2 [H_3^*(v) + iH_2^*(v)] \\
F_{Dh}(\omega) &= \rho B^2 \omega^2 [P_6^*(v) + iP_5^*(v)] \\
F_{Dp}(\omega) &= \rho B^2 \omega^2 [P_4^*(v) + iP_1^*(v)] \\
F_{D\alpha}(\omega) &= \rho B^3 \omega^2 [P_3^*(v) + iP_2^*(v)] \\
F_{Mh}(\omega) &= \rho B^3 \omega^2 [A_4^*(v) + iA_1^*(v)] \\
F_{Mp}(\omega) &= \rho B^3 \omega^2 [A_6^*(v) + iA_5^*(v)] \\
F_{M\alpha}(\omega) &= \rho B^4 \omega^2 [A_3^*(v) + iA_2^*(v)]
\end{aligned}
\right\} \quad (5.38)$$

由于颤振导数可通过试验获得, 因而从理论上讲, 对式(5.38)作 Fourier 变换就可以得到脉冲响应函数的表达式。但是, 一方面从试验提取的颤振导数所覆盖的频率范围非常有限, 缺乏低频部分的颤振导数, 另一方面即便有完整的颤振导数数据, 其 Fourier 变换实际上由一系列离散数据组成, 很不方便应用。因此必须寻找脉冲响应函数的近似表达式。

在经典的机翼理论中, 非定常气动力的频率响应函数常用 Roger 形式的有理函数来近似描述。Lin^[68,60] 将这一有理函数推广到桥梁中来, 获得了桥梁断面非定常气动力传递函数的一种可能的近似表达式如下(以 $F_{M\alpha}(\omega)$ 为例)

$$F_{M\alpha}(\omega) = \rho U^2 B^2 \left[C_1 + iC_2 \frac{B\omega}{U} + \sum_{k=3}^n C_k \frac{i\omega}{d_k \frac{U}{B} + i\omega} \right] \quad (5.39)$$

式中, $C_1 \dots C_n$, $d_3 \dots d_n$ 为无量纲的待定系数, 且它们均与频率无关; 第一项表示由位移项引起的气动力; 第二项表示由速度项引起的气动力; 第三项用于描述滞后于速度项的气动力非定常部分, $n-2$ 为非定常项的数目, 其中 $d_k > 0$ 。由于加速度项引起的气动力部分较小, 通常被忽略。

由于从试验提取的颤振导数是以折减风速 $v = \frac{2\pi U}{B\omega}$ 的函数方式给出的。为方便起见, 将它代入式(5.39)消去其中的 ω , 得

$$F_{M\alpha}(v) = \rho U^2 B^2 \left[C_1 + iC_2 \frac{2\pi}{v} + \sum_{k=3}^n C_k \frac{4\pi^2 + i2\pi d_k v}{d_k^2 + 4\pi^2} \right] \quad (5.40)$$

这样, 式(5.38)的最后一式可以写为

$$C_1 + iC_2 \frac{2\pi}{v} + \sum_{k=3}^n C_k \frac{4\pi^2 + i2\pi d_k v}{d_k^2 + 4\pi^2} = \frac{4\pi^2}{v^2} [A_3^*(v) + iA_2^*(v)] \quad (5.41)$$

由上式两端实部和虚部分别相等可以得出如下关系式

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_1 v^2}{4\pi^2} + \sum_{k=3}^n \frac{C_k v^2}{d_k^2 v^2 + 4\pi^2} &= A_3^*(v) \\ \frac{C_2 v}{2\pi} + \sum_{k=3}^n \frac{C_k d_k v^3}{2\pi d_k^2 v^2 + 4\pi^2} &= A_2^*(v) \end{aligned} \right\} \quad (5.42)$$

根据式(5.42)并利用最小二乘法就可以得到传递函数 $F_{M\alpha}(\omega)$ 的待定系数 $C_1 \dots C_n, d_3 \dots d_n$ 的估计值了。类似地可以得出 $F_{Lh}(\omega), F_{Lp}(\omega), F_{L\alpha}(\omega), F_{Dh}(\omega), F_{Dp}(\omega), F_{D\alpha}(\omega), F_{Mh}(\omega), F_{Mp}(\omega)$ 的近似表达式及其对应的待定系数。由于颤振导数识别方面的困难,一般只有 6-8 个颤振导数可用,实际计算时对于没有颤振导数数据的传递函数待定系数设为零处理。

对式(5.39)作 Fourier 变换就可以得到式(5.35)中脉冲响应函数的表达式为

$$f_{M\alpha}(t) = \rho U^2 B^2 \left[C_1 \delta(t) + C_2 \frac{B}{U} \dot{\delta}(t) + \delta(t) \sum_{k=3}^n C_k - \sum_{k=3}^n C_k d_k \frac{U}{B} \exp\left(-\frac{d_k U}{B} t\right) \right] \quad (5.43)$$

将上式代入式(5.35)中可得出 $M_\alpha(t)$ 的表达式

$$M_\alpha(t) = \rho U^2 B^2 \left[(C_1 + \sum_{k=3}^n C_k) \alpha(t) + C_2 \frac{B}{U} \dot{\alpha}(t) - \sum_{k=3}^n C_k d_k \frac{U}{B} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{d_k U}{B}(t-\tau)} \alpha(\tau) d\tau \right] \quad (5.44)$$

对上式中的积分项进行一次分部积分可以得到 $M_\alpha(t)$ 的最终表达式如下

$$M_\alpha(t) = \rho U^2 B^2 \left[C_1 \alpha(t) + C_2 \frac{B}{U} \dot{\alpha}(t) + \sum_{k=3}^n C_k \int_{-\infty}^t e^{-\frac{d_k U}{B}(t-\tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau \right] \quad (5.45)$$

式中, 第一项为气动刚度项; 第二项为气动阻尼项; 第三项表示与运动历史相关的非线性项。

类似于对 $M_\alpha(t)$ 的推导, 可以得到 $L_h(t), L_p(t), L_\alpha(t), D_h(t), D_p(t), D_\alpha(t), M_h(t), M_p(t)$ 的表达式和对应的待定系数。本文为了统一它们的表达式, 对 $M_\alpha(t)$ 进行了改写。近似地取 $n = 2$, 将其中的六个系数定义为向量 $C_{M\alpha}$, 并考虑到 $t < 0$ 时的位移和速度均为 0, 则式(5.45)可以改写为

$$M_\alpha(t) = B^2 F(C_{M\alpha}, \alpha, t) \quad (5.46)$$

其中,

$$F(C_{M\alpha}, \alpha, t) = \rho U^2 \left[C_1 \alpha(t) + C_2 \frac{B}{U} \dot{\alpha}(t) + C_3 \int_0^t e^{-\frac{d_3 U}{B}(t-\tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau + C_4 \int_0^t e^{-\frac{d_4 U}{B}(t-\tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau \right] \quad (5.47)$$

类似地对其它 8 个分力进行改写可以得到与式(5.46)和式(5.47)相似的表达式。因此对这 9 个分力可以统一定义

$$F(C_x, x, t) = \rho U^2 \left[C_1 x(t) + C_2 \frac{B}{U} \dot{x}(t) + C_3 \int_0^t e^{-\frac{d_3 U}{B}(t-\tau)} \dot{x}(\tau) d\tau + C_4 \int_0^t e^{-\frac{d_4 U}{B}(t-\tau)} \dot{x}(\tau) d\tau \right] \quad (5.48)$$

其中, x 分别表示 $Lh, Lp, L\alpha, Dh, Dp, D\alpha, Mh, Mp$ 和 $M\alpha$ 共 9 个分力及其该方向的位

移, 而向量 \mathbf{C}_x 则代表各分力对应的六个待定系数, 即 $\mathbf{C}_x = \{C_1, C_2, C_3, d_3, C_4, d_4\}^T$ 。这样的向量共有 9 个。其对应的待定系数则共有 $9 \times 6 = 54$ 个。

一旦各传递函数的待定系数已确定, 则可按下式计算自激升力、阻力和扭矩

$$\left. \begin{aligned} L_{se}(t) &= F(\mathbf{C}_{Lh}, h, t) + F(\mathbf{C}_{Lp}, p, t) + BF(\mathbf{C}_{La}, \alpha, t) \\ D_{se}(t) &= F(\mathbf{C}_{Dh}, h, t) + F(\mathbf{C}_{Dp}, p, t) + BF(\mathbf{C}_{Da}, \alpha, t) \\ M_{se}(t) &= BF(\mathbf{C}_{Mh}, h, t) + BF(\mathbf{C}_{Mp}, p, t) + B^2 F(\mathbf{C}_{Ma}, \alpha, t) \end{aligned} \right\} \quad (5.49)$$

实际计算中, 为节省内存并减少计算量, 一般是将式(5.48)中的卷积转化为递推公式进行计算。对于 t_i 时刻, 令

$$R = \frac{d_k U}{B} \quad (5.50)$$

$$Z_i = \int_0^{t_i} e^{-R(t_i - \tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau \quad (5.51)$$

则 $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ 时刻有

$$\begin{aligned} Z_{i+1} &= \int_0^{t_i + \Delta t} e^{-R(t_i + \Delta t - \tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau \\ &= \int_0^{t_i} e^{-R(t_i + \Delta t - \tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau + \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} e^{-R(t_i + \Delta t - \tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau \\ &= e^{-R\Delta t} Z_i + \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} e^{-R(t_i + \Delta t - \tau)} \dot{\alpha}(\tau) d\tau \\ &= e^{-R\Delta t} Z_i + \frac{1}{R} [\dot{\alpha}(t_i + \Delta t) - \dot{\alpha}(t_i) e^{-R\Delta t}] - \frac{1}{R} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} e^{-R(t_i + \Delta t - \tau)} \ddot{\alpha}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5.52)$$

在动力非线性时程分析中经常采用常加速度的 Newmark- β 方法, 即 $\ddot{\alpha}(\tau) = \frac{\ddot{\alpha}(t_i) + \ddot{\alpha}(t_i + \Delta t)}{2}$, 代入上式得如下递推公式:

$$Z_{i+1} = e^{-R\Delta t} Z_i + \frac{1}{R} [\dot{\alpha}(t_i + \Delta t) - \dot{\alpha}(t_i) e^{-R\Delta t}] - \frac{1}{R^2} \frac{\ddot{\alpha}(t_i) + \ddot{\alpha}(t_i + \Delta t)}{2} (1 - e^{-R\Delta t}) \quad (5.53)$$

如果按线性加速度积分方法, 则式(5.48)的卷积可按下式递推计算

$$\begin{aligned} Z_{i+1} &= e^{-R\Delta t} Z_i + \frac{1}{R} [\dot{\alpha}(t_i + \Delta t) - \dot{\alpha}(t_i) e^{-R\Delta t}] - \frac{1}{R^2} [\ddot{\alpha}(t_i + \Delta t) - \ddot{\alpha}(t_i) e^{-R\Delta t}] \\ &\quad + \frac{1}{R^3} \frac{\ddot{\alpha}(t_i + \Delta t) - \ddot{\alpha}(t_i)}{\Delta t} (1 - e^{-R\Delta t}) \end{aligned} \quad (5.54)$$

拟合式(5.42)中的待定系数需对这两个方程同时进行。本文应用加权最小二乘方法的思想构造目标函数

$$J(\mathbf{C}_x) = \sum_{i=1}^N w_1^2 [A_3^*(v_i) - S(v_i, \mathbf{C}_x)]^2 + \sum_{i=1}^N w_2^2 [A_2^*(v_i) - T(v_i, \mathbf{C}_x)]^2 \quad (5.55)$$

式中, w_1 和 w_2 为加权因子:

$$S(v_i, \mathbf{C}_x) = \frac{C_1 v_i^2}{4\pi^2} + \sum_{k=3}^n \frac{C_k v_i^2}{d_k^2 v_i^2 + 4\pi^2}; \quad T(v_i, \mathbf{C}_x) = \frac{C_2 v_i}{2\pi} + \sum_{k=3}^n \frac{C_k d_k v_i^3}{2\pi d_k^2 v_i^2 + 4\pi^2} \quad (5.56)$$

通过求解式(5.55)的极小值, 可以确定待定系数 \mathbf{C}_x 。本文采用了有约束边界($d_k > 0$)的拟牛顿方法, 程序选自 FORTRAN Powerstation 4.0 数学例程序。

由于式(5.55)是一个高度非线性的方程, 拟合结果对 \mathbf{C}_x 的猜想值非常敏感。因而往往

要变换不同的猜想值多次试算才能找到比较合理的结果。这里用加权最小二乘方法拟合了平板截面的四组颤振导数。结果如表 5.2 所示。图 5.10 将拟合的颤振导数曲线与实际颤振导数曲线进行了比较。从图中可见，拟合效果很好。

表 5.2 理想平板气动系数的拟合结果

	C_1	C_2	C_3	d_3	C_4	d_4
L_h	-0.00342	-1.5700	-0.04462	0.1020	-0.63037	0.60059
L_a	-2.8135	-1.1267	-0.30623	0.47324	1.31634	0.47324
M_h	0.0078	0.3939	-0.0623	0.5795	0.2221	0.5795
M_a	0.7034	-0.1108	-0.6559	0.4732	0.4033	0.4732

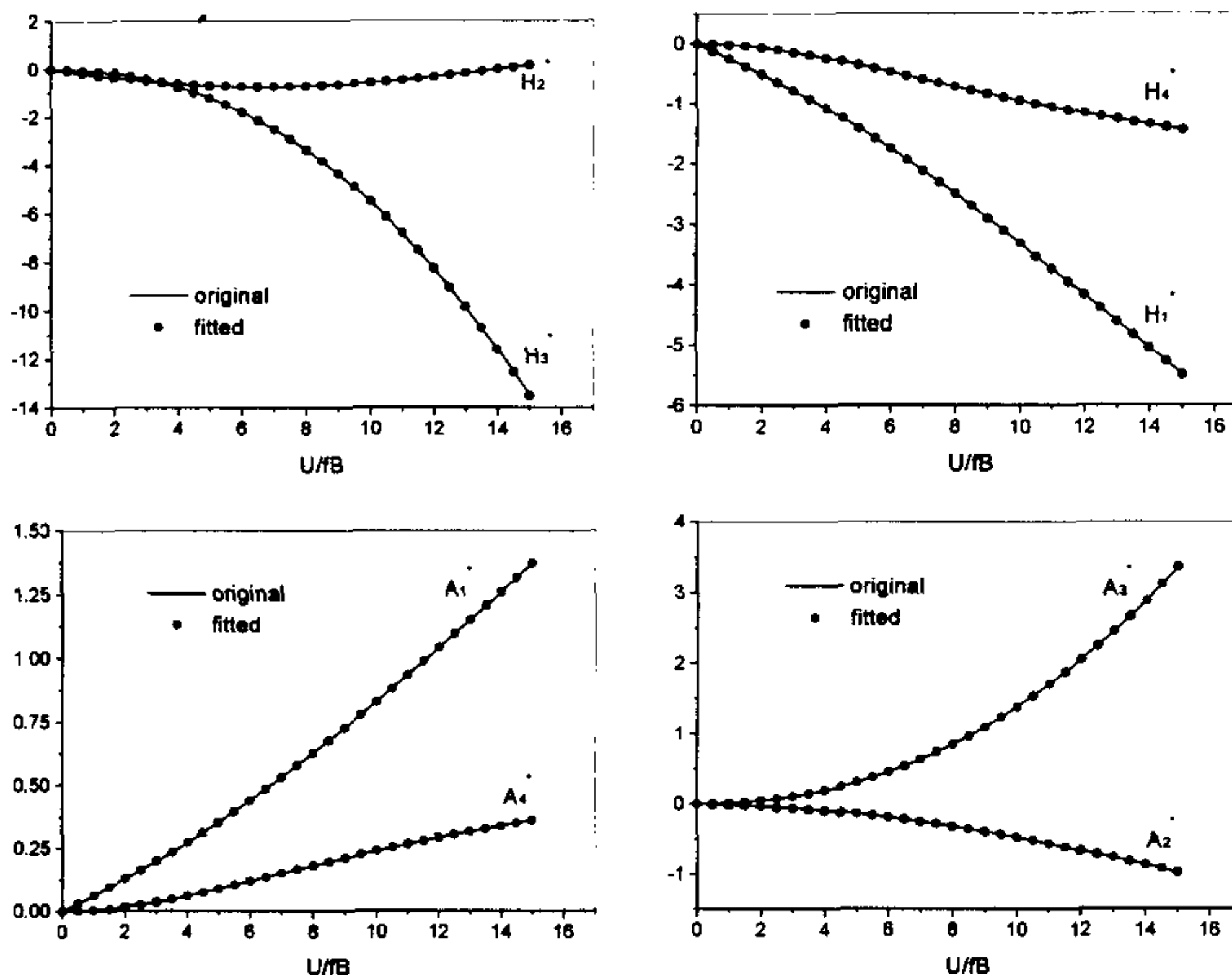


图 5.10 拟合的颤振导数曲线与实际颤振导数曲线的比较

5.3 非线性颤抖振时程分析

本章前面的内容已经论述了作用于桥梁结构的风荷载计算问题，这一节的主要内容如下：首先，介绍大跨度桥梁结构有限元分析模型的建立；其次，论述结构几何非线性分析方法和颤抖振分析的动力方程及求解策略；最后，在此基础上讨论在风荷载作用下大跨度桥梁结构颤抖振的非线性时程分析问题。

5.3.1 大跨度桥梁结构的有限元模型

在大跨度桥梁全桥的结构分析中,一般都采用平面或空间杆系结构进行描述。其中,墩、塔部分简化为若干通过其中心线的二节点梁单元,而主缆、吊杆、斜拉索简化为二节点杆单元。在平面分析中,一般都直接将主梁处理为二维梁单元。但在空间分析时,对主梁的处理却有多种不同方式。由于主梁作为一个实体,其横向尺寸较大,在其纵向的不同位置还有纵梁、拉索等构件连接,它的侧向及扭转方向的刚度以及构件的连接特性都使得仅用一个空间梁单元不能达到正确的描述。因而必须对主梁在纵向和横向进行分解。

目前应用较多的大跨度桥梁主梁的计算模型主要有三种:鱼骨式、双梁式和三梁式,如图 5.11 所示,并且它们各具特色。其中鱼骨式模型适用于扭转刚度较大的闭口箱形截面主梁。它把桥面系的刚度(竖向挠曲刚度、横向挠曲刚度、扭转刚度)和质量(平动质量和转动质量)都集中在中间节点上,节点和拉索之间采用刚臂连接或处理为主从关系。该模型的优点是主梁的刚度和质量模拟较准确,但横梁的刚度和主梁的翘曲刚度反映不足。双梁式模型将主梁的竖向刚度平均分配给两个边主梁以保持竖向刚度的等效,这样可以近似地考虑主梁约束扭转的贡献,适合于开口或半闭口截面的主梁。该模型的缺点是对侧向刚度和约束扭转刚度的模拟不准确。三梁式模型是由项海帆、朱乐东^[176]提出的。该模型由桥轴线上的中梁和位于索面处的两个边梁以及横梁共同组成,通过适当的刚度和质量分配来满足等效条件。该模型力学性能较好,但其单元较多,计算量大,主要用于具有开口断面的主梁。

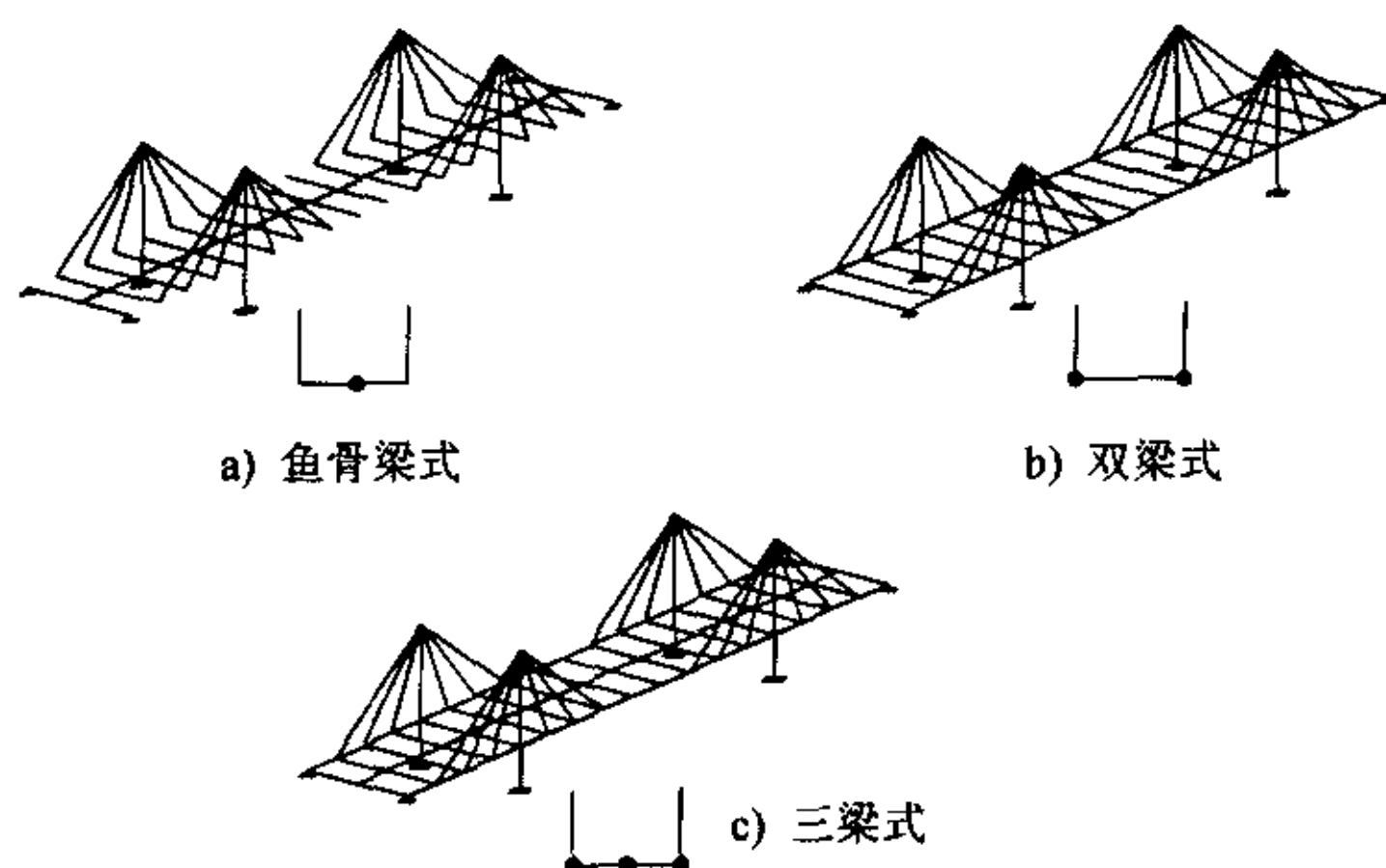


图 5.11 大跨度桥梁结构计算模型

由于大跨度桥梁结构多采用闭口箱形截面,本文选用常用的鱼骨式模型作为主梁的计算模型,其中横梁采用刚度极大的无质量梁单元。分析中应用了集成的质量模型,即主梁的质量平均分配到节点上,并通过节点上的集中质量惯矩来考虑主梁分布质量惯矩的作用。

5.3.2 结构几何非线性分析方法

现代大跨度桥梁结构的柔性特征已十分明显,对于这些结构考虑几何非线性的影响已

必不可少。并且, 计算机能力的大大提高也使得分析大型复杂结构的非线性问题成为可行。八十年代国外对几何非线性问题的发展已相当完善^[6,41,89], 国内在这方面也做了不少的工作^[151,161,162,163,172,173]。

在工程结构几何非线性分析中, 按照参考构形的不同可分为TL(Total Lagrangian)法和UL(Updated Lagrangian)法^[6]。后来, 引入随转坐标系后又分别得出CR(Co-rotational)-TL法和CR-UL法^[41,151], 在工程中UL(或CR-UL)法应用较多。一般情况下, 大跨度桥梁结构的几何非线性按小应变大位移(大平移、大转动)问题处理已经足够精确。

大跨度桥梁结构的几何非线性因素主要来源于三个方面: 缆索垂度效应、结构初应力和结构大位移的影响。在斜拉桥中, 通常采用Earnst等效弹性模量的公式来考虑自重引起的斜拉索垂度效应

$$E_{eq} = \frac{E_0}{1 + \frac{(\gamma)^2 AE_0}{12T^3}} \quad (5.57)$$

其中, E_0 为拉索本身弹性模量; γ 为单位长度拉索的重量; T 为轴向拉力; l 为拉索在水平方向的投影长度; A 为索的面积。

对于结构的几何非线性问题, 以往的文献大都对结构的几何刚度矩阵进行了复杂而详细的推导。从笔者^[1,2]的分析发现, 结构几何刚度矩阵的精确与否并不实质性地影响迭代收敛的最终结果, 求解几何非线性问题的关键在于如何由节点位移增量准确地计算出单元的内力增量, 而这一点以前文献都没有提到过。限于篇幅, 这里不进行详细展开。参照该论文的建议, 结构非线性分析时的单元几何刚度矩阵可采用以下最常见的形式

$$K_G^e = \frac{N}{30l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 & 0 & 0 & 3l & 0 & -36 & 0 & 0 & 0 & 3l \\ 0 & 0 & 36 & 0 & -3l & 0 & 0 & 0 & -36 & 0 & -3l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3l & 0 & 4l^2 & 0 & 0 & 0 & 3l & 0 & -l^2 & 0 \\ 0 & 3l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & 0 & -3l & 0 & 0 & 0 & -l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 0 & 0 & 0 & -3l & 0 & 36 & 0 & 0 & 0 & -3l \\ 0 & 0 & -36 & 0 & 3l & 0 & 0 & 0 & 36 & 0 & 3l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3l & 0 & -l^2 & 0 & 0 & 0 & 3l & 0 & 4l^2 & 0 \\ 0 & 3l & 0 & 0 & 0 & -l^2 & 0 & -3l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

式中 N 为单元的轴向拉力。

非线性有限元平衡方程的求解一般都需要进行平衡迭代。目前常用的平衡迭代方法有Newton-Raphson法、修正的Newton-Raphson法、拟Newton-Raphson法等

关于这部分内容的具体情况, 有兴趣的学者可以参考笔者发表的论文^[1,2]。

5.3.3 动力平衡方程及求解策略

根据结构动力学和有限元的理论, 在 t_i 时刻桥梁结构动力平衡方程的一般形式为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t_i) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t_i) + \mathbf{R}(t_i) = \mathbf{F}(t_i) \quad (5.59)$$

式中, $\mathbf{F}(t_i)$ 表示 t_i 时刻结构上外荷载产生的等效节点力, 此时它包括自重、静风力、抖振力和自激力等; $\mathbf{R}(t_i)$ 表示 t_i 时刻结构的等效节点抗力, 是节点位移的函数, 对于结构线性分析而言, $\mathbf{R}(t_i) = \mathbf{K}_T \mathbf{X}(t_i)$, \mathbf{K}_T 为结构的切向刚度矩阵; 其中阻尼矩阵 \mathbf{C} 的确定可参考第 3.3 节。由于时域的气动自激力中包含非线性项, 因而以上动力方程在颤抖振分析中必然是非线性的。

在 $t_i + \Delta t$ 时刻桥梁结构的非线性动力平衡方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t_i + \Delta t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t_i + \Delta t) + \mathbf{R}(t_i + \Delta t) = \mathbf{F}(t_i + \Delta t) \quad (5.60)$$

由于线性结构的动力分析过程比较简单, 兹不赘述。以下着重论述同时考虑结构几何非线性和气动荷载非线性时, 用 Newmark- β 方法求解上述非线性动力平衡方程的过程。

Newmark- β 方法的差分格式如下^[195]

$$\ddot{\mathbf{X}}(t_i + \Delta t) = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} [\mathbf{X}(t_i + \Delta t) - \mathbf{X}(t_i)] - \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{\mathbf{X}}(t_i) - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right) \ddot{\mathbf{X}}(t_i) \quad (5.61a)$$

$$\dot{\mathbf{X}}(t_i + \Delta t) = \frac{\beta}{\alpha \Delta t} [\mathbf{X}(t_i + \Delta t) - \mathbf{X}(t_i)] - \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right) \dot{\mathbf{X}}(t_i) - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha} - 2\right) \ddot{\mathbf{X}}(t_i) \quad (5.61b)$$

这里取参数 $\alpha = 0.25$ 和 $\beta = 0.5$, 即相当于常加速度方法。

$$\text{令 } a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}, \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}, \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \text{ 及}$$

$$a_1 = \frac{\beta}{\alpha \Delta t}, \quad a_4 = \frac{\beta}{\alpha} - 1, \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha} - 2\right) \quad (5.62)$$

$$\Delta \mathbf{X}(t_i) = \mathbf{X}(t_i + \Delta t) - \mathbf{X}(t_i) \quad (5.63)$$

则方程(5.61a)和(5.61b)可简写成

$$\ddot{\mathbf{X}}(t_i + \Delta t) = a_0 \Delta \mathbf{X}(t_i) - a_2 \dot{\mathbf{X}}(t_i) - a_3 \ddot{\mathbf{X}}(t_i) \quad (5.64a)$$

$$\dot{\mathbf{X}}(t_i + \Delta t) = a_1 \Delta \mathbf{X}(t_i) - a_4 \dot{\mathbf{X}}(t_i) - a_5 \ddot{\mathbf{X}}(t_i) \quad (5.64b)$$

将(5.64a)、(5.64b)代入到式(5.60)得

$$\mathbf{M}[a_0 \Delta \mathbf{X}(t_i) - a_2 \dot{\mathbf{X}}(t_i) - a_3 \ddot{\mathbf{X}}(t_i)] + \mathbf{C}[a_1 \Delta \mathbf{X}(t_i) - a_4 \dot{\mathbf{X}}(t_i) - a_5 \ddot{\mathbf{X}}(t_i)] + \mathbf{R}(t_i + \Delta t) = \mathbf{F}(t_i + \Delta t) \quad (5.65)$$

该方程仅包含位移增量 $\Delta \mathbf{X}(t_i)$ 。现假设 t_i 至 $t_i + \Delta t$ 时刻结构是线性的, 则有

$$\mathbf{R}(t_i + \Delta t) - \mathbf{R}(t_i) = \mathbf{K}_T(t_i) \Delta \mathbf{X}^{(0)}(t_i) \quad (5.66)$$

将它代入上式得

$$[a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C} + \mathbf{K}_T(t_i)] \Delta \mathbf{X}^{(0)}(t_i) = \mathbf{F}(t_i + \Delta t) + \mathbf{M}[a_2 \dot{\mathbf{X}}(t_i) + a_3 \ddot{\mathbf{X}}(t_i)] + \mathbf{C}[a_4 \dot{\mathbf{X}}(t_i) + a_5 \ddot{\mathbf{X}}(t_i)] - \mathbf{R}(t_i) \quad (5.67)$$

由于上述假设的存在, 从式(5.67)求出的位移增量 $\Delta \mathbf{X}^{(0)}(t_i)$ 并非真实解。为了得到位移增量的真实解, 需要进行平衡迭代。在第 i 个时间步内, 用修正的 Newton-Raphson 法迭代求解 $\Delta \mathbf{X}(t_i)$ 的计算步骤如下:

(1)、形成新的切向刚度矩阵,修正有效刚度矩阵 $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_T + a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C}$, 并对 $\hat{\mathbf{K}}$ 进行三角分解: $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$

(2)、计算节点等效荷载,确定有效荷载矢量:

$$\hat{\mathbf{F}}(t_i + \Delta t) = \mathbf{F}(t_i + \Delta t) + \mathbf{M}[a_2 \dot{\mathbf{X}}(t_i) + a_3 \ddot{\mathbf{X}}(t_i)] + \mathbf{C}[a_4 \dot{\mathbf{X}}(t_i) + a_5 \ddot{\mathbf{X}}(t_i)] - \mathbf{R}(t_i) \quad (5.68)$$

(3)、求解位移增量:

$$\mathbf{LDL}^T \Delta \mathbf{X}^{(0)}(t_i) = \hat{\mathbf{F}}(t_i + \Delta t) \quad (5.69)$$

(4)、设 $k = 0$, 进行平衡迭代

(a). $k = k+1$

(b). 计算第 $k-1$ 次的加速度、速度和位移的近似值

$$\ddot{\mathbf{X}}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) = a_0 \Delta \mathbf{X}^{(k-1)}(t_i) - a_2 \dot{\mathbf{X}}(t_i) - a_3 \ddot{\mathbf{X}}(t_i) \quad (5.70a)$$

$$\dot{\mathbf{X}}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) = a_1 \Delta \mathbf{X}^{(k-1)}(t_i) - a_4 \dot{\mathbf{X}}(t_i) - a_5 \ddot{\mathbf{X}}(t_i) \quad (5.70b)$$

$$\mathbf{X}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) = \mathbf{X}^{(k-1)}(t_i) + \Delta \mathbf{X}^{(k-1)}(t_i) \quad (5.70c)$$

(c). 更新节点坐标和单元内力,重新计算节点等效荷载和节点等效抗力。确定第 k 次的有效不平衡荷载

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) = & \mathbf{F}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) - \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) \\ & - \mathbf{R}^{(k-1)}(t_i + \Delta t) \end{aligned} \quad (5.71)$$

(d). 计算第 k 次位移增量的校正值 $\Delta \Delta \mathbf{X}^{(k)}(t_i)$, 修正位移增量

$$\Delta \mathbf{X}^{(k)}(t_i) = \Delta \mathbf{X}^{(k-1)}(t_i) + \Delta \Delta \mathbf{X}^{(k)}(t_i) \quad (5.72)$$

(e). 检查迭代收敛性,假使收敛,则转到(5)

(5)、计算新的加速度、速度和位移,并更新节点坐标和单元内力,进入下一个时间步。

5.3.4 大跨度桥梁颤抖振时程分析

在大跨度桥梁颤抖振时程分析中,结构所受到的外荷载 $\mathbf{F}(t)$ 按下式计算

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_{st} + \mathbf{F}_b(t) + \mathbf{F}_{se}(t) \quad (5.73)$$

其中, \mathbf{F}_G , \mathbf{F}_{st} , $\mathbf{F}_b(t)$ 和 $\mathbf{F}_{se}(t)$ 分别为结构的自重、静风力、抖振力和自激力。如第 5.2 节所述,自重、静风力和抖振力都可以直接计算,在此没有特殊之处。由前面可知,自激力是结构位移和速度的函数,其中与位移有关的线性项起着刚度的作用,称为气动刚度;与速度有关的线性项起着阻尼的作用,称为气动阻尼;而积分项是非线性项。由于自激力是一种非保守力,自激力中的气动刚度项和气动阻尼项将造成总的有效刚度矩阵和阻尼矩阵不对称。这样的大型非对称矩阵不仅给程序编制带来困难,而且内存花费和计算量都将有明显增加。因而,有研究者将气动自激力的线性部分分成非耦合项和耦合项,仅把非耦合项并入有效刚度和阻尼矩阵,而耦合项仍保留在方程右端作为外荷载计算^[148]。这样形成的总有效刚度和有效阻尼矩阵仍能保持对称性的特点。本文在考虑结构几何非线性的抖振时程分析中就运用了这种思路,它需要在每个时间步开始时重新形成有效刚度矩阵并对其进行三角分解。如果忽略振动过程中结构几何非线性的影响,则可以将自激力全部作为外荷载处理。这样做的好处是不需要重新形成有效刚度矩阵并对其进行三角分解,且时间步长可

以取得相对较大,从而达到减少计算量和提高计算效率的目的。

气动非线性因素的来源主要有两个方面:时域自激力中的非线性项和攻角效应。本质上,它们都是荷载非线性,即荷载随着变形而发生变化。对于超大跨度桥梁结构,由于静风荷载将引起结构的大变形。这种大变形不仅改变结构的几何位置和内力状态,而且引起风对桥梁断面的附加攻角。此外,桥面主梁在发生扭转振动过程中,风对主梁的有效攻角也不断发生变化。这些由攻角因素所带来的气动力变化统称为攻角效应。本文在后面的分析中将分别讨论了这些因素的影响。

从结构风致振动的机理来讲,桥梁的振动实际上是脉动风引起的强迫力和结构运动引起的自激力共同作用下进行的。当风速较低时,自激力表现为正阻尼,结构振动主要由强迫力控制,这时的振动称为抖振;当风速高到一定程度时,自激力表现为负阻尼,其幅值随结构的运动不断增大,结构的振动则主要由自激力控制,这时结构的振动称之为颤振发散。可见,桥梁的颤振和抖振只不过是结构在不同风荷载作用下的表现形式而已。从广义的角度来讲,可以将这两种振动形式统一起来,称之为“颤抖振”,它正反映了本论文标题的部分内涵。

为了考察结构在某一风速作用下的抖振响应特性。首先,一般需要计算桥梁结构在静风荷载作用下的变形和内力,然后应用前面的风场模拟技术生成桥梁各空间节点处的纵向和竖向脉动风速样本,再计算结构在该风荷载作用下的非线性响应时程,从而通过均值、根方差和功率谱等统计指标来评价结构的抖振响应特性。为使计算结果具有统计上的代表性,一般要求计算的响应时程有较长的时间跨度(例如 10 分钟左右)。如果要确定紊流场结构的颤振临界风速,则可按上述的抖振计算方法,逐级计算结构在不同风速下的抖振响应。可见,用时域方法确定紊流场的颤振临界风速计算量较大。值得注意的是,在紊流场中,由于桥梁结构的振动是随机振动和自激振动夹杂在一起的混合振动,这种振动的发散性难于从响应时程中作出判断。而且,从非颤振状态到颤振状态没有一个明显的界限。因此,在大跨度桥梁紊流场颤抖振时程分析中,有学者以扭转角的最大抖振振幅超过某一限值(如 1°)作为颤振临界风速的判断依据。

作为特例,在用时域方法分析均匀流场的颤振问题时,主要关心的是结构运动的衰减或发散状态,这样只需计算出很短时间片段内结构的响应时程就可以加以判断。因而此时的计算量并不大。

5.4 程序编制与算例验证

根据以上论述的大跨度桥梁非线性颤抖振时程分析方法,笔者编制了相应的非线性动力计算程序 NFBA (Nonlinear Flutter and Buffeting Analysis)。由于该程序的分析过程相当复杂,必须对它进行充分的验证,才能确保它的正确性和可靠性。

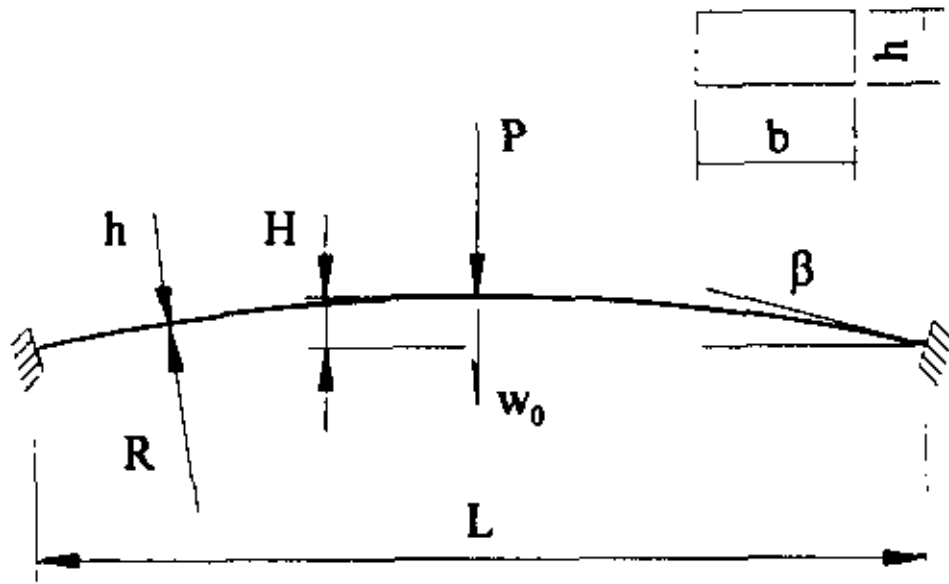
针对该程序所具有的四个方面的分析功能,即非线性静力分析、非线性动力分析、颤振时程分析和抖振时程分析,以下分别采用了不同的数值算例进行验证。

算例一、平面坦拱的静力大变形分析

如图5.12所示，一两端固支的平面圆弧形坦拱，在拱顶作用一竖向集中力荷载。K. J. Bathe^[194]将此例作为ADINA程序中4号梁的考题。为便于对比，本文采用了文献^[194]中同样的单元划分(即将拱的一半分成18个单元)和同样的加载步($\Delta P=2.0$)，用ADINA、ANSYS和NFBA程序分别计算了20步。表5.3给出了部分加载步的无量纲拱顶位移 w/H 值的比较情况。从表中数据可见，本文计算结果与ADINA和ANSYS程序的结果十分吻合，它们同时在17至18步之间出现失稳跳跃现象。

表5.3 坦拱无量纲拱顶位移 w/H 的比较

加载步	5	10	15	17	18	20
ANSYS	0.03522	0.08655	0.1839	0.2954	1.6073	1.6303
ADINA	0.03525	0.08677	0.1853	0.3056	1.6081	1.6316
NFBA	0.03525	0.08675	0.1852	0.3044	1.6077	1.6308



$R=133.114$ $h=0.1875$
 $b=1.0$ $L=34.0$
 $H=1.09$ $\beta=7.3397^\circ$
 $A=0.1875$ $I=0.0005493$
 $E=10^7$ $\nu=0.2$

图5.12 坦拱在集中荷载下的大挠度

算例二、空间非线性静动力分析

本例的非线性静力分析是ADINA中的45°弯梁空间大位移分析考题，梁的形状和截面尺寸见图5.13。该梁初始状态位于X-Y平面内，梁根固定，在自由端沿z方向受一个集中荷载的作用，梁因此发生空间弯扭大变形。分析时将梁划分为8个单元，每步加载量为10.0，有关参数见图5.13中所示。分别用ADINA、ANSYS和NFBA程序计算了60个加载步，各计算结果均基本上一致。梁自由端无量纲位置坐标在初始时刻，加载30步与加载60步时计算结果的比较列于表5.4，可见三者相互吻合。为了进行对比，暂时都没有考虑剪切影响。

表5.4 梁自由端变形前后的无量纲位置坐标

	K=0(初始态)			K=3.6(30个加载步)			K=7.2(60个加载步)		
	X/R	Y/R	Z/R	X/R	Y/R	Z/R	X/R	Y/R	Z/R
ANSYS	0.293	0.707	0.0	0.223	0.589	0.402	0.157	0.471	0.536
ADINA	0.293	0.707	0.0	0.222	0.585	0.404	0.157	0.468	0.536
NFBA	0.293	0.707	0.0	0.223	0.588	0.402	0.157	0.472	0.535

结合该考题，笔者设计了一个结构非线性动力分析的算例，用于验证程序NFBA中空
间非线性动力分析功能的可靠性。同样是在梁端竖向施加荷载，动力荷载时程见图5.13。
结构的初始位置为如图5.12的不受力状态。分别用程序ADINA和NFBA对该空间结构的非
线性动力响应进行了计算，分析时采用的时间步长取为0.1s。图5.13给出了梁端竖向位移非
线性动力响应时程结果的比较。从图中可以看出，两套结果吻合良好。但线性分析结果明
显偏大，可见此时非线性的影响已相当明显。

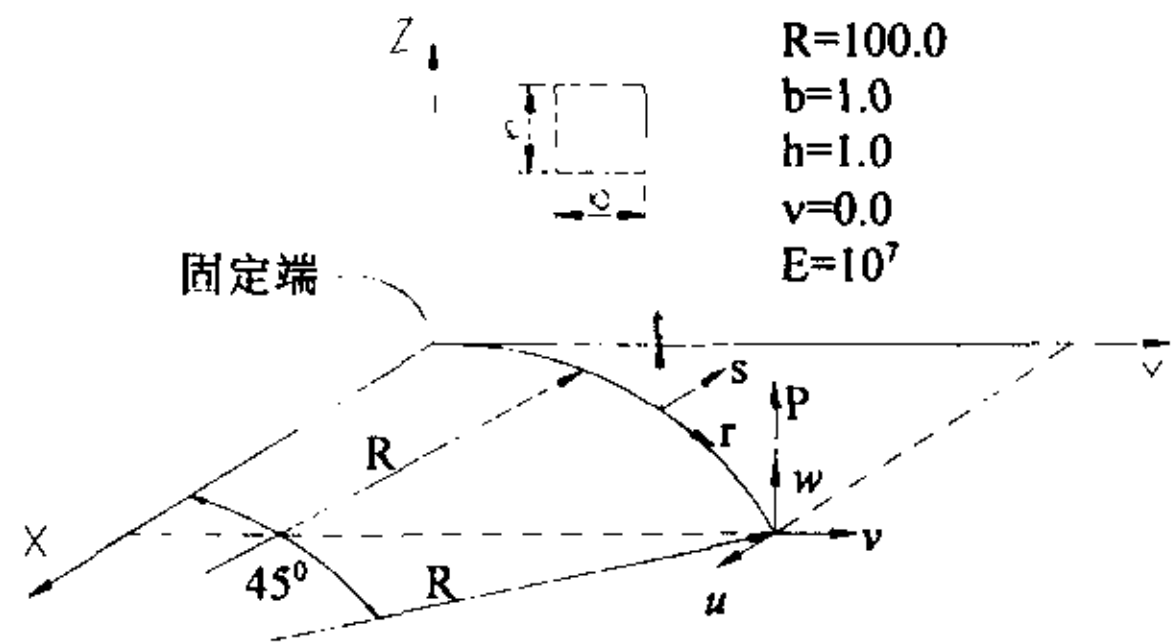


图 5.12 空间 45°弯梁非线性静动力分析

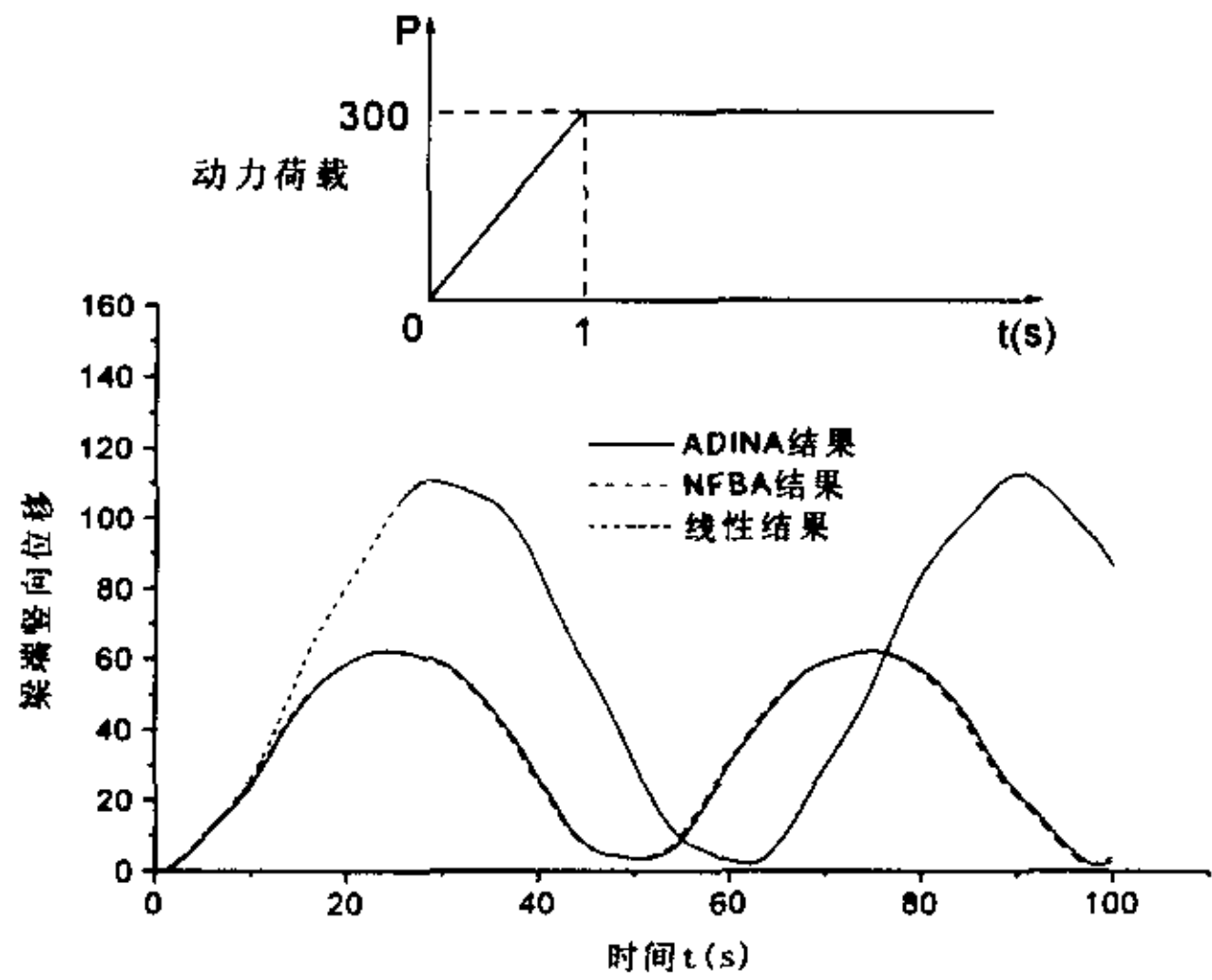


图 5.13 梁端位移非线性动力响应结果的比较

算例三、颤振时域分析验证

为了验证程序 NFBA 颤振时域分析的正确性和可靠性，采用了具有理想薄平板截面的
二自由度节段模型。该平板模型的各项参数如下

平板宽 $B=0.45\text{m}$	空气密度 $\rho=1.225\text{kg/m}^3$
单位长度质量 $m=11.25\text{kg/m}$	质量惯矩 $I_m=0.2828\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{m}$
弯频 $\omega_b=12.11\text{rad/s}$	扭频 $\omega_a=19.0\text{rad/s}$

竖弯阻尼比 $\xi_h=0.005$

扭转阻尼比 $\xi_\alpha=0.005$

颤振导数取为按 Theodorsen 公式计算的理论导数, 理想薄平板截面颤振导数的系数拟合数据如表 5.2 所示。根据竖弯和扭转模态阻尼比, 确定结构阻尼矩阵 $C=\alpha M+\beta K$ 中的系数分别为 $\alpha=0.07396$ 和 $\beta=0.000321$ 。

本文运用 NFBA 程序对该节段模型进行了均匀流场中不同风速下的时程分析。为了与频域颤振分析结果进行比较, 这里忽略了静风荷载变形、结构非线性和攻角效应等因素的影响。通过逐级增加风速并计算出结构的动力响应时程, 可以判断出它在均匀流场中的颤振临界风速, 结果列于表 5.5。该平板在颤振临界风速附近的振动位移响应时程信号如图 5.14, 5.15 和 5.16 所示。为了进行动力响应分析, 需要对结构施加一个较小的初始激励。

表 5.5 理想平板颤振频域和时域分析结果比较

	颤振临界风速(m/s)	颤振频率(Hz)
频域分析	15.78	2.445
NFBA	15.8	2.442

从表 5.5 中的结果可见, 用 NFBA 程序分析的颤振时域结果与频域分析结果很接近。从图 5.14、5.15 和 5.16 很容易看出, 当风速变化仅 0.5m/s 时, 理想平板的颤振发散就非常明显。可见, 平板颤振对风速是相当敏感的, 且颤振形式为明显的耦合颤振。

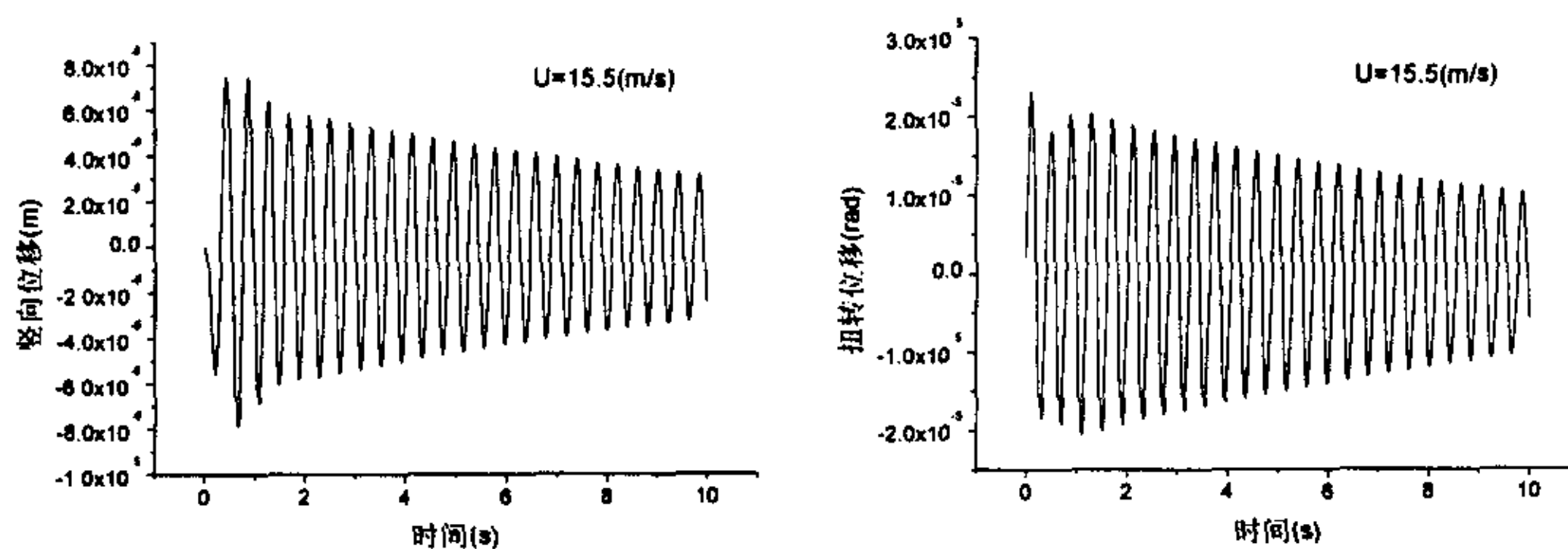


图 5.14 平板衰减振动位移响应时程 (风速略低于临界风速)

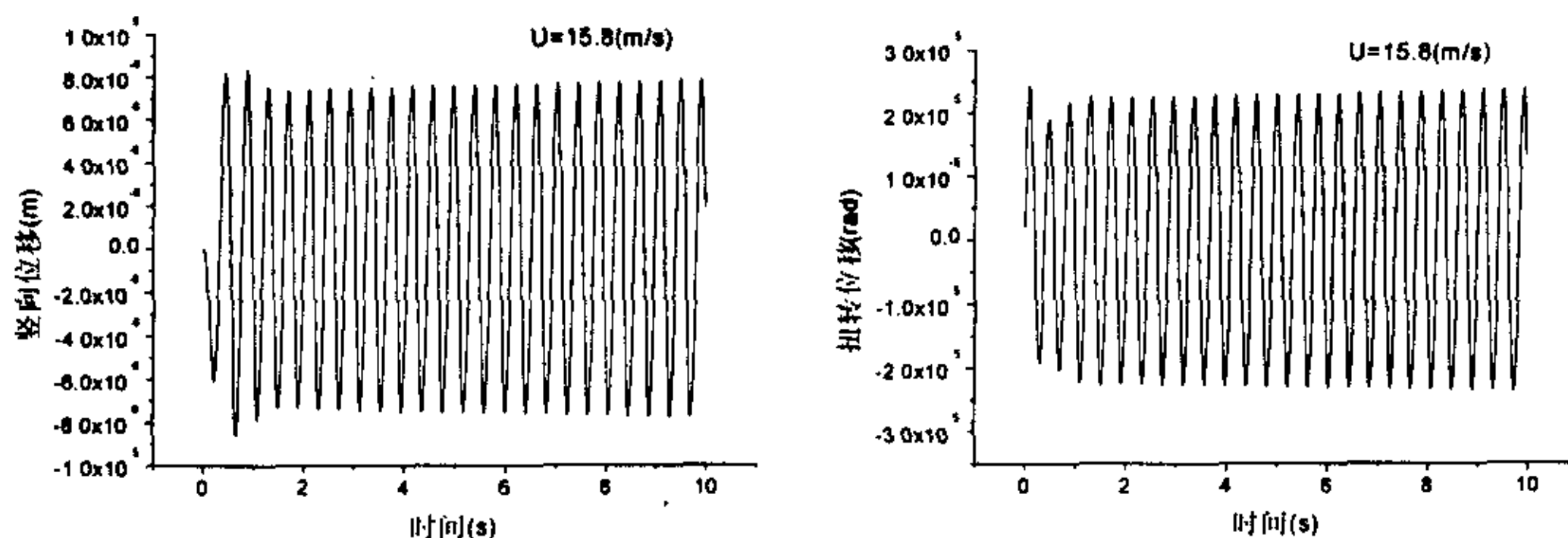


图 5.15 平板等幅振动位移响应时程 (风速约等于临界风速)

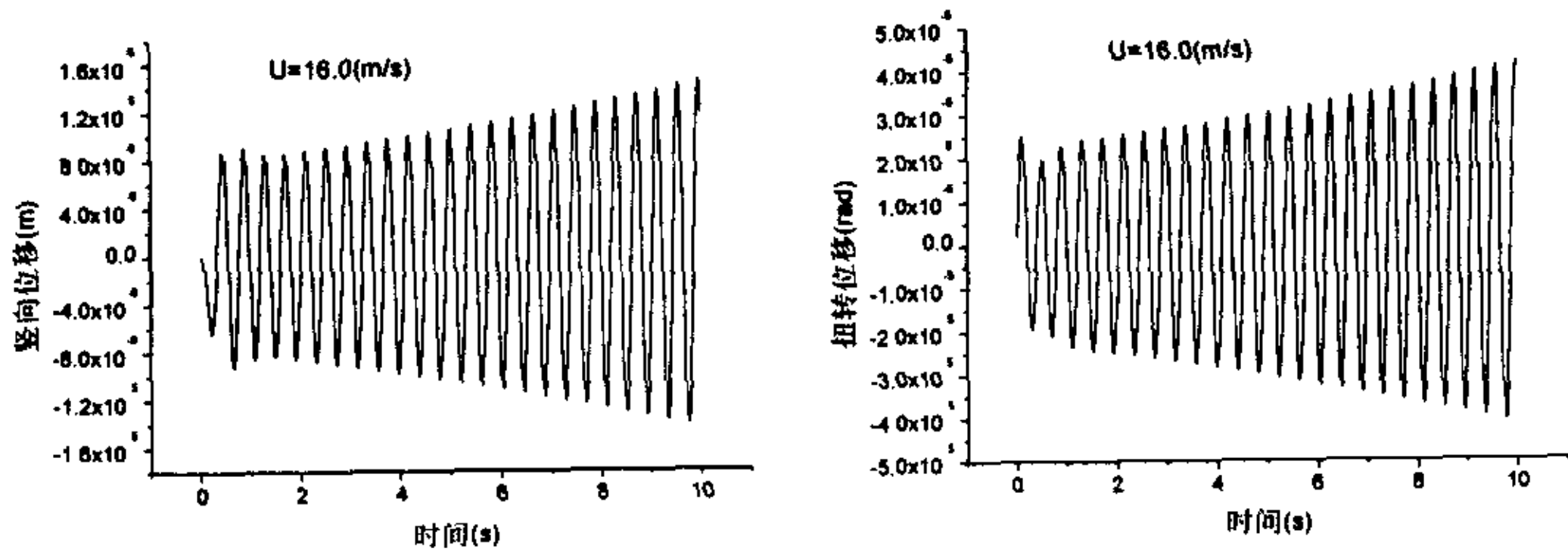


图 5.16 平板发散振动位移响应时程（风速略高于临界风速）

算例四、抖振时域分析验证

采用与颤振时程分析验证相同的数值算例，即二自由度平板计算模型，各项参数见算例三。为了与解析结果进行对比，这里暂时不考虑自激力和气动导纳，并忽略静风荷载变形、结构非线性和攻角效应等因素的影响。在按式(4.27)和式(4.28)计算纵向和竖向脉动风速谱时，取

$$z=60\text{m}, z_0=0.03\text{m}, U(z)=10.0\text{m/s}$$

按式(4.2)计算抖振力时，零攻角时的各静风力系数取为

$$C_L(0) = 0.128, \quad C'_L(0) = -5.5577$$

$$C_D(0) = 0.0697, \quad C'_D(0) = 0.0$$

$$C_M(0) = -0.0074, \quad C'_M(0) = 1.2662$$

根据以上参数计算得到脉动风速谱为

$$S_{uu}(\omega) = \frac{52.892}{(1 + 4.7746\omega)^{5/3}} \quad (5.74a)$$

$$S_{ww}(\omega) = \frac{0.8886}{(1 + 9.260\omega^{5/3})} \quad (5.74b)$$

由于没有自激力的参与，竖向和扭转方向的响应可以分别按单自由度体系计算，则该平板在平均风速为 10m/s 时的竖弯和扭转位移抖振响应功率谱分别为

$$S_h = \frac{0.00393S_{uu} + 7.231S_{ww}}{(146.65 - \omega^2)^2 + 0.014665\omega^2} \quad (5.75a)$$

$$S_a = \frac{0.00421S_{uu} + 123.358S_{ww}}{(361 - \omega^2)^2 + 0.0361\omega^2} \quad (5.75b)$$

应用前面的风场模拟技术对该纵向和竖向脉动风速进行了模拟。根据模拟的脉动风速样本，用 NFBA 程序计算了该结构的线性抖振响应时程，如图 5.17 所示。抖振响应时程根方差值的比较列于表 5.6，表中同时给出了抖振频域分析的结果。从表中可以看出，程序 NFBA 的抖振时程响应与频谱分析结果吻合得较好。

表 5.6 频谱分析和时程分析的位移响应根方差比较

	竖向位移(m)	扭转位移(rad)
A: 式(5.75)的积分值	0.01667	0.02463
B: 频域分析结果	0.01667	0.02462
C: 时域分析结果(NFBA)	0.0164	0.02366
误差 $\left \frac{C-A}{A} \right \times 100\%$	1.6%	3.9%

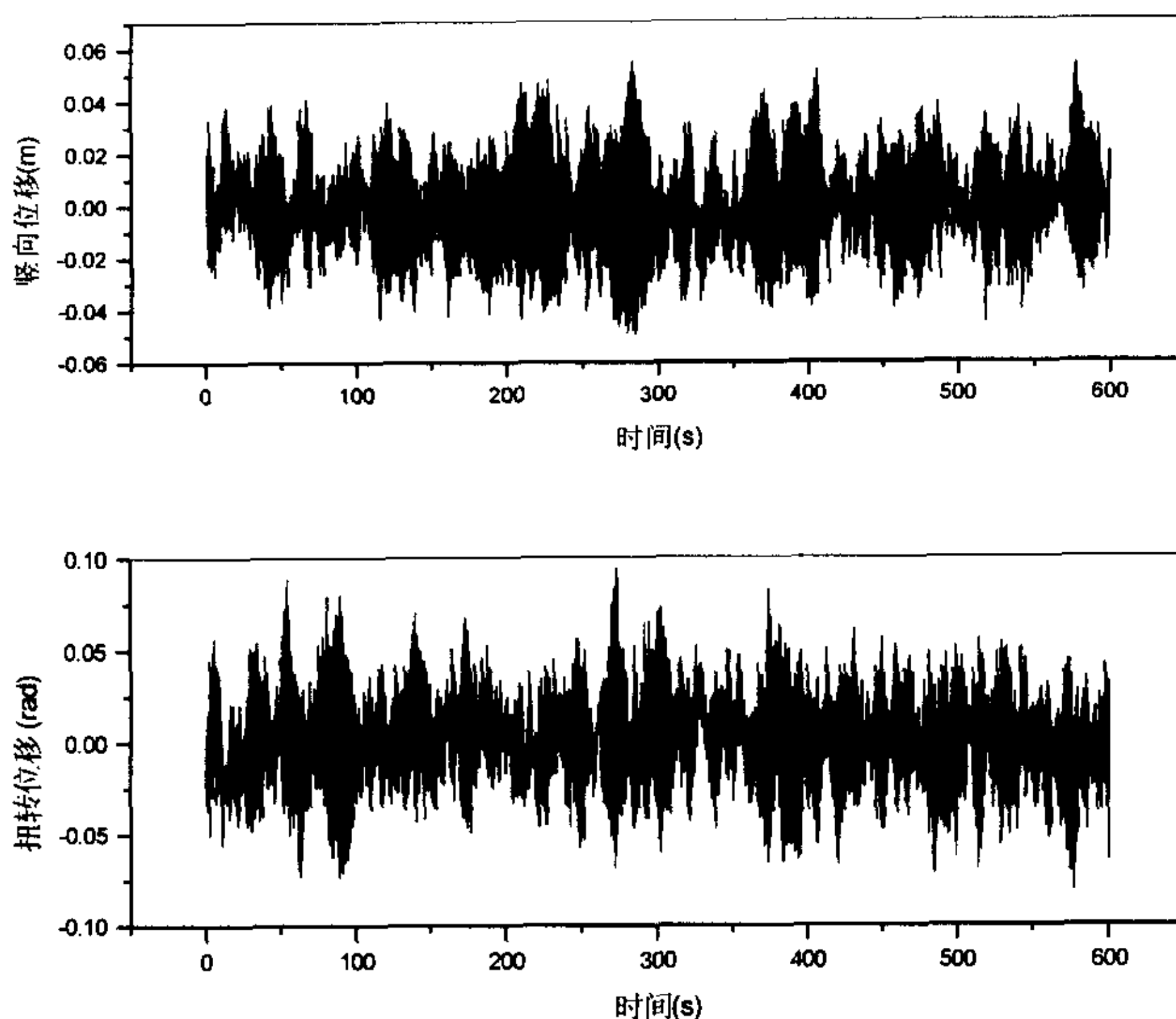


图 5.17 平板抖振响应位移时程信号

5.5 本章小结

本章首先介绍了多变量随机过程模拟的两类常用方法。通过对其计算过程的分析,改进了平稳高斯随机过程模拟的谐波合成方法。对谱分解矩阵引入插值近似,减少谱分解的次数,从而提高计算效率,并节省内存花费。对比改进的谐波合成法与 AR(p)线性滤波法可以发现,改进方法不但模拟随机样本的精度明显高于 AR(p)线性滤波法,而且具有更快的计算速度。当然,改进的 Deodatis's 谐波合成法的计算机内存花费比线性滤波法稍大,

但完全可以接受。该方法可用于生成大规模、长周期平稳高斯随机过程，适合于大跨度桥梁三维空间脉动风场的模拟。

其次，介绍了风荷载的处理问题。按常规，将风荷载处理为静力风荷载、抖振力、自激力三部分。其中，静风力荷载根据节段模型试验获得的静力三分力系数确定；抖振力荷载按 Scanlan 的准定常气动公式计算，并考虑了气动导纳的修正；自激力的计算采用 Lin 提出的脉冲响应函数表达的气动力公式，并进行重点论述。

再次，讨论了在风荷载作用下桥梁结构的非线性颤抖振响应计算问题。采用鱼骨梁式模型建立大跨度桥梁的有限元杆系计算模型，全面考虑了结构的几何非线性和气动非线性影响，并简要介绍了结构几何非线性分析方法和非线性动力平衡方程的求解策略。

最后，结合本章的非线性颤抖振时程分析方法，笔者编制了相应的非线性动力计算程序。针对该程序所具有的四个方面的分析功能，即非线性静力分析、非线性动力分析、颤振时程分析和抖振时程分析，分别采用了不同的数值算例验证了该程序的正确性和可靠性。

第六章 大跨度桥梁非线性颤抖振分析

在论文前面几章建立和发展的大跨度桥梁颤抖振响应分析方法和计算程序的基础上,可以对大跨度桥梁的耦合颤抖振问题进行比较全面和系统的分析和研究。针对润扬长江悬索桥的颤抖振问题,本章综合应用了前面的颤抖振频域与时域方法,并将频域与时域的分析结果进行了比较。这里重点讨论了静风荷载作用下结构变形和主梁附加攻角效应,振动过程中各种结构几何非线性和气动荷载非线性因素等对大跨度桥梁颤抖振响应的影响分析。

此外,基于线性和非线性颤抖振响应分析结果,讨论了紊流对大跨度桥梁结构安全性的影响。

6.1 润扬长江悬索桥

润扬长江大桥是我国正在建造的最大跨度悬索桥,主跨跨度为 1490 米,见图 6.1 所示。主梁截面(方案一)为宽 38.7 米,高 3.0 米的扁平状闭口钢箱梁,见图 6.2。主缆中心距 34.3 米,外径为 0.857 米,吊杆间距为 16 米,外径为 0.068 米。桥塔为混凝土门式框架结构,塔高约为 209 米。跨中主梁与主缆之间设置中央扣联系。

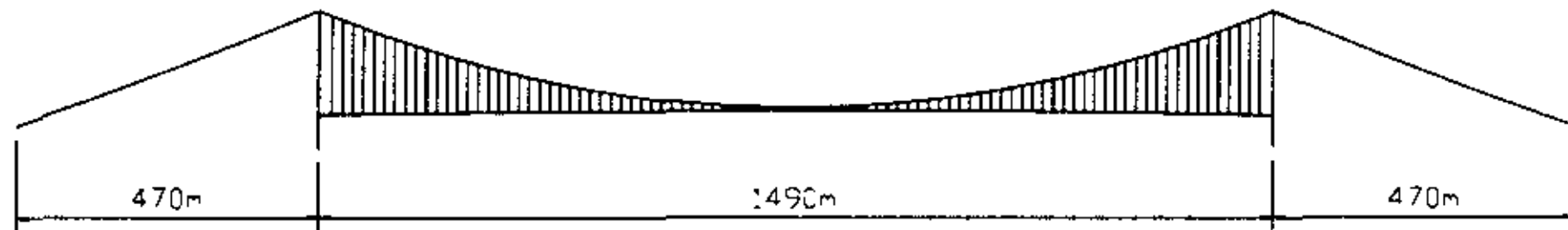


图 6.1 润扬长江大桥总体布置图

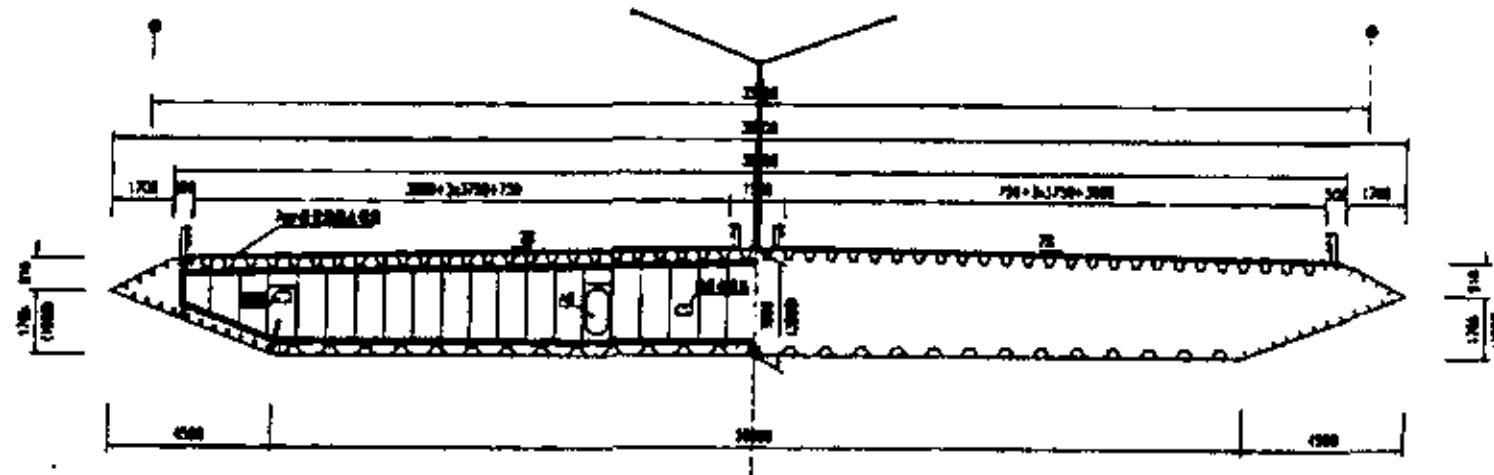


图 6.2 润扬长江大桥主梁横断面图(方案一)

在桥梁节段模型风洞试验中,对具有竖弯和扭转两自由度的节段模型用本文前面的识别方法提取了其不同攻角下的颤振导数,即 H_i^* 和 A_i^* ($i=1\sim4$),见图 6.3 所示。图 6.4 给出了在均匀流场中测量该模型各攻角下的静力三分力系数及其导数。由于与横向振动相关的颤振导数无试验结果,以下将按拟静力理论采用。桥梁结构各固有模态的结构阻尼比均取为 0.005。

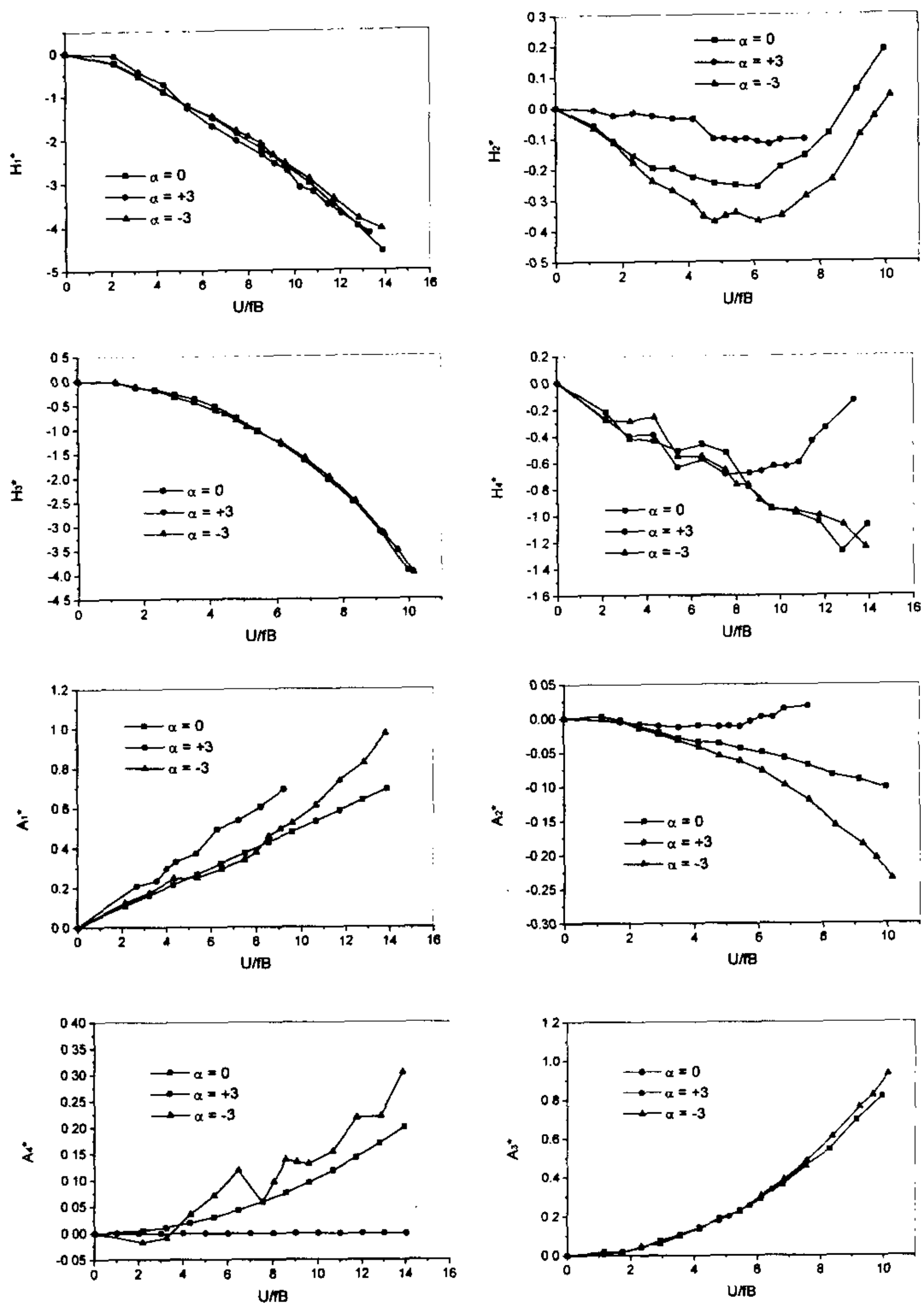


图 6.3 润扬大桥主梁断面颤振导数 H_i^* 和 A_i^*

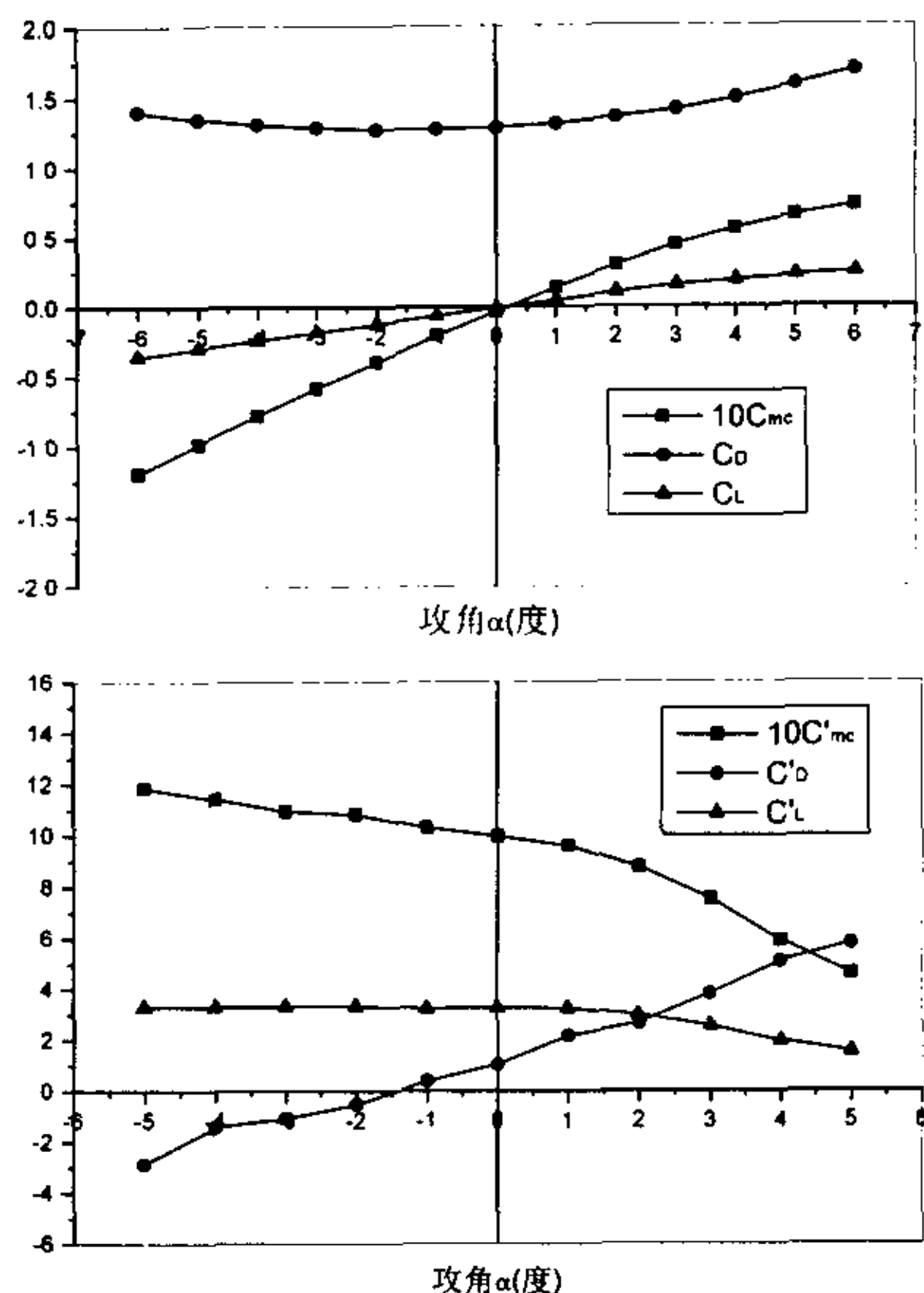
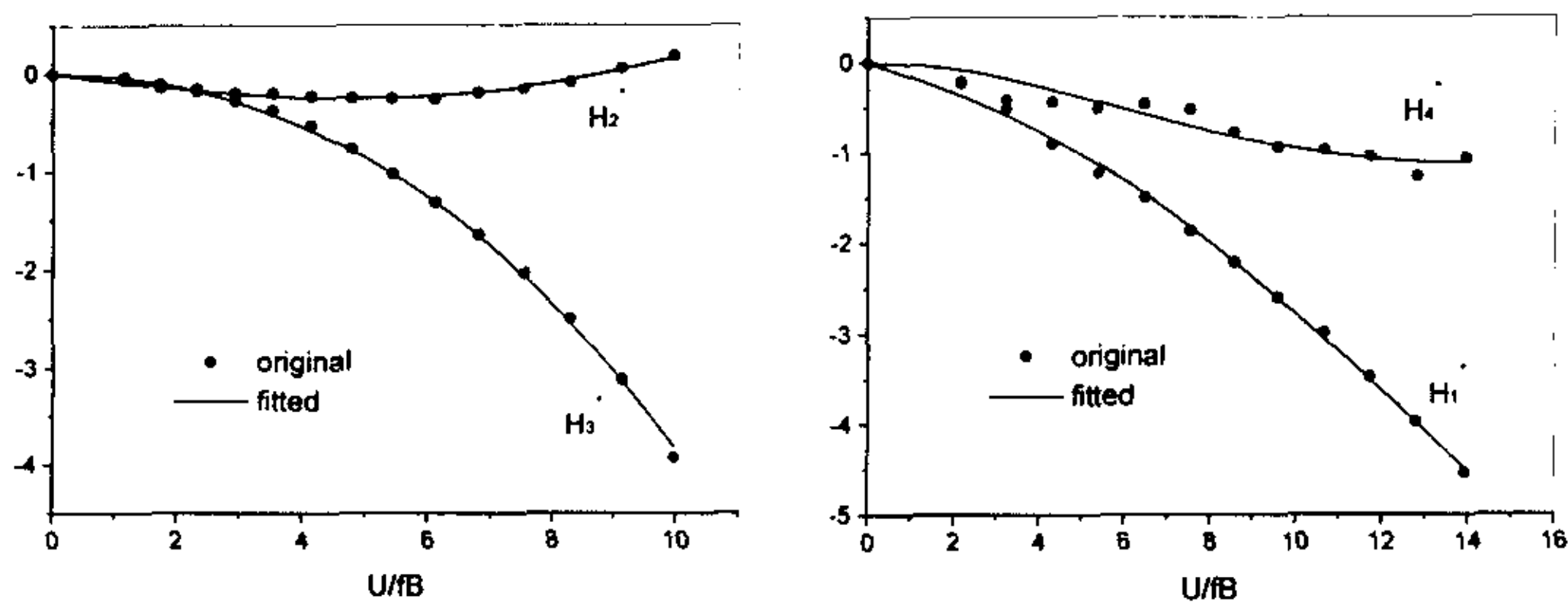


图 6.4 润扬大桥主梁断面静力三分力系数及其导数

在桥梁颤抖振响应时程分析之前，必须首先对颤振导数进行最小二乘拟合，确定自激力中各脉冲响应函数的气动系数。参照第 5.2 节，这里用修正最小二乘方法拟合了润扬悬索桥主梁断面各攻角下的气动系数。考虑到该主梁断面颤振导数的线型均较为简单，并且在颤抖振时程分析时需要对脉冲响应函数的气动系数进行插值计算，因而取脉冲响应函数中非定常气动力项数为 1。表 6.1 列出了在零攻角下的气动系数拟合结果，由于只有弯扭方向的颤振导数，其他气动系数均为按拟静力理论得出的数据。图 6.5 给出了根据拟合气动系数反算的颤振导数曲线和试验数据的比较情况。从图可见，气动系数的拟合效果较好。



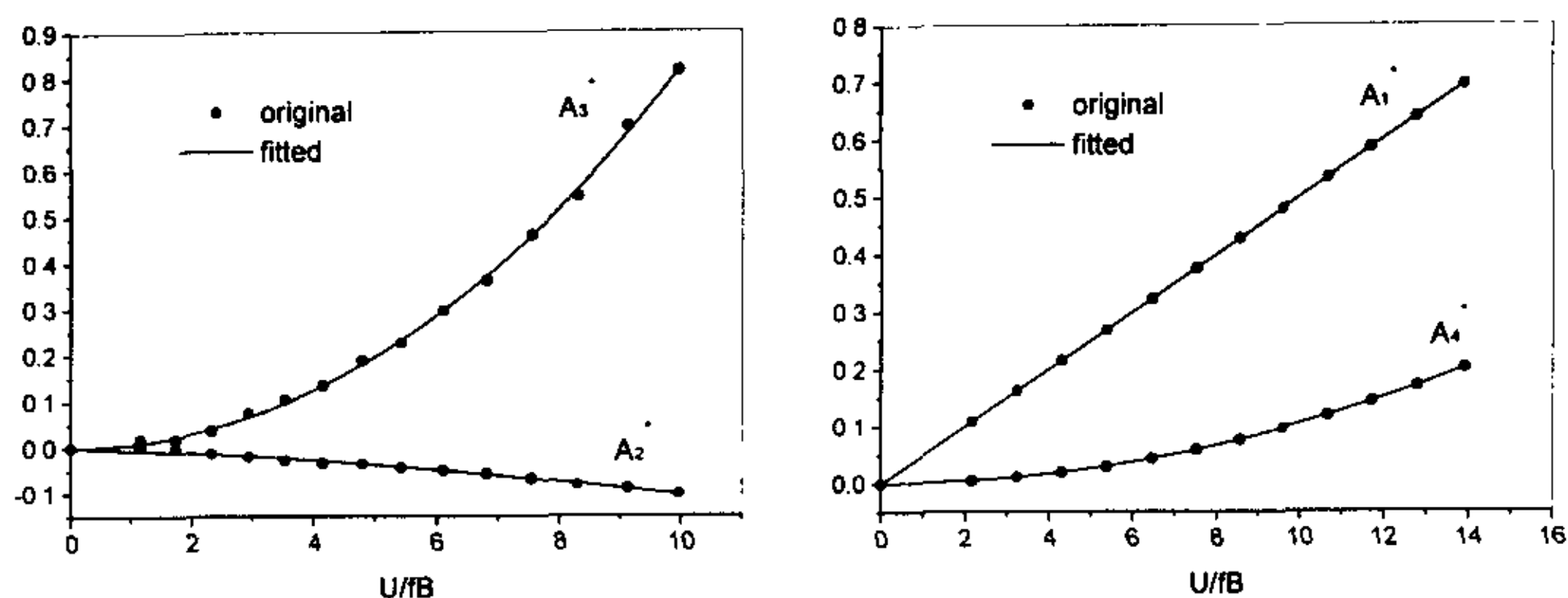


图 6.5 拟合气动系数反算的颤振导数曲线和试验数据的比较情况

表 6.1 在零攻角下润扬悬索桥主梁气动系数的拟合结果

	C_1	C_2	C_3	d_3
L_h	0.1539	-1.0315	-0.9147	0.5317
L_p	0.0	-0.0110	0.0	0.0
L_a	-2.1841	-0.5049	0.8874	0.3657
D_h	0.0	0.0402	0.0	0.0
D_p	0.0	-0.0994	0.0	0.0
D_a	0.0402	0.0402	0.0	0.0
M_h	0.0410	0.3135	0.0	0.0
M_p	0.0	0.0036	0.0	0.0
M_a	0.3407	-0.0328	-0.0415	0.7780

根据设计资料，建立了用于颤抖振分析的润扬长江悬索桥有限元分析模型。该悬索桥分析模型的建立方法与前面江阴长江大桥算例基本一样。同样，通过对主缆和吊杆初始内力的调整，按照悬索桥成桥状态主梁不受力的条件，可得出该悬索桥的成桥初始内力状态。

表 6.2 成桥状态润扬长江悬索桥的固有动力特性

模态号	频率(Hz)	特 征	模态号	频率(Hz)	特 征
1	0.04891	一阶对称侧弯	11	0.2302	一阶对称扭转
2	0.08845	一阶反对称竖弯	12	0.2367	二阶对称侧弯
3	0.1229	一阶反对称侧弯	13	0.2394	三阶对称竖弯
4	0.1240	一阶对称竖弯	14	0.2542	边缆振动
5	0.1668	二阶对称竖弯	15	0.2557	边缆振动
6	0.1878	二阶反对称竖弯	16	0.2611	边缆振动
7	0.2167	主缆振动	17	0.2633	边缆振动
8	0.2170	主缆振动	18	0.2633	边缆振动
9	0.2207	主缆振动+主梁扭转	19	0.2673	一阶反对称扭转
10	0.2208	主缆振动	20	0.2740	边缆振动

根据上述的桥梁成桥初始内力状态,采用 Lanczos 方法计算了该模型的前 50 阶结构固有模态,表 6.2 列出了其中前 20 阶固有模态的振动特性。在对前 50 阶固有模态进行的 Sturm 序列检查中,没有发现任何丢失的固有模态。

该桥跨中桥面离地面高度为 60m,地面粗糙长度为 0.01m。在抖振分析中,纵向和竖向脉动风速谱分别采用 Kaimal 谱和 Lumley-Panofsky 谱。其中纵向和竖向脉动风速的指数衰减系数 C_z 、 C_y 和 C_w 分别取为 10、16 和 8。

6.2 润扬桥颤抖振频域与时域分析

以下用本文前面论述的分析方法和计算程序对润扬长江悬索桥的耦合颤振和抖振响应问题进行分析。分析中同时运用了颤抖振频域与时域分析方法,并将两种方法的分析结果进行比较。通过比较分析,可以确定大跨度颤抖振频域与时域分析方法的特点。同时,这也是对两套分析程序的进一步考核。

这里暂时先不考虑由于静风荷载引起的结构几何变形和附加攻角、结构非线性、气动非线性等因素的影响,以便能在相同条件下进行频域与时域分析的比较。本文将在以下的部分分别对这些问题进行讨论。

6.2.1 耦合颤振分析

首先,对润扬悬索桥的均匀流耦合颤振问题进行频域分析,应用了本文提出的多模态颤振自动分析方法。在多模态颤振分析中,采用了自振特性分析的所有前 50 阶模态作为颤振的参与模态。表 6.3 列出了该悬索桥在不同来流攻角下的耦合颤振分析结果。该悬索桥在 $+3^\circ$ 攻角时的颤振临界风速为 47.16m/s,明显低于零攻角的颤振临界风速(62.07m/s)。可见,该悬索桥的颤振对来流的攻角非常敏感。

图 6.6 绘出了在零攻角下前 20 阶系统复模态的圆频率和阻尼比随折减风速而变化的情况。在颤振运动中,桥面主梁竖向、横向和扭转位移的相对振幅见图 6.7 所示。从图中可以看出,该悬索桥的颤振是以对称扭转振动为主的耦合颤振,竖弯振动在颤振运动中有较大程度的参与,但主梁横向振动模态的参与程度较小。

图 6.8 给出了该对称扭转颤振复模态中各结构固有模态参与的相对幅值、能量百分比和相位的比较情况。从图中可见,在对称扭转颤振中,四个固有模态,即模态 4, 5, 9 和 11 (对应于一阶对称竖弯、二阶对称竖弯、主缆振动+主梁扭转、一阶对称扭转)为颤振的主要参与模态,这与普通悬索桥(如江阴长江大桥)的颤振稍有区别。在对润扬悬索桥的结构分析中发现,该桥第 9 阶固有模态(主缆振动+主梁扭转)的出现是因为中央扣装置引起,普通的悬索桥并不包含这阶固有模态。随着结构型式的不断变化和跨度的增加,桥梁颤振的多模态耦合情况将更加复杂,通过选择固有模态进行颤振分析的结果可能是不可靠的。因此笔者建议,在大跨度桥梁的颤振分析中直接应用动力特性分析的全部固有模态。

表 6.3 润扬悬索桥耦合颤振的频域分析结果

来流攻角($^{\circ}$)	折减风速 (U/B)	颤振临界风速 (m/s)	颤振频率 (Hz)	复模态特征
$\alpha = -3$	9.084	69.58	0.1979	对称扭转发散
$\alpha = 0$	7.758	62.07	0.2068	对称扭转发散
$\alpha = +3$	5.623	47.16	0.2167	对称扭转发散

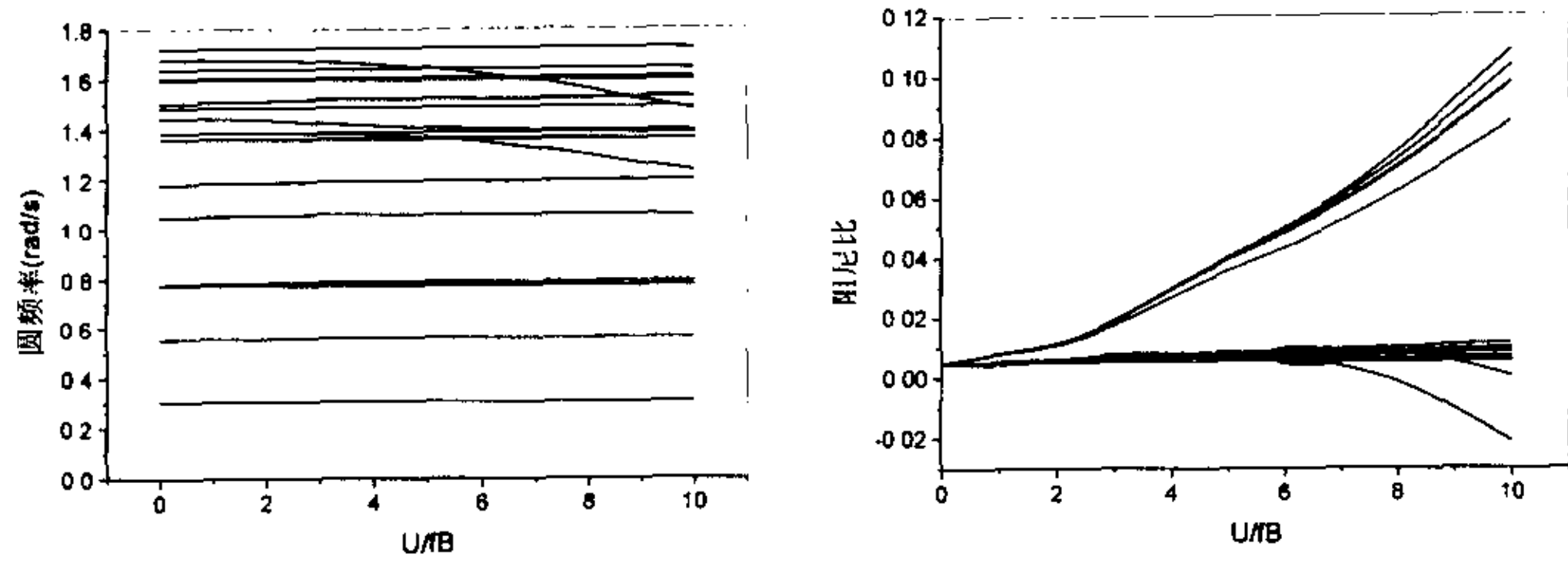


图 6.6 系统前 20 阶复模态圆频率和阻尼比的变化曲线

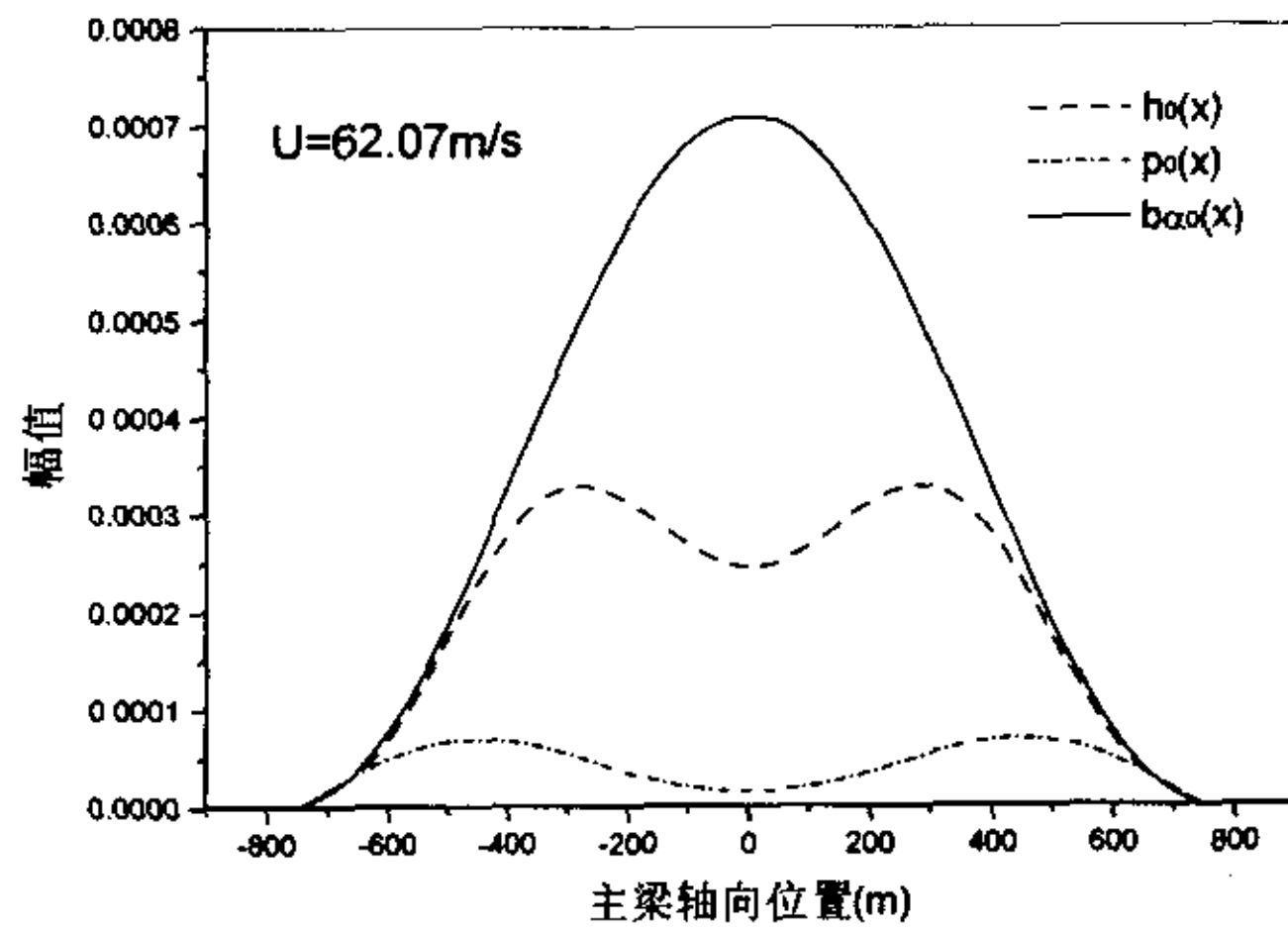
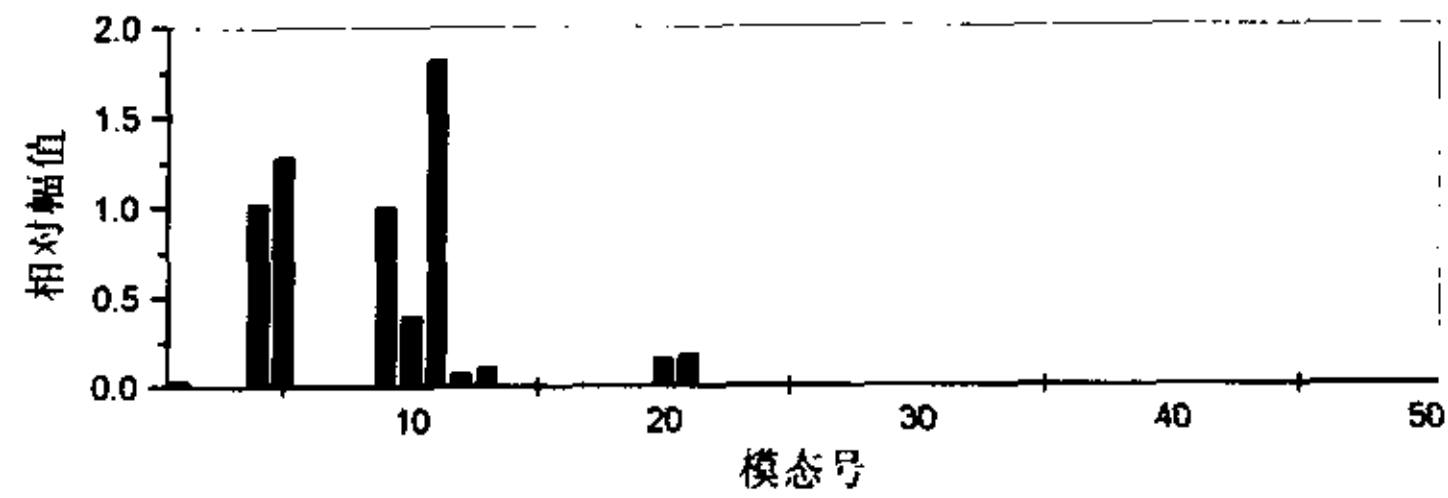


图 6.7 颤振运动中桥梁中跨主梁各方向位移的振幅



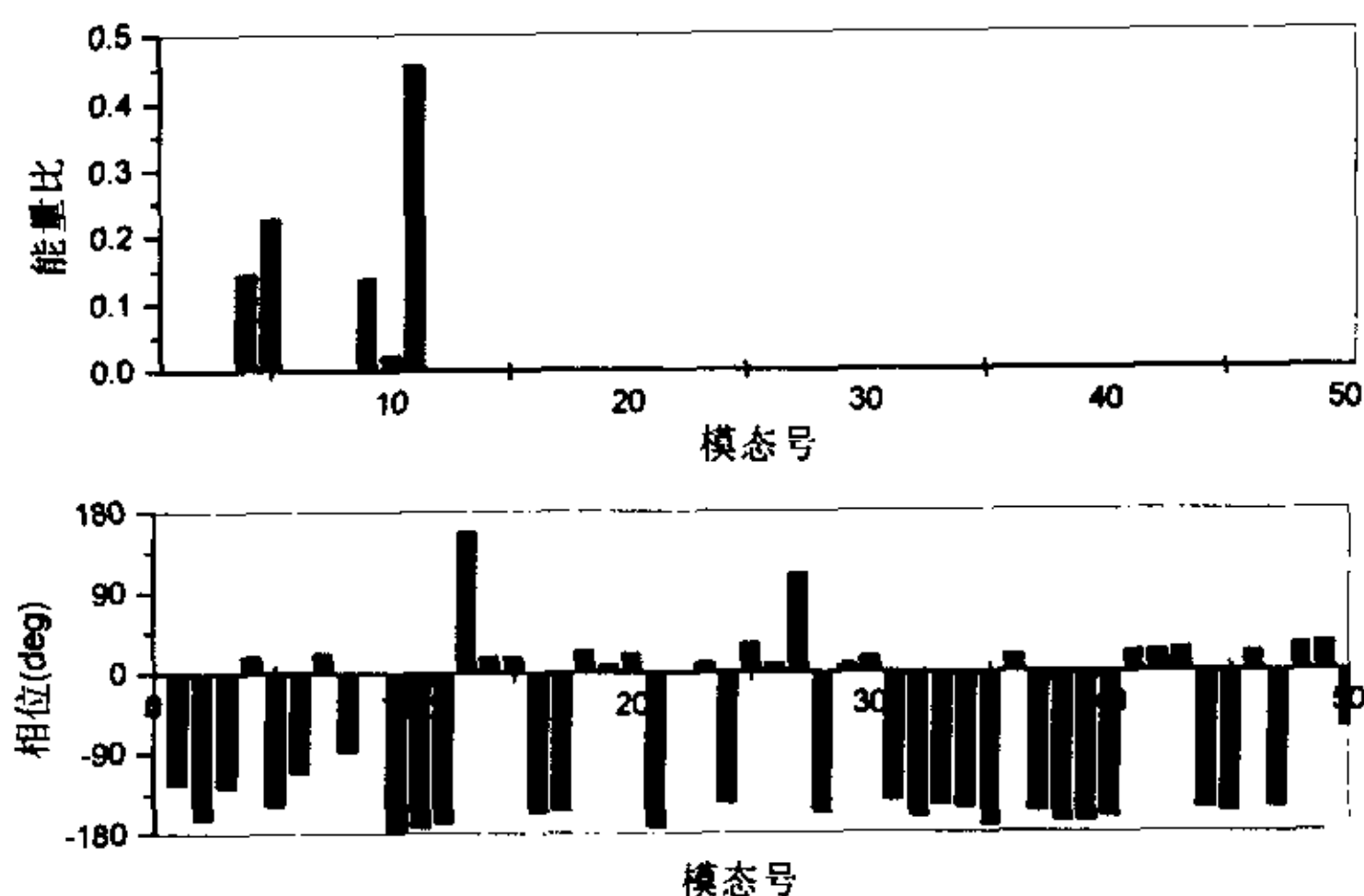
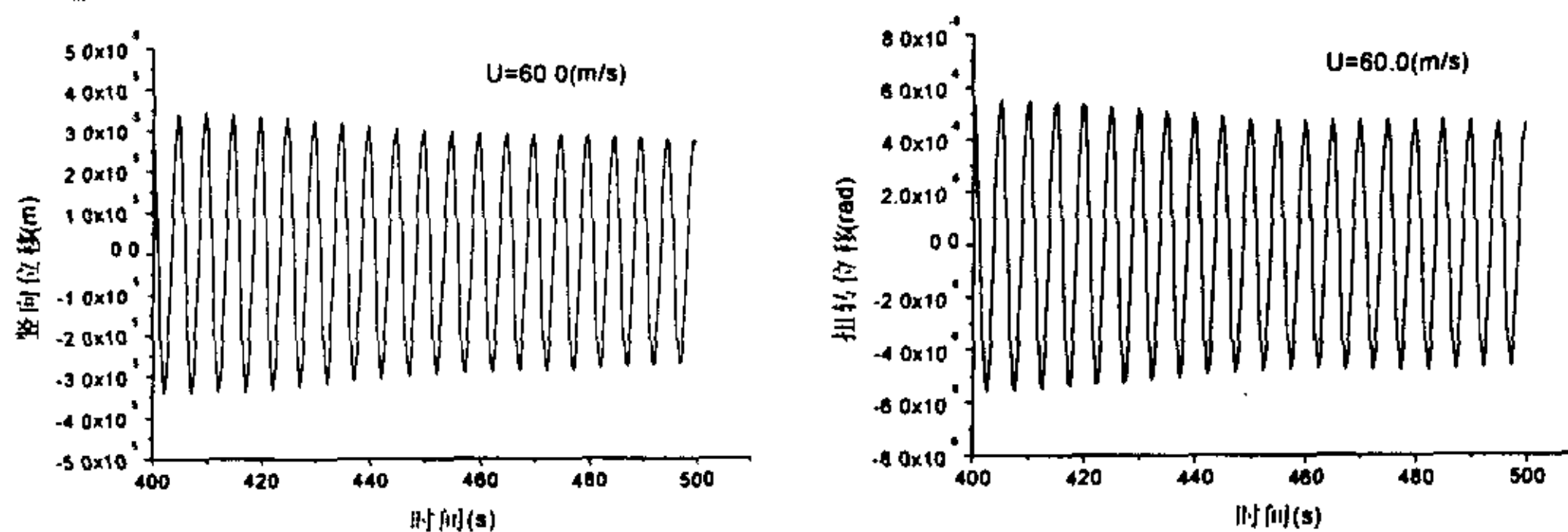


图 6.8 对称扭转颤振复模态中各固有模态参与的相对幅值、能量百分比和相位

然后, 运用 NFBA 程序对该悬索桥进行了均匀流场中的颤振稳定性时程分析, 分析中考虑了气动自激力中的所有耦合和非耦合项。为与频域颤振分析结果进行比较, 这里忽略了各种结构和气动非线性因素的影响。但由于自激力中耦合项的参激作用, 此时即使不考虑结构和气动非线性因素, 每个计算时间步都需要迭代, 因而抖振时程分析必然是非线性的。为了使结构发生自由振动, 需要对结构施加一个较小的初始激励。通过逐级增加风速并计算出结构的动力响应时程, 判断出在均匀流场中的颤振临界风速, 结果列于表 6.4。表中同时给出了上述多模态颤振频域分析的结果。从表中数据的比较可知, 该桥梁耦合颤振的频域与时域分析结果基本吻合。这也进一步验证了两套分析程序的正确性和可靠性。在零攻角下, 该悬索桥在颤振临界风速附近的振动位移响应时程信号如图 6.9 所示。

表 6.4 润扬悬索桥耦合颤振频域与时域分析结果的比较

		颤振临界风速(m/s)	颤振频率(Hz)
$\alpha = -3^\circ$	频域分析(AutoFBA)	69.58	0.1979
	时域分析(NFBA)	69	0.193
$\alpha = 0^\circ$	频域分析(AutoFBA)	62.07	0.2068
	时域分析(NFBA)	62	0.201
$\alpha = +3^\circ$	频域分析(AutoFBA)	47.16	0.2167
	时域分析(NFBA)	45.5	0.208



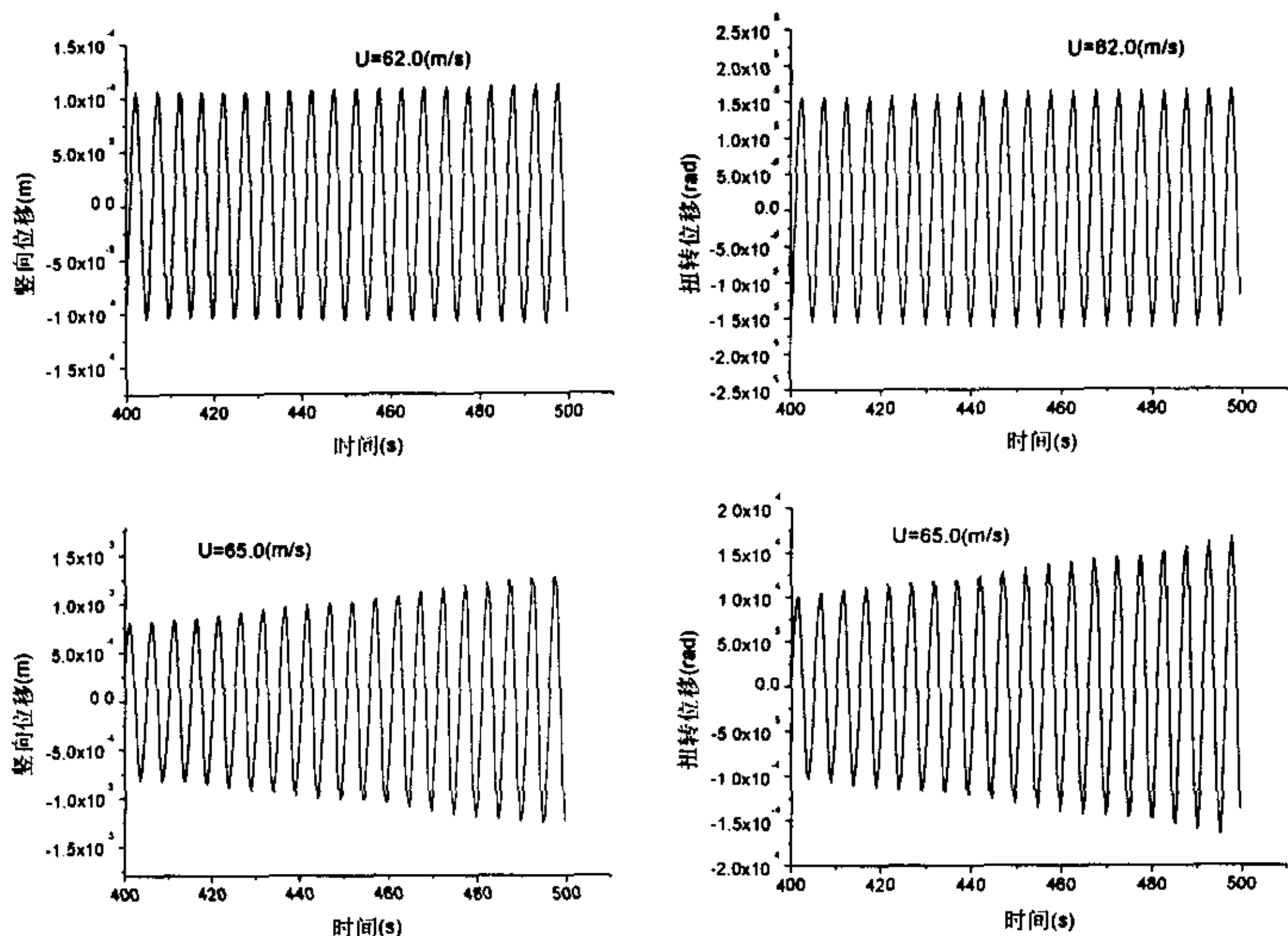


图 6.9 均匀流场中润扬悬索桥主梁跨中位移响应时程

6.2.2 耦合抖振分析

在润扬长江悬索桥的耦合抖振响应频域分析中,运用本文前面提出的有限元 CQC 方法,考虑了自振特性分析的前 50 阶固有模态。为计算抖振响应,频率范围取为 0.03 到 0.80Hz,频率间隔为 0.002Hz。抖振分析时考虑了气动自激力的作用,暂时不考虑缆索和桥塔上的脉动风、气动导纳以及纵向和竖向脉动交叉风谱的影响。跨中主梁竖向、横向和扭转位移抖振响应 RMS 值随风速的变化情况见图 6.10 中实线所示。表 6.5 列出了不同风速下跨中位移抖振响应 RMS 值的计算结果。

为了进行抖振响应时程分析,需要先模拟出桥梁上作用的随机脉动风速。由于只考虑桥面主梁上的气动力,这里仅模拟主梁各节点处的脉动风速。鉴于所需模拟脉动风速的样本点数不多,采用 Deodatis's 谐波合成法进行模拟。随机脉动风速样本的模拟长度为 10 分钟,时间间隔为 0.1 秒。根据所得的随机风速样本,用 NFBA 程序可以计算出该桥梁结构的抖振响应时程,进而确定桥梁抖振响应的结果。由不同的随机风速样本得出的抖振响应结果将有所差异,一个抖振响应时程样本并不一定能很好地反映真实的抖振响应。因而,一般情况下都需要模拟多个随机风速样本,才能得出较好的抖振响应统计结果。在每一级风速下,这里均采用了三个随机风速模拟样本进行计算。不同风速下跨中主梁竖向、横向和扭转位移抖振响应 RMS 值的各样本用点标表示于图 6.10。各抖振响应样本的平均值列于表 6.5。从图表结果可见,该桥梁耦合抖振响应的频域与时域分析结果基本一致。在平均风速接近于颤振临界风速时,抖振响应时域分析结果比较离散。

此外，图 6.11 给出了紊流场中该桥梁颤振发散时($U=62\text{m/s}$)主梁跨中位移响应的时程曲线。从图中可以看出，扭转位移振幅的总体趋势逐渐增大，表明桥梁已经发生了颤振。由于抖振力的干扰作用，竖弯位移响应时程未出现明显的发散趋势。

表 6.5 润扬悬索桥跨中抖振位移响应频域与时域分析结果

分析结果 风速(m/s)	竖向位移 RMS 值(m)		横向位移 RMS 值(m)		扭转位移 RMS 值(deg)	
	频域结果	时域结果	频域结果	时域结果	频域结果	时域结果
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0	0.0231	0.0218	0.0097	0.0151	0.0212	0.0177
20.0	0.0887	0.0928	0.0586	0.0896	0.1016	0.0942
30.0	0.1970	0.2299	0.1635	0.2106	0.2489	0.2670
40.0	0.3330	0.3603	0.3316	0.3558	0.5362	0.5246
50.0	0.5136	0.5690	0.5636	0.5793	1.1408	1.0366
60.0	0.7824	0.8582	0.8888	1.030	3.5214	3.8762

* 注：1、时域结果为三个抖振响应样本的平均值。

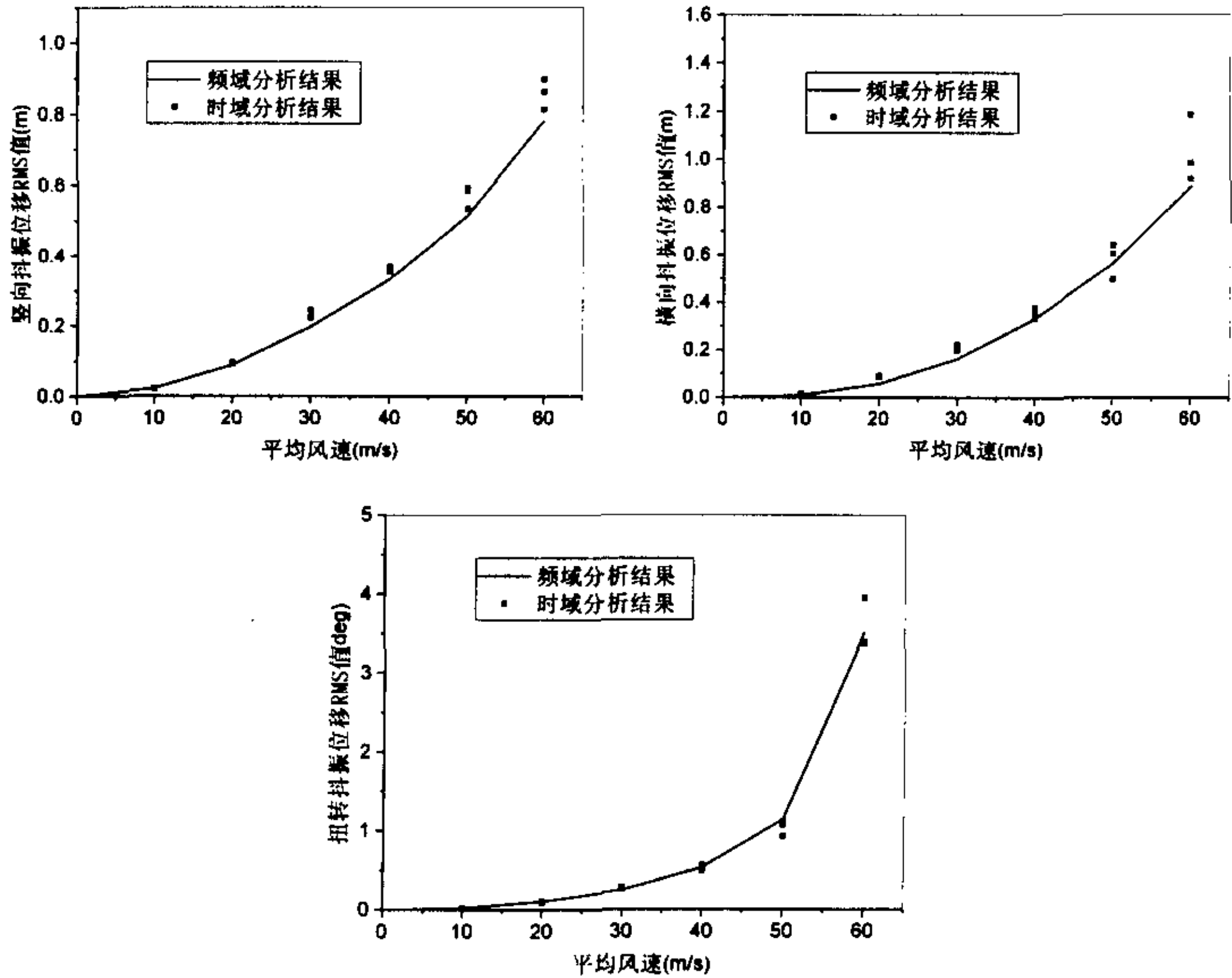


图 6.10 润扬悬索桥跨中抖振位移响应 RMS 值分析结果

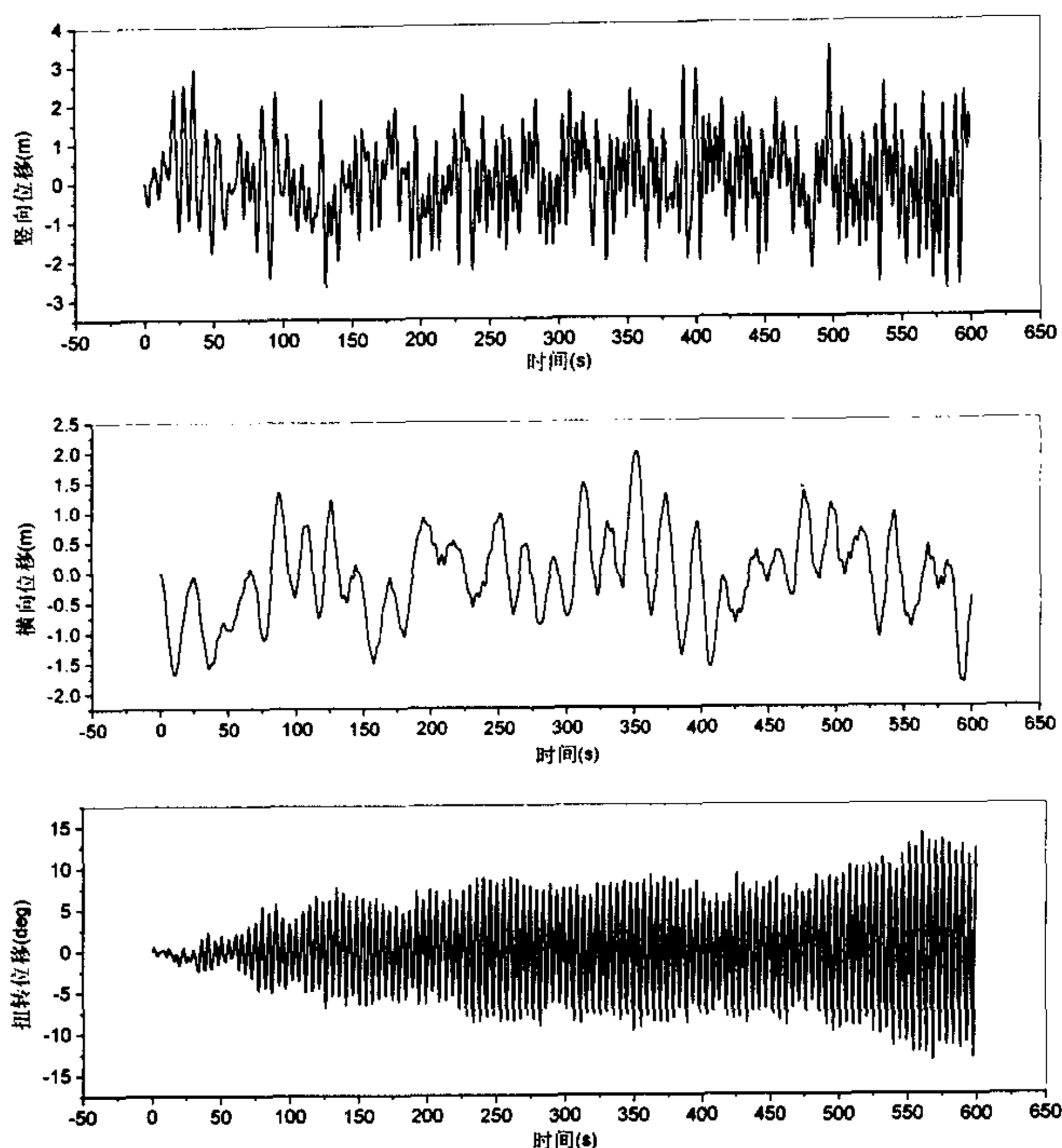


图 6.11 紊流场中该桥梁颤振发散时主梁跨中位移响应的时程曲线($U=62\text{m/s}$)

上述桥梁抖振响应时域分析仅考虑桥面主梁上抖振力的作用, 不计缆索和桥塔上的脉动风的影响。在本文发展的颤抖振响应时程分析方法基础上, 能够分析缆索和桥塔上气动力的作用。这里从时域的角度对缆索上气动力的作用进行研究。用改进的谐波合成法模拟了包括主缆在内的空间点脉动风速样本。在 40m/s 风速下, 桥梁抖振响应时域分析结果列于表 6.6, 该结果为三个随机响应样本的平均值。表中同时给出了考虑和不考虑缆索上脉动风时耦合抖振频域分析的计算结果。可见, 桥梁抖振响应的时域分析结果与频域结果接近。此外, 考虑缆索上脉动风时的横向位移抖振响应比不考虑情况明显要大。

比较桥梁抖振的频域与时域分析结果可以看出, 抖振时域分析结果具有一定的随机性。随着样本数量的增多, 抖振响应时域分析结果将逐渐趋近于频域分析结果。而且, 抖振响应时域分析的计算量比频域分析大很多。因此笔者建议, 在一般情况下大跨度桥梁抖振响应分析尽量采用频域分析方法。如果需要考虑振动过程中的结构非线性和气动非线性因素的影响, 则不得不用时域方法。可见, 从研究的角度来说, 时域分析方法仍不失为一个有力的研究工具。

表 6.6 润扬悬索桥跨中抖振位移响应分析结果($U=40\text{m/s}$)

	不考虑缆索上脉动风	考虑缆索上脉动风	
	频域分析	频域分析	时域分析*
竖向位移 RMS 值(m)	0.3330	0.3361	0.3525
横向位移 RMS 值(m)	0.3316	0.4262	0.4709
扭转位移 RMS 值(deg)	0.5362	0.5363	0.5046

* 注: 1、时域结果为三个抖振响应样本的平均值。

6.3 考虑静风荷载作用桥梁颤抖振分析

大跨度桥梁结构在静风荷载作用下将发生非线性变形, 这种变形在大跨度桥梁的颤抖振分析中是应该考虑的。以下针对润扬长江悬索桥, 研究一下静风荷载作用对大跨度桥梁颤振和抖振响应的影响。

在颤抖振分析之前, 首先需要进行一次桥梁结构非线性静力分析, 以确定桥梁在静风荷载作用下的平衡位置。由于静风荷载本身也随结构变形而发生变化, 因而静力分析中不仅需要考虑桥梁结构的几何非线性, 还应该考虑静风荷载的非线性特征。本文在静风荷载计算中包含了主梁、主缆、吊杆和桥塔上的平均风荷载。参照《公路桥梁抗风设计指南》, 主缆和吊杆截面的风阻力系数取为 0.7, 桥塔柱截面的风阻力系数取为 2.0, 并考虑了平均风速随高度的变化^[180]。在 -3° 、 0° 和 $+3^\circ$ 来流攻角下, 跨中主梁竖向、横向和扭转位移随平均风速的变化情况见图 6.12 所示。

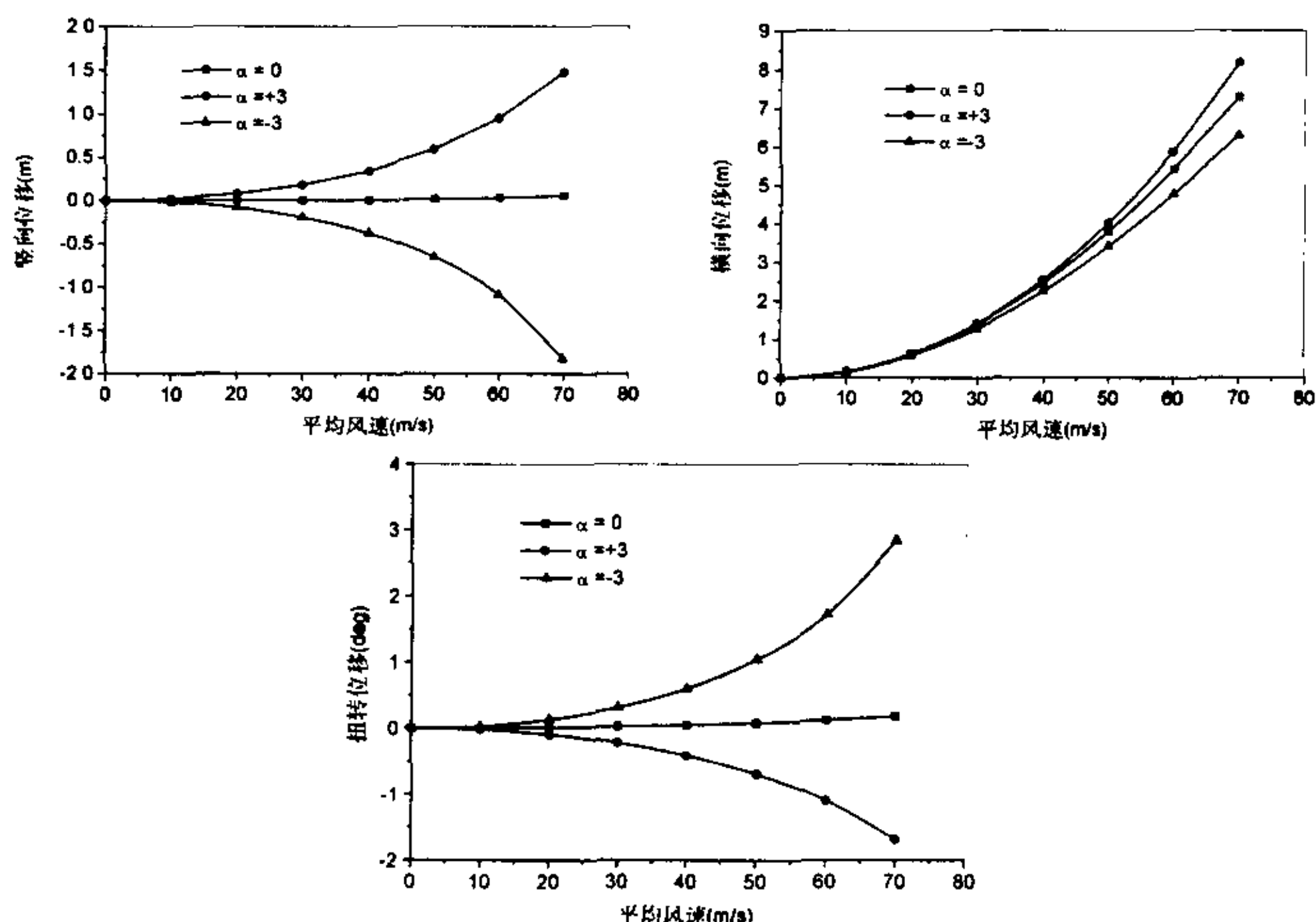


图 6.12 跨中主梁竖向、横向和扭转位移随平均风速的变化情况

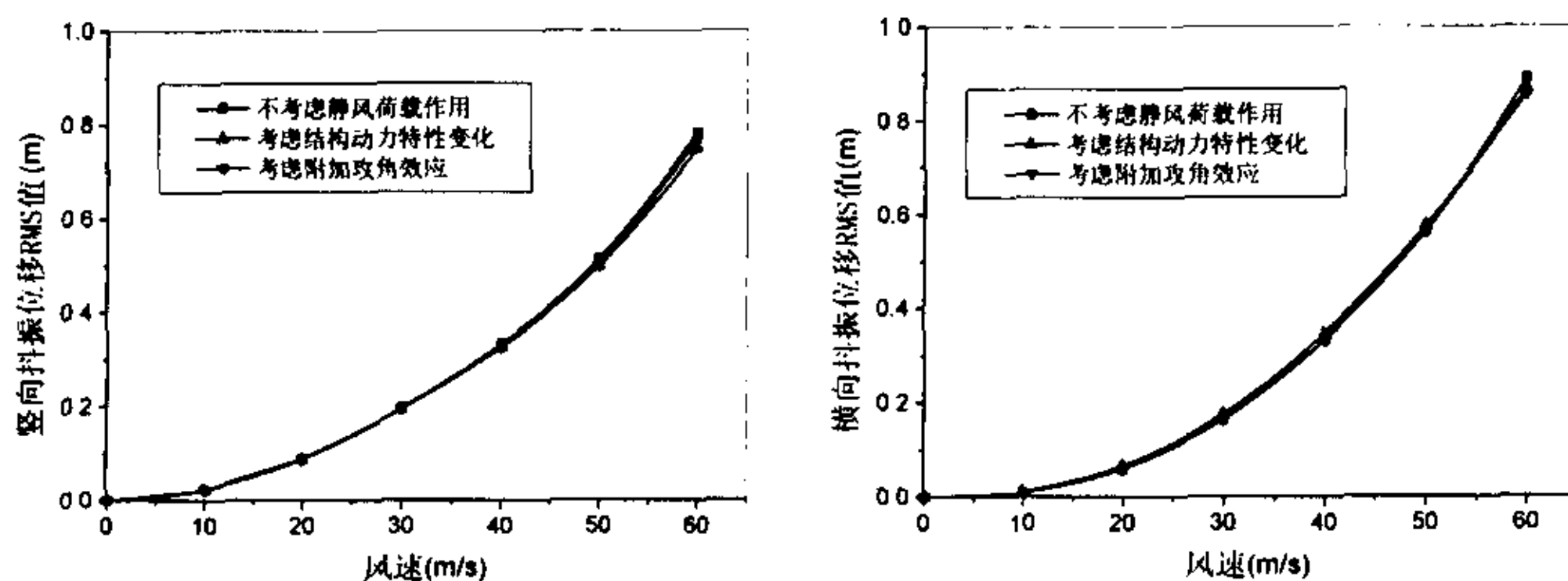
静风荷载作用不仅使得结构的几何形状和单元内力发生改变,相应的动力特性变化将影响桥梁的颤抖振响应。而且,它改变了主梁与来流之间的相对攻角,从而引起主梁上的气动力变化,即产生附加攻角效应。在润扬悬索桥的颤振和抖振响应分析中,将分别研究这两方面因素的影响。

首先,采用本文提出的颤振多模态自动方法分析了该悬索桥在静风变形之后的耦合颤振问题,考虑了前 20 阶固有模态作为颤振的参与模态。由于相对攻角随主梁轴向位置而变化,在分析中颤振导数的取值采用了二次插值计算方法,即先在不同攻角下插值出相应折减风速的颤振导数,而后根据实际攻角进行第二次插值计算。表 6.7 中给出了各自然攻角下的颤振分析结果,其中分别考虑了结构动力特性变化和附加攻角效应。从表中数据可见,结构动力特性的变化对桥梁颤振临界风速的作用不大,但非零自然攻角时附加攻角效应对颤振结果有较大的影响。特别是在自然攻角为正的情况下,附加攻角效应将降低桥梁的颤振临界风速。这在以后的大跨度颤振分析中应该给予重视。

表 6.7 各自然攻角下润扬悬索桥的颤振临界风速(m/s)

自然攻角	不考虑静风荷载作用	考虑附加攻角效应	考虑结构动力特性变化	考虑结构动力特性变化+附加攻角效应
+3	47.27	46.26	48.16	47.20
+2	49.35	48.08	50.18	48.78
+1	54.19	52.45	54.53	53.09
0	62.17	62.49	62.20	62.51
-1	65.99	67.14	65.97	67.13
-2	67.56	71.37	67.16	70.40

其次,用本文的有限元 CQC 方法进行了该悬索桥的耦合抖振响应分析,分析中考虑了前 50 阶结构固有模态。跨中主梁竖向、横向和扭转位移抖振响应 RMS 值随风速的变化情况见图 6.13 所示。图中同时给出了不考虑静风荷载作用、考虑附加攻角效应和考虑结构动力特性变化三种情况下的抖振分析结果。从图中很容易看出,三种情况的抖振响应结果非常接近,说明静风荷载作用对该悬索桥抖振响应的影响可以忽略。其中主要原因是因为在零攻角下静风荷载产生的主梁附加攻角较小,且结构动力特性变化不大。



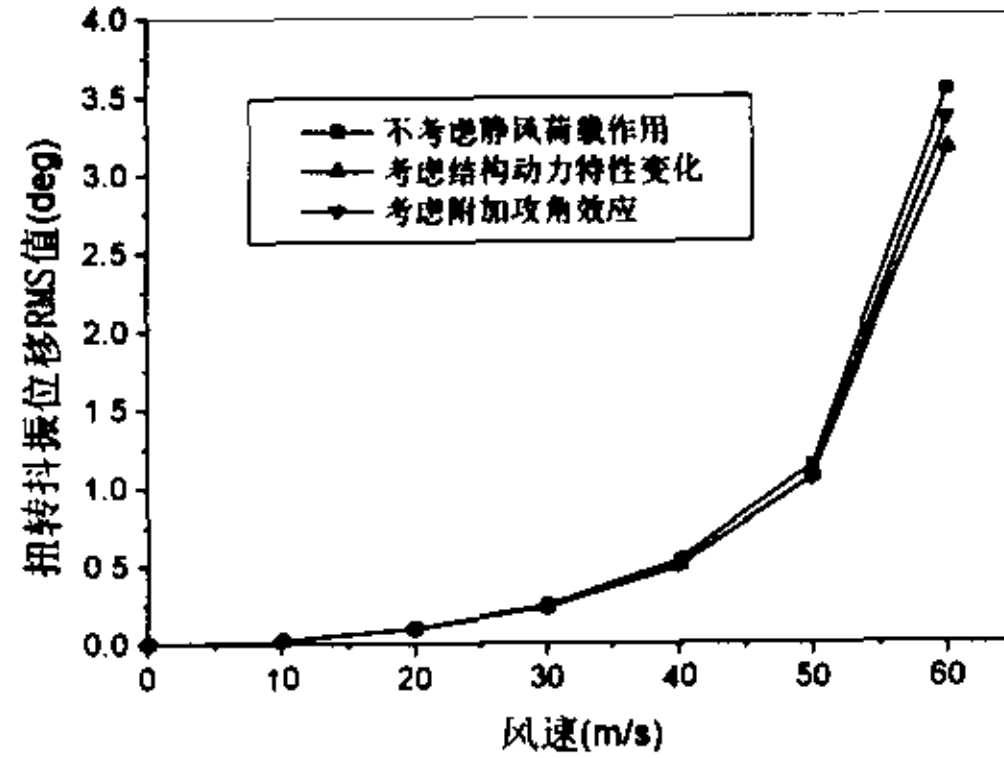


图 6.13 跨中主梁位移抖振响应 RMS 值随风速的变化情况

6.4 各种非线性因素对桥梁颤抖振的影响分析

在自然风的脉动分量作用下,桥梁结构将发生振动变形。由于大跨度桥梁结构具有高度的几何非线性特征,在振动过程中桥梁结构的几何构形和内力状态不断变化,结构整体切向刚度矩阵也发生改变,这些因素都会影响大跨度桥梁的颤抖振响应。并且,随着桥面主梁的扭转变形,来流的有效攻角将改变作用于主梁上的气动荷载(包括自激力和抖振力),使得气动荷载具有非线性特征。

尽管桥梁颤抖振响应分析的频域方法在线性分析中有许多优点,但如果要考虑振动过程中结构几何非线性或气动荷载非线性因素,频域分析方法将遇到很大的困难。此时,从时域的角度进行研究则显得更为直接和方便。

为了研究各种非线性因素对大跨度桥梁颤抖振响应的影响,本文在分别考虑结构的几何非线性、自激力非线性、抖振力非线性的情况下,对润扬悬索桥在紊流中的颤抖振响应进行了分析。考虑到桥梁非线性颤抖振时程分析的结果与脉动风速的模拟有关,具有一定的随机性,这里在相同的模拟脉动风速情况下进行比较研究。

此外,基于润扬悬索桥颤振和抖振响应的频域、时域分析结果,讨论大气边界层紊流对大跨度桥梁结构安全性的影响。颤振稳定性被作为大跨度桥梁结构安全性能中的一个方面进行考虑。

一、结构几何非线性的影响

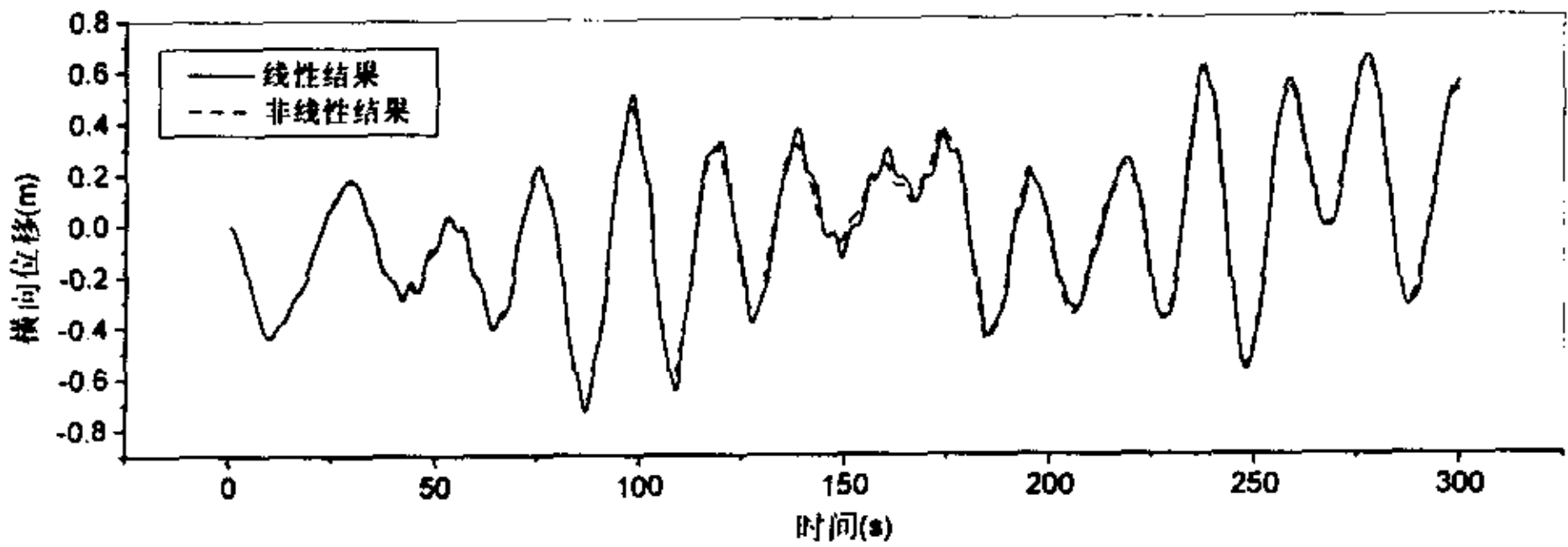
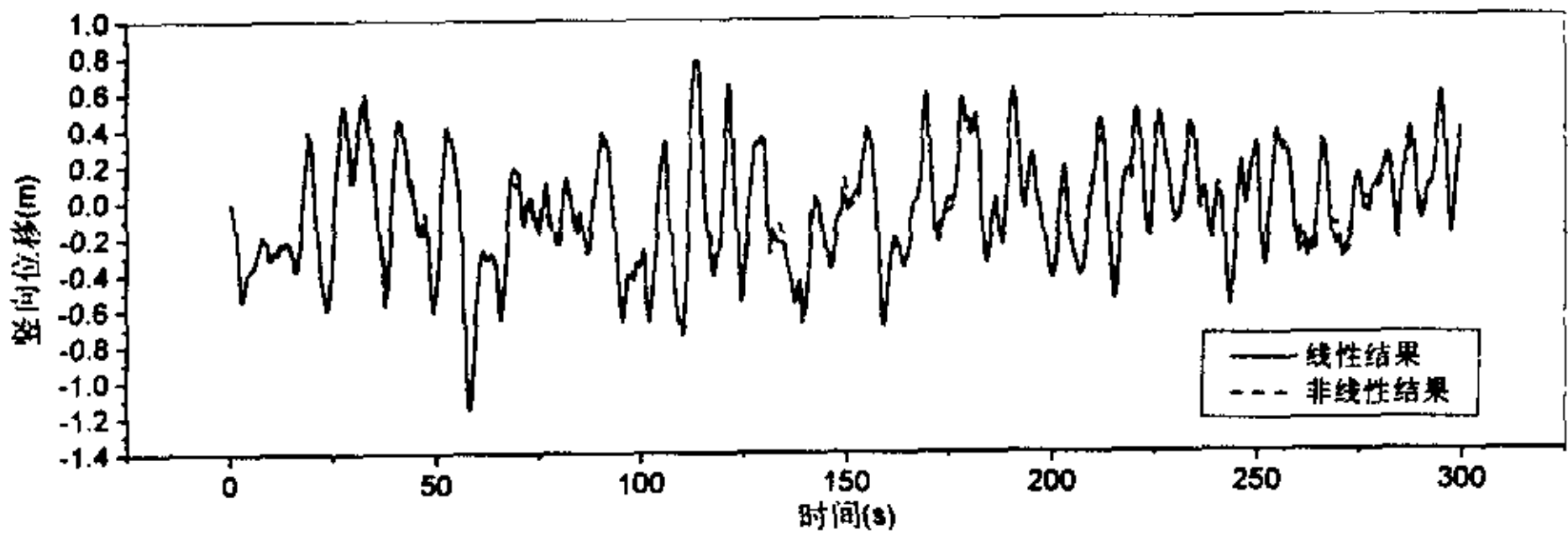
众所周知,大跨度桥梁结构的受力变形具有明显的非线性特征,这在结构静动力分析是应该考虑的。在第 6.3 节已经分析了静风荷载作用下结构几何变形和附加攻角对大跨度桥梁颤抖振响应的作用,因为未考虑振动过程中结构几何非线性和气动荷载非线性对桥梁颤抖振的影响,所以颤抖振响应分析仍然是线性的,可以用频域方法进行分析。这里则着重研究桥梁结构振动过程中的几何非线性对颤抖振响应的影响。

首先计算出在平均风荷载作用下该桥梁结构的受力平衡位置,在此基础上进行颤抖振

响应时程分析。分别在考虑和不考虑结构几何非线性情况下，用上述的非线性时域方法对润扬悬索桥的颤抖振响应进行了分析，计算结果如表 6.8。在 40m/s 的设计风速下，考虑和不考虑结构几何非线性时主梁跨中竖向、横向和扭转位移抖振响应的比较情况见图 6.14 所示。图中实线为线性结果，而虚线为非线性结果。从图表中结果可以看出，结构非线性对主梁扭转位移抖振响应的影响比较显著，但对主梁竖向和横向位移响应的影响不大。即使在一般风速下，考虑结构非线性时主梁扭转位移抖振响应都明显小于不考虑的情况，这说明线性结果是偏于安全的。分析中还发现，当平均风速低于颤振临界风速时，桥梁结构中的部分杆件有时出现了退出工作的现象，该现象的出现将直接威胁到桥梁结构的安全性，且此时桥梁结构的受力也变得相当复杂。此外，笔者在江阴长江悬索桥分析中得到了类似的结论。

表 6.8 结构几何非线性对桥梁颤抖振响应的影响

分析结果 风速(m/s)	竖向位移 RMS 值(m)		横向位移 RMS 值(m)		扭转位移 RMS 值(deg)	
	线性	非线性	线性	非线性	线性	非线性
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0	0.0223	0.0223	0.0112	0.0113	0.0179	0.0147
20.0	0.0901	0.0928	0.0912	0.0901	0.0897	0.0616
30.0	0.1765	0.1833	0.2721	0.2699	0.2032	0.1144
40.0	0.3168	0.3082	0.2903	0.2849	0.5873	0.2872
50.0	0.4678	0.4444	0.3415	0.3386	0.8950	0.3771



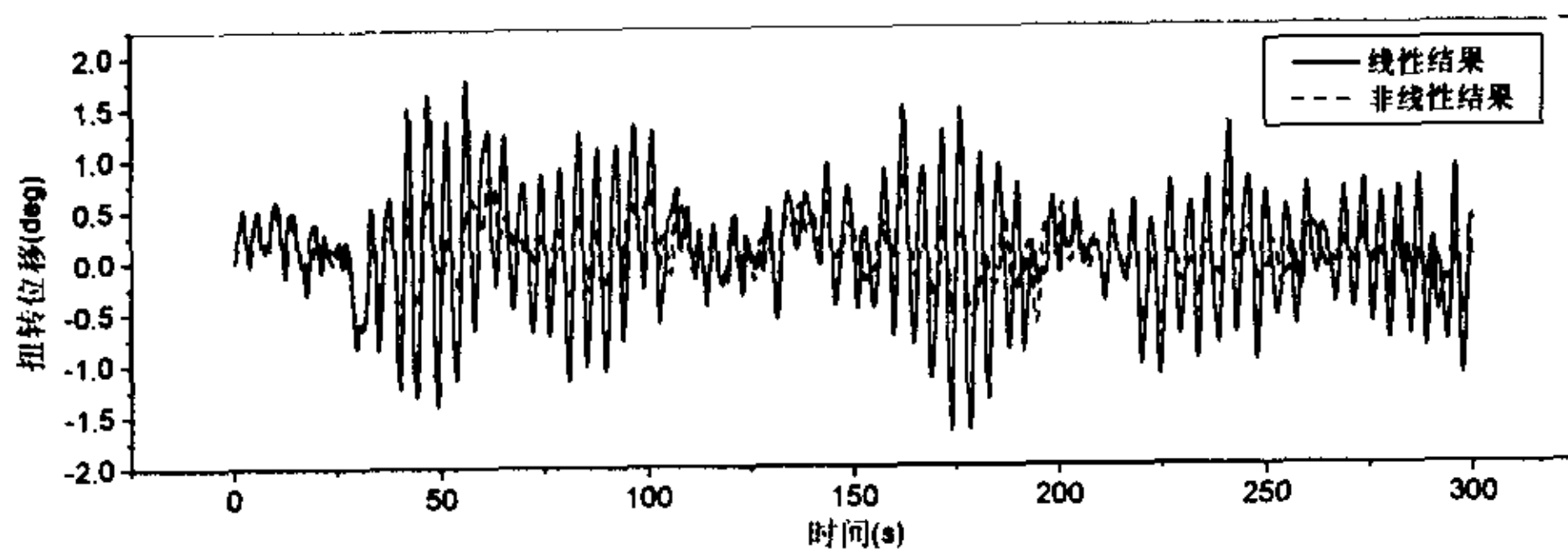


图 6.14 考虑和不考虑结构几何非线性时主梁跨中位移抖振响应的比较情况($U=40\text{m/s}$)

二、自激力非线性对颤抖振响应的影响

前面的颤抖振响应分析都是假设桥梁结构的气动自激力是线性的，这种假设的可靠性和适用范围需要进一步确定。在考虑和不考虑气动自激力的非线性情况下，用上述的非线性时域方法对润扬悬索桥的颤抖振响应进行了分析，计算结果如表 6.9 和图 6.15 所示。颤抖振时程分析中考虑了气动自激力中的各项耦合和非耦合项，但不计结构几何非线性的影响。从图表中结果可以看出，在低风速下，气动自激力的非线性对大跨度桥梁的颤抖振响应影响不大。但当风速接近于颤振临界风速时，考虑自激力非线性时主梁的竖向和扭转抖振响应将比不考虑情况要大。同时，分析还发现，该桥梁在风速为 60m/s 时即多次出现了发散的失稳现象，该风速略低于均匀流场的颤振临界风速(62.07m/s)。图 6.16 给出了 60m/s 风速时一组主梁跨中扭转位移抖振响应时程的比较情况，其中虚线为考虑自激力非线性的结果，由于主梁攻角过大出现了失稳现象，而实线为不考虑时的结果。该自激力非线性影响的原因是，在高风速下主梁的扭转位移较大(超过了 5°)，此时气动自激力与小攻角时差别较大，且对结构更为不利。此外，由于非线性因素的影响，大跨度桥梁在紊流场中的颤振临界风速具有一定的不确定性。

表 6.9 自激力非线性对桥梁颤抖振响应的影响

	竖向位移 RMS 值(m)		横向位移 RMS 值(m)		扭转位移 RMS 值(deg)	
	线性	非线性	线性	非线性	线性	非线性
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0	0.0223	0.0223	0.0112	0.0112	0.0179	0.0179
20.0	0.0915	0.0916	0.0915	0.0915	0.1106	0.1107
30.0	0.2438	0.2437	0.2223	0.2222	0.2537	0.2547
40.0	0.3607	0.3595	0.3338	0.3352	0.4938	0.5003
50.0	0.5833	0.5829	0.4972	0.5000	1.1139	1.3718
58.0	0.7670	0.8613	0.8210	0.8360	1.5838	2.5670
60.0	0.9130	发散	0.9186	发散	3.3899	发散

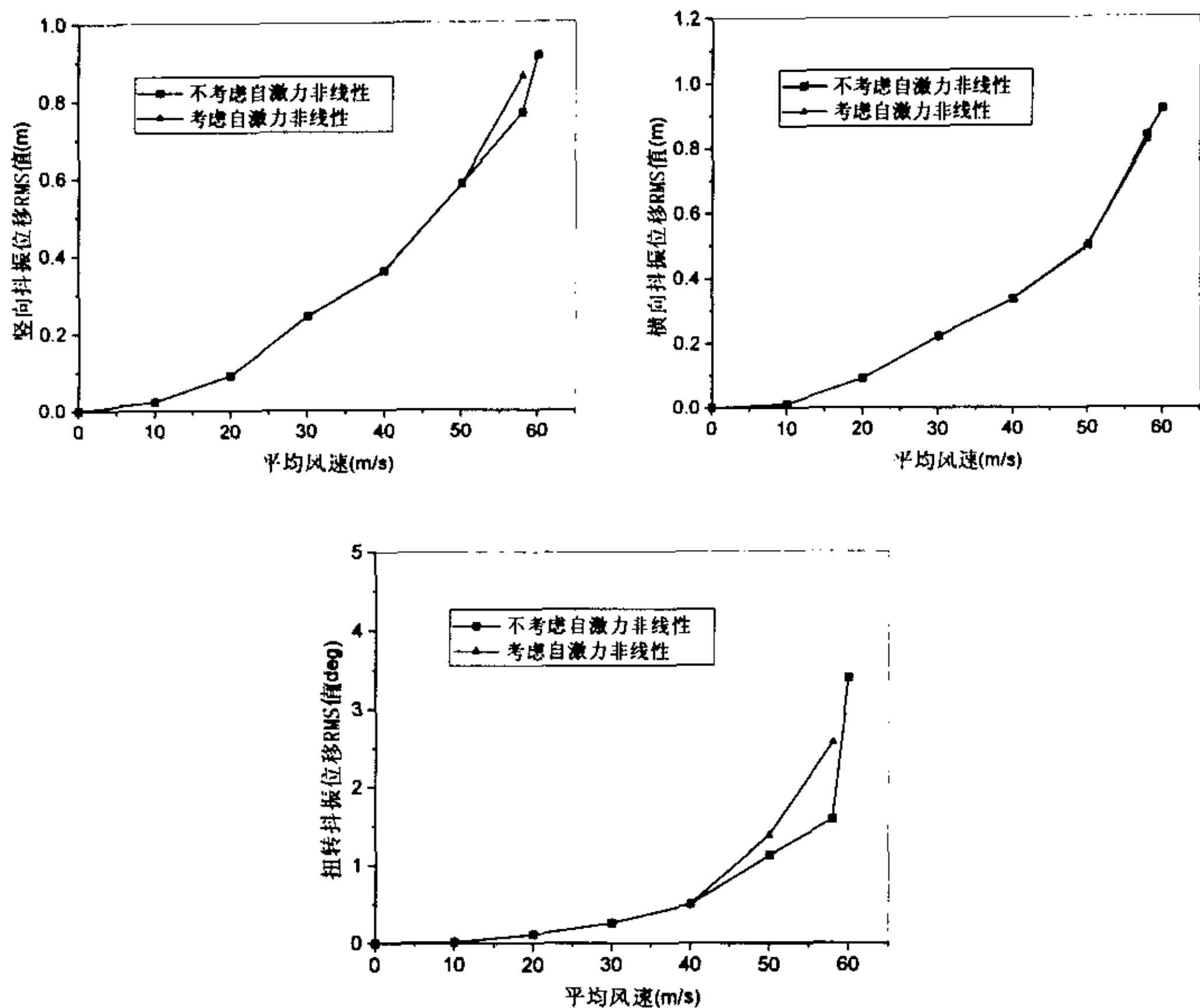


图 6.15 跨中主梁位移抖振响应 RMS 值随风速的变化情况

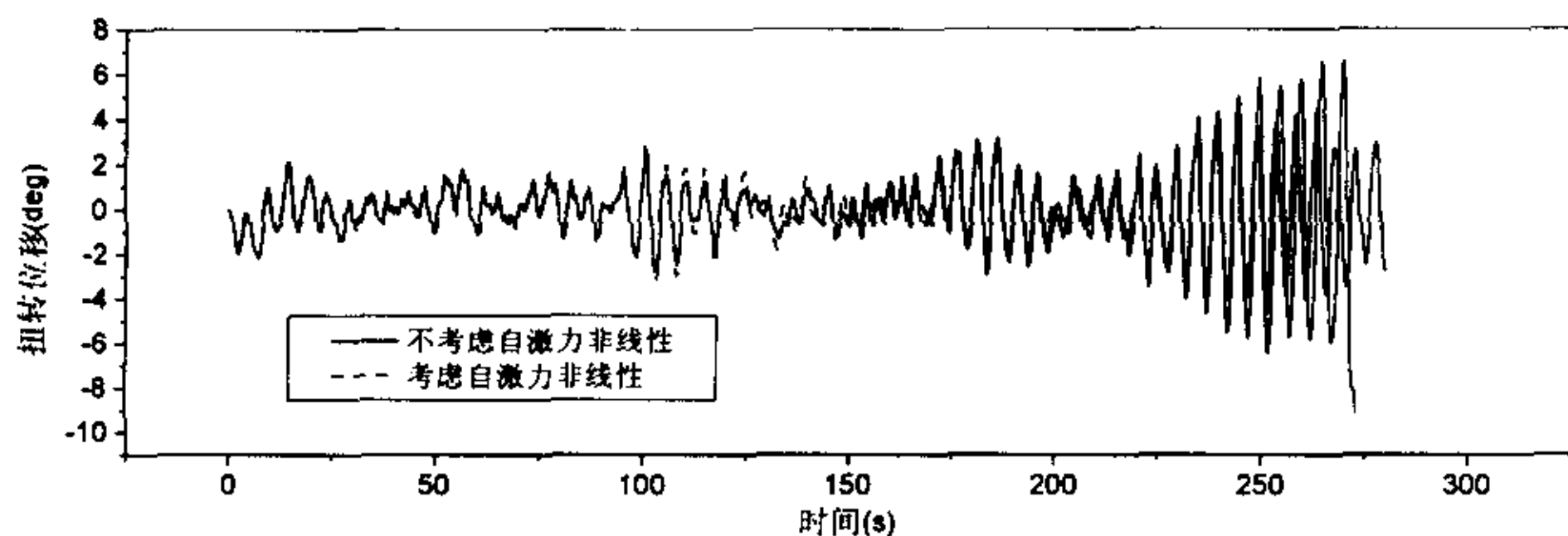


图 6.16 考虑与不考虑自激力非线性时主梁跨中扭转位移抖振响应时程的比较情况

三、抖振力非线性对颤抖振响应的影响

类似于前面的自激力非线性分析，在考虑和不考虑气动抖振力的非线性情况下，用非线性时域分析方法对润扬悬索桥的颤抖振响应进行了研究，计算分析结果如表 6.10 和图 6.17 所示。从图表中结果可以看出，在一般风速下，气动抖振力的非线性对大跨度桥梁的颤抖

振响应影响不大。但当风速接近于颤振临界风速时，考虑抖振力非线性时主梁的竖向和扭转抖振响应将比不考虑情况略小。该抖振力非线性影响的主要原因是，当主梁出现较大的扭转角时，该悬索桥主梁断面的升力和扭转静力三分力系数的导数在正攻角时迅速减小，由此引起的抖振升力和扭矩减小相对于负攻角时的增加更为突出，见图 6.4。可见，抖振力非线性对桥梁颤振响应的影响与主梁断面的静力三分力系数密切相关。

表 6.10 抖振力非线性对桥梁颤振响应的影响

分析结果 风速(m/s)	竖向位移 RMS 值(m)		横向位移 RMS 值(m)		扭转位移 RMS 值(deg)	
	线性	非线性	线性	非线性	线性	非线性
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0	0.0223	0.0223	0.0112	0.0112	0.0179	0.0179
20.0	0.0915	0.0916	0.0915	0.0919	0.1106	0.1112
30.0	0.2438	0.2446	0.2223	0.2249	0.2537	0.2522
40.0	0.3607	0.3598	0.3338	0.3456	0.4938	0.4959
50.0	0.5833	0.5769	0.4972	0.5120	1.1139	1.0463
60.0	0.9130	0.8357	0.9186	0.9126	3.3899	2.3992

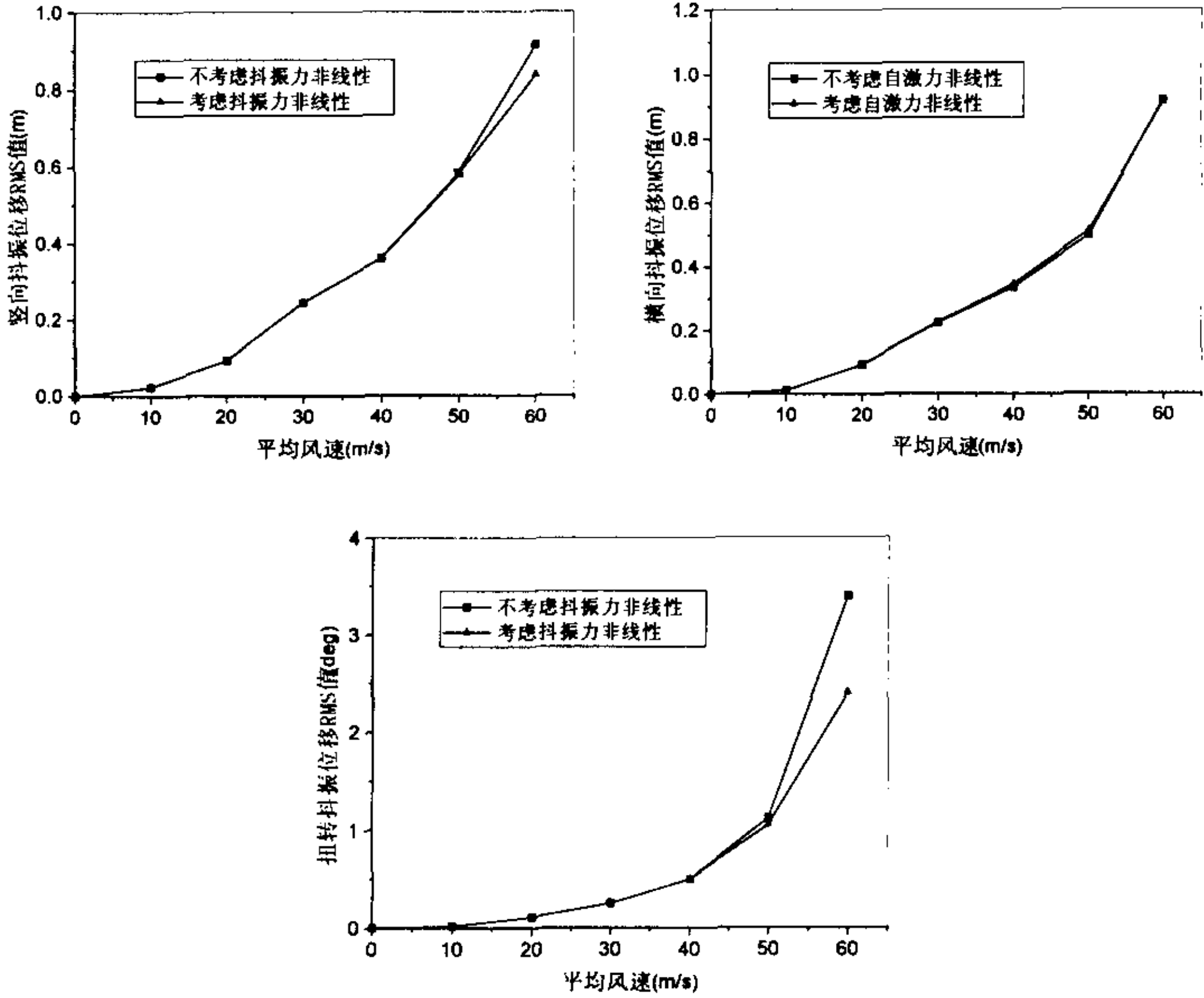


图 6.17 跨中主梁位移抖振响应 RMS 值随风速的变化情况

四、紊流对大跨度桥梁结构安全性的影响

考虑到颤振稳定性仅仅是反映结构安全性能的一个方面,而且,一旦考虑非线性因素则颤振临界状态和颤振风速均已不太明确。因而笔者认为,仅分析紊流对颤振稳定性的影响具有一定的局限性和片面性。这里从桥梁结构安全性的广义角度进行讨论。

基于上述润扬悬索桥颤振和抖振响应的频域、时域分析结果,可以认为,紊流对大跨度桥梁结构的安全性具有不利的影响,其主要理由包括以下几方面:

- 1、由润扬悬索桥颤抖振响应的线性分析结果可知,当风速接近于均匀流的颤振临界风速时,桥梁结构主梁的扭转抖振响应已经相当大,60m/s 风速的主梁跨中扭转角最大值为 $3.5(\text{峰值因子}) \times 3.5214^\circ (\text{RMS 值}) = 12.3^\circ$ 。从结构安全性的角度来说,任何桥梁结构都不可能容许如此大的扭转变形;
- 2、尽管考虑结构几何非线性时,上述线性结果可能显得比较保守。但同时可以注意到,在风速低于颤振临界风速时,部分杆件在振动过程中有时出现退出工作或即将退出工作的现象,这将直接威胁到桥梁结构的安全性;
- 3、当风速接近于颤振临界风速时,考虑自激力非线性时主梁的竖向和扭转抖振响应将比不考虑情况要大。分析还发现,该桥梁在风速为 60m/s 时即多次出现了发散的失稳现象,该风速略低于均匀流场的颤振临界风速(62.07m/s)。

6.4 本章小结

结合润扬长江悬索桥,应用本文前面论述的颤抖振分析方法对大跨度桥梁非线性颤抖振响应问题进行了研究。将桥梁颤抖振响应的频域与时域分析结果进行比较,并分别研究了各种结构和气动非线性因素对颤抖振响应的影响。分析中得到的主要结论如下:

- 1、同时用本文的颤抖振频域与时域方法对润扬桥的颤振和抖振响应进行了分析。比较发现,该桥梁耦合颤振和抖振的频域与时域分析结果基本一致,这也进一步验证了两套分析程序的正确性和可靠性;
- 2、区别于普通悬索桥,润扬悬索桥(含中央扣装置)耦合颤振主要有四阶固有模态参与。随着结构型式的不断变化和跨度的增加,桥梁颤振的多模态耦合情况将更加复杂,因而笔者建议,在大跨度桥梁的颤振分析中直接应用动力特性分析的全部固有模态;
- 3、由于风场模拟的不同,桥梁抖振时域分析结果具有一定的随机性,抖振响应时域分析结果随着样本数量的增多逐渐趋近于频域分析结果。而且,抖振响应时域分析的计算量比频域分析大很多。因此笔者建议,在一般情况下大跨度桥梁抖振响应分析尽量采用频域分析方法;
- 4、静风荷载作用下结构动力特性的变化对桥梁颤振临界风速的作用不大,但非零攻角时附加攻角效应对颤振结果有较大的影响。特别是在自然攻角为正的情况下,附加攻角效应将降低桥梁的颤振临界风速;
- 5、由于在零攻角时静风荷载产生的主梁附加攻角和结构动力特性变化均较小,静风荷

载作用对该悬索桥抖振响应的影响可以忽略；

- 6、振动过程中结构几何非线性对主梁扭转位移抖振响应的影响比较显著，但对主梁竖向和横向位移响应的影响不大。即使在一般风速下，考虑结构非线性时主梁扭转位移抖振响应都明显小于不考虑的情况，这说明线性结果是偏于安全的。
- 7、低风速时气动自激力的非线性对大跨度桥梁的颤抖振响应影响不大。但当风速接近于颤振临界风速时，考虑自激力非线性时主梁的竖向和扭转抖振响应将比不考虑情况要大；
- 8、在一般风速下，气动抖振力的非线性对大跨度桥梁的颤抖振响应影响较小。但当风速接近于颤振临界风速时，抖振力非线性对桥梁颤抖振响应有显著的影响，且它与主梁断面的静力三分力系数密切相关；
- 9、基于润扬悬索桥颤振和抖振响应的频域、时域分析结果，可以认为，紊流对大跨度桥梁结构的安全性具有不利的影响；

第七章 结 语

7.1 理论方法上的进步

本文首先对大跨度桥梁颤振和抖振的频域、时域分析方法进行了回顾和评述。基于现有的颤抖振基本理论,建立和发展了一套精细化的大跨度桥梁耦合颤振和抖振分析体系,较为全面地分析和研究气动耦合、振动模态耦合、结构几何非线性、气动非线性、气动导纳等因素对桥梁颤抖振的影响。长期以来,桥梁断面颤振导数的识别都是大跨度桥梁颤抖振响应分析中的重点和难点问题。鉴于目前桥梁断面颤振导数识别的水平和存在的问题,论文首先对现有颤振导数识别方法进行了改进,为之后的颤抖振分析奠定基础。论文在理论方法研究的进步主要表现在以下几个方面:

一、颤振导数识别

1、改进现有方法,提出了桥梁断面颤振导数耦合自由振动识别的修正最小二乘方法。并通过引入“噪声模态”和进度因子等措施增强识别方法的强健性和稳定性。

2、当试验风速较高时,由于竖弯振动的迅速衰减,该复模态响应在自由振动响应中的参与程度很小,特别是当模型发生颤振之后。这就造成高风速时颤振导数耦合识别精度的下降和试验难度的增大。考虑到高风速试验的主要目的是为了提取与扭转运动相关的颤振导数,提出了高风速时颤振导数识别的一种非耦合方法。应用该方法可以较容易地在高风速时提取我们所关心的与扭转运动相关的颤振导数。

3、涡振的出现将使通常的颤振导数识别结果变得不可靠。本文基于合理假设,结合耦合自由振动识别方法,建议了一种在涡振锁定区识别桥梁断面颤振导数的方法。利用该方法可以有效地克服涡振的影响,在涡振锁定区提取桥梁断面的颤振导数。

二、耦合颤振和抖振频域分析

1、基于结构的固有模态坐标,提出了大跨度桥梁耦合颤振的多模态自动分析方法。该方法直接应用 Scanlan 的线性自激力模型,它同时具有了以下特点: a. 是一种不迭代的单参数搜索方法,简单实用,且具有很强的自动性; b. 不需要预先人为地选定颤振的参与模态,且对结构阻尼矩阵的形式无任何要求; c. 能计算出系统主要模态的频率和阻尼比随折减风速或自然风速而变化的全过程情况; d. 自动地寻找到最低的颤振临界风速,并且给出临界状态下各结构固有模态参与的相对幅值、相位和能量百分比。

2、基于结构的有限元全模型物理坐标,提出了用于大跨度桥梁耦合颤振分析的全阶分析方法。该方法克服了以往直接颤振分析方法的缺陷,是一种单参数搜索方法,比双参数搜索方法具有更强的稳定性和更高的效率。在计算方面,它不包含任何假设,因而数学上是一种严格的颤振分析方法。由于大型稀疏矩阵均为带宽压缩方式存储,并且采用高效的迭代方法进行求解,所以该全阶分析方法具有较高的效率,用它分析实际大跨度桥梁的耦合颤振问题也是适合的。相比而言,颤振多模态自动分析方法更加实用,效率更高;而颤振全阶分析方法则从方法上显得更加严格和精确。

3、发展了用于大跨度桥梁耦合抖振响应分析的有限元CQC方法。在合理假设基础上,

推导了桥梁结构的节点等效气动抖振力公式。该抖振分析方法不仅可以分析桥面上气动力的作用，而且可以考虑桥塔和缆索上的气动力对桥梁结构抖振响应的影响。它能够考虑自然风的任意风谱和空间相关性以及桥梁结构抖振响应的多模态和模态耦合效应，并且计算效率较高。

三、颤抖振时域分析

1、通过对谱分解矩阵引入插值近似，减少谱分解的次数，改进了平稳高斯随机过程模拟的谐波合成方法，从而提高计算效率，并节省内存花费。对比改进的谐波合成法与 AR(p) 线性滤波法可以发现，改进方法不但模拟随机样本的精度明显比高于 AR(p) 线性滤波法，而且具有更快的计算速度，适合于大跨度桥梁三维空间脉动风场的模拟。

2、讨论了桥梁结构上风荷载在时域中的处理问题和在风荷载作用下桥梁结构的非线性颤抖振时程分析问题。在此基础上，可以从时域的角度较为全面地分析和研究大跨度桥梁的颤抖振问题，考虑缆索和桥塔上的脉动风荷载，结构的几何非线性和气动荷载非线性等因素的影响。

7.2 实际应用结论

结合本文建立和发展的大跨度桥梁耦合颤抖振响应分析方法，编制了相应的计算分析程序，并对程序的各项功能进行了全面细致地验证。在此基础上，综合应用本文方法分析了实际大跨度桥梁的耦合颤抖振问题，分析和研究了气动耦合、振动模态耦合、结构几何非线性、气动非线性、气动导纳等因素对桥梁颤抖振的影响。为了对桥梁结构进行颤振稳定性和抖振响应分析，必须先确定桥梁断面的气动参数。因而，论文首先应用所提出的颤振导数识别方法在试验中识别了桥梁断面的颤振导数。

根据本论文的实际工程应用和试验方面的工作，得出了如下的主要结论：

1、结合润扬大桥风洞试验研究项目，笔者设计了用于识别断面颤振导数的润扬悬索桥主梁节段模型，用本文识别方法对该断面的颤振导数进行了识别。

- a. 通过对实测试验数据模态参数识别的验证，表明修正最小二乘方法比总体最小二乘方法和 MITD 方法具有更好的可靠性和强健性；
- b. 该桥梁断面各主要颤振导数识别结果的精度良好。非耦合方法的识别结果与耦合识别方法的结果在趋势性上衔接一致；
- c. 试验表明，配合使用本文的耦合和非耦合识别方法，可以完整地提取所需要的桥梁断面颤振导数结果。

2、对主跨跨度 1385 米的江阴长江大桥和主跨跨度 602 米的杨浦大桥进行了颤振分析。分析中同时采用了多模态和全阶分析方法，验证了本文方法和程序模块的可靠性和有效性。并从实桥算例分析中得到以下几点认识：

- a. 大跨度桥梁耦合颤振的分析结果与全桥模型风洞试验和节段模型试验的颤振结果基本上一致。当考虑较多固有模态的参与时，本文的颤振多模态分析方法与全阶分析方法的计算结果在各算例中均非常接近，这进一步验证了两者从方法上的统一性；

- b. 对于多模态颤振分析, 结构固有模态的参与具有正、负效应, 并且难于定性;
- c. 对于典型的大跨度斜拉桥和悬索桥, 颤振均出现在一阶对称扭转模态, 反对称扭转模态的颤振临界风速偏高;
- d. 主梁的竖弯振动在悬索桥的颤振运动中有较大程度的参与。但对斜拉桥来说, 主梁扭转振动在颤振运动中则占有绝对的优势, 竖弯振动的耦合程度比较小。此外, 对于目前常用的大跨度桥梁断面型式, 主梁横向振动在耦合颤振中的参与都较小。

3、应用本文抖振响应分析的有限元CQC方法, 对江阴长江悬索桥和杨浦斜拉桥的耦合抖振问题进行了分析。从大跨度桥梁的抖振分析中得出以下几点结论:

- a. 在大跨度桥梁(悬索桥和斜拉桥)中, 多模态效应对结构位移和内力抖振响应有显著地影响, 抖振分析中应考虑多个模态的参与;
- b. 由于振动模态的相互耦合, 用本文CQC方法和传统SRSS方法计算的悬索桥竖弯和扭转振动抖振响应有较大的差别。在设计风速下, 传统的SRSS方法较大地低估了主梁的竖向和扭转抖振响应。尽管模态耦合效应对于目前跨度的斜拉桥似乎影响不大, 但随着跨度的增大和断面趋流线化, 这种影响可能会增强。由于上述的有限元CQC方法已经具有较高的效率, 笔者建议不必引入SRSS方法的假设来提高计算效率;
- c. 在颤振发生之前, 气动自激力的作用大大减小了桥梁的抖振位移响应。因而气动自激力的作用必须考虑, 否则计算结果可能是不正确的;
- d. 缆索上的脉动风对悬索桥主梁的横向位移抖振响应有较大的影响, 在以后悬索桥的抖振分析中应给予重视;
- e. 气动导纳对桥梁抖振响应的影响十分显著, 用Sears函数近似考虑桥梁断面的气动导纳时, 大跨度桥梁的抖振响应将有较大程度的降低;
- f. 对江阴桥来说, 在设计风速下考虑纵向和竖向脉动风的交叉风谱时跨中竖向、横向和扭转位移抖振RMS响应分别比不考虑情况的结果大 16.5%、18.7%和 5.2%。尽管该结果不一定具有很强的普遍性, 但至少说明交叉风谱的影响不容忽视。

4、结合润扬长江悬索桥, 综合应用本文的颤抖振分析方法对大跨度桥梁非线性颤抖振响应问题进行了研究。将桥梁颤抖振响应的频域与时域分析结果进行比较, 进一步验证了两套分析程序的正确性和可靠性, 并分别研究了各种结构和气动非线性因素对颤抖振响应的影响。分析研究中得到的主要结论如下:

- a. 区别于普通悬索桥, 润扬悬索桥(含中央扣装置)耦合颤振主要有四阶固有模态参与。随着结构型式的不断变化和跨度的增加, 桥梁颤振的多模态耦合情况将更加复杂, 因而笔者建议, 在大跨度桥梁的颤振分析中直接应用动力特性分析的全部固有模态;
- b. 由于风场模拟的不同, 桥梁抖振时域分析结果具有一定的随机性, 抖振响应时域分析结果随着样本数量的增多逐渐趋近于频域分析结果。而且, 抖振响应时域分析的计算量比频域分析大很多。因此笔者建议, 在一般情况下大跨度桥梁抖振响应分析尽量采用频域分析方法;
- c. 静风荷载作用下结构动力特性的变化对桥梁颤振临界风速的作用不大, 但非零攻

角时附加攻角效应对颤振结果有较大的影响。特别是在自然攻角为正的情况下，附加攻角效应将降低桥梁的颤振临界风速；

- d. 由于在零攻角下静风荷载产生的主梁附加攻角和结构动力特性变化均较小，静风荷载作用对悬索桥抖振响应的影响可以忽略；
- e. 振动过程中结构几何非线性对主梁扭转位移抖振响应的影响比较显著，但对主梁竖向和横向位移响应的影响不大。即使在一般风速下，考虑结构非线性时主梁扭转位移抖振响应都明显小于不考虑的情况，这说明线性结果是偏于安全的；
- f. 低风速时气动自激力的非线性对大跨度桥梁的颤抖振响应影响不大。但当风速接近于颤振临界风速时，考虑自激力非线性时主梁的竖向和扭转抖振响应将比不考虑情况要大；
- g. 在一般风速下，气动抖振力的非线性对大跨度桥梁的颤抖振响应影响较小。但当风速接近于颤振临界风速时，抖振力非线性对桥梁颤抖振响应有显著的影响，且它与主梁断面的静力三分力系数密切相关；
- h. 基于润扬悬索桥颤振和抖振响应的频域、时域分析结果，可以认为，紊流对大跨度桥梁结构的安全性具有不利的影响。

7.3 需要改进之处和对进一步研究的建议

尽管本文在大跨度桥梁耦合颤抖振响应的精细化分析方面作了不少的工作，但还不完善，需要进一步改进和提高。针对本文的不足之处，笔者对今后的进一步研究提出如下几点建议：

1、大力研究桥梁断面气动导纳的机理，寻找适合桥梁断面的足够精确的气动导纳表达式，以减小抖振分析中的误差；

2、对实际大跨度桥梁的抖振响应进行测量，并根据实桥处相应的紊流风谱和空间相关性计算桥梁的抖振响应，与实桥抖振结果进行对比。在此基础上，进一步精细化大跨度桥梁的颤抖振分析理论和方法，提高分析结果的可靠性和实用性；

3、将桥梁耦合抖振响应的分析结果与全桥模型风洞试验抖振结果进行比较。先测定风洞模拟风场的纵向和竖向紊流风谱和空间相关性，然后针对风洞中的全桥模型进行分析，得出全桥模型耦合抖振响应的分析结果，在试验中进行验证；

4、从桥梁节段模型试验中提取更多攻角下桥梁断面的颤振导数，使颤抖振分析中颤振导数的插值更加精确；

5、将大跨度桥梁颤抖振响应的分析结果和三维空间随机风速场的模拟结果用虚拟现实(Virtual Reality)的方式更加清楚地表现出来。

参 考 文 献

- [1]. Agar T. J. A. The analysis of aerodynamic flutter of suspension bridges. Computers & structures, Vol 30(3), 1988, 593-560.
- [2]. Agar T. J. A. Aerodynamic flutter analysis of suspension bridges by a modal technique. Engrg. Struct., 1989, 75-82.
- [3]. Agar T. J. A. Dynamic instability of suspension bridges. Computers & structures, Vol 41(6), 1991, 1321-1328.
- [4]. Attou M. A computer program for the evaluation of dynamic response of structures to wind turbulence. Proc 3rd Asia-Pacific Symp on Wind Engrg, Univ. of Hong Kong, Hong Kong, 1993.
- [5]. Augusti G., et al. On the time-domain analysis of wind response of structures. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.23, 1986.
- [6]. Bathe K. J. & Bolourchi S. Large displacement analysis of three-dimensional beam structures. Int. J. Num. Meth. Eng. 1979(14), 961-986.
- [7]. Beith J. G. A practical engineering method for the flutter analysis of long-span bridges. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 77-78, 1998, 357-366.
- [8]. Bleich F. Dynamic instability of truss-stiffened suspension bridges under wind action. Proc. ASCE 74(7), 1948, 1269-1314.
- [9]. Boonyapinyo V., Miyata T., Yamada H. Analysis of cable-supported bridges under wind load. part I: ultimate strength.
- [10]. Boonyapinyo V., Miyata T., Yamada H. Analysis of cable-supported bridges under wind load, part II: combined flutter and buffeting response in time domain.
- [11]. Boonyapinyo V., Miyata T., Yamada H. Advanced aerodynamic analysis of suspension bridges by stat-space approach. J. Struct. Engrg. ASCE 125(12), 1999, 1357-1365.
- [12]. Borgman L. E. Ocean wave simulation for engineering design. J. Wtrway Hard. Div., ASCE, 95(4), 1969, 557-583.
- [13]. Borri C., Zuhlten W. Fully simulated nonlinear analysis of large structures subjected to turbulent artificial wind. Mech. Struct. & Mach., Vol. 19(2), 1991, 213-250.
- [14]. Bucher C. G., Lin Y. K. Stochastic stability of bridges considering coupled modes. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 114(12), 1988, 2055-2071.
- [15]. Bucher C. G., Lin Y. K. Effect of spanwise correlation of turbulence field on the motion stochastic stability of long-span bridges. J. Of Fluids and Structures, No.2, 1988.
- [16]. Bucher C. G., Lin Y. K. Effect of wind turbulence on motion stability of long-span bridges. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 36, 1990, 1355-1364.
- [17]. Bucher C. G., Lin Y. K. Stochastic stability of bridges considering coupled modes: II. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115(2), 1989, 384-400.
- [18]. Bucher C. G., Wall F. J. Stochastic response of bridges in turbulent wind. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 41-44,

1992, 1347-1358.

- [19]. Cai C. S., Albrecht P., Bosch H. R. Flutter and buffeting analysis. I: finite-element and RPE solution. *J Bridge enrg.* Vol 4(3), 1999, 174-180.
- [20]. Cai C. S., Albrecht P., Bosch H. R. Flutter and buffeting analysis. II: Luling and Deer Isle bridges. *J Bridge enrg.* Vol 4(3), 1999, 181-188.
- [21]. Cao Y. H., Xiang H. F., Zhou Y. Simulation of stochastic wind velocity field on long-span bridges. *J. Enrg Mech ASCE* 126(1), 2000, 1-6.
- [22]. Chen X, Matsumoto M, Kareem A. Aerodynamic coupled effects on flutter and buffeting of bridges. *J Enrg Mech ASCE*, 126(1), 2000, 17-26.
- [23]. Chen X, Matsumoto M, Kareem A. Time domain flutter and buffeting response analysis of bridges. *J Enrg Mech ASCE*, ,126(1) 2000, 7-16.
- [24]. Chen X. Kareem A. et al. Nonlinear aerodynamic analysis of bridge s under turbulent winds: the new frontier bridge aerodynamics. *Advance in structural dynamics*. Vol 1, 2000, 475-482.
- [25]. Chen Z. Q. The three dimension analysis and behaviors investigation on the critical flutter state of bridges. *Int. sysp. on cable-stayed bridges*, 1994, Shanghai.
- [26]. Davenport A G. Buffeting of a suspension bridge by storm winds. *J Struct Enrg Div ASCE*, 1962,88(6): 233-264.
- [27]. Davenport A G. The application of statistical concepts to the wind loading of structures. *Proc ICE*, 1961,19: 449-472.
- [28]. Davenport A. G. The response of slender line-like structures to a gusty wind. *Proc ICE*, Vol.23, 1962.
- [29]. Davenport A. G. The action of wind on suspension bridges. *Proc. Int'l. Symposium on Suspension Bridges*, Lisbon, Portugal. 1966.
- [30]. Davenport A. G. The dependence of wind load upon meteorological parameters. *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures*, University of Toronto Press, Toronto, 1968, 19-82.
- [31]. Davenport A. G., et al. A study of wind action on a suspension bridge during erection and on completion. *Rep. BLWT-3-69*, Boundary Layer Wind Tunnel Lab., Univ. of Western Ontario, London, Canada, May, 1969.
- [32]. Deodatis G. Simulation of ergodic multivariate stochastic processes. *J. Enrg. Mech. ASCE*, 122(8), 1996, 778-787.
- [33]. Dung N. N., Miyata T., Yamada H. et al., Flutter responses in long span bridges with wind induced displacement by the mode tracing method, *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 78&79, 1998, 367-379.
- [34]. Ehsan F., Scanlan R. H. Vortex-induced vibrations of flexible bridges. *J. Enrg Mech.* Vol 116(6), 1990, 1392-1411.
- [35]. Ge Y. J., Tanaka, H. Aerodynamic flutter analysis of cable-supported bridges by multi-mode and full-mode approaches, *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 86 (2000) 123-153.
- [36]. Ge Y. J., Xiang H. F. Tanaka H. Application of a reliability analysis model to bridge flutter under extreme winds. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 86(2000), 155-167.

- [37]. Gerch W., and Yonemoto J. Synthesis of multi-variate random vibration systems: a two-stage least squares ARMA model approach. *J. Sound and vibration*, 52(4), 1977, 553-565.
- [38]. Gu M., Zhang R. X., Xiang H. F. identification of flutter derivatives of bridge decks. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 84 (2000) 151-162.
- [39]. Gupta H., Sakar P. P., Mehta K. C. Identification of vortex-induced-response parameter in time domain. *J. Engrg Mech.* Vol 122(11), 1996, 1031-1037.
- [40]. Hino M. Spectrum of gusty wind. *Proceedings of International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, Sept. 1971.
- [41]. Hsiao K. M., Horng H. J. & Chen Y. R. A corotational procedure that handle large rotations of spatial beam structures. *Comput. Struct.* 1987(27): 769-781
- [42]. Huang Z., Chalabi, Z. S. Bedford U. K. Use of time-series analysis to model and forecast wind speed. *Journal of Wind Engineering And Industrial Aerodynamics.* 56, 1995, pp311-322.
- [43]. Huston D. R. The effects of upstream gusting on the aeroelastic behavior of long suspended-span bridges. PhD dissertation. Dept. Of civ. engeg. , Princeton University, Princeton. N. J.
- [44]. Iazzunni, A., Spinell P. Artificial wind generation and structural response. *J. Struct. Engrg. Div ASCE* 113(12), 1987, 2383-2397.
- [45]. Ibrahim R. S., Mikulcik E. C., A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the Free Response, *The Shock and Vibration Bulletin*, Vol47(4), 196-200.
- [46]. Iwamoto M., Fujino Y. Identification of flutter derivatives of bridges deck from free vibration data. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 54-55 (1995) 55-63.
- [47]. Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Coupled flutter and buffeting analysis of long-span bridges. *J Struct Engrg ASCE*, 1996,122(7): 716-725.
- [48]. Jain A., Jones N. P., Scanlan R. H. Coupled aeroelastic and aerodynamic response analysis of long-span bridges. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 60 (1996) 69-80.
- [49]. Jeffris W. Q., Infield D. G., Manwell J. Limitations and recommendation regarding the shinozuka method for simulating wnd data. *Wind engineering*, 15(3), 1991, 147-154.
- [50]. Jones N P, Jain A, Scanlan R H. Wind cross-spectrum effects on long-span bridges. *Proceedings of Engrg Mech Spec Conf ASCE*, New York, 1992.
- [51]. Jones, N. P., Jain, A. and Scanlan, R. H. Multi-mode aerodynamic analysis of long-span bridges. *Proceeding of Structure Congress*, ASCE, Atlanta, Georgia, April, 1994.
- [52]. Jones N. P., Scanlan R. H., Jain A., Katsuchi H. Advanced (and challenges) in the prediction of long-span bridges response. *Bridge aerodynamics*, Larsen & Esdahl, 1998,59-85.
- [53]. Kaimal J C, et al. Spectral characteristics of surface-layer turbulence. *Quarterly J Royal Meteorological Society*, Bracknell, England 98, 1972, pp563-589.
- [54]. Karpel M. Design for active flutter suppression and gust alleviation using state-space aeroelastic modeling. *AIAA paper*, 80-0766, 1980.
- [55]. Katsuchi H, Jones N P, Scanlan R H. Multimode coupled flutter and buffeting analysis of the Akashi-Kaikyo bridge. *J Struct Engrg ASCE*, 1999,125(1):60-70.

- [56]. Kiviluoma R. Coupled-mode buffeting and flutter analysis of bridges. *Computers & structures*, vol 70(3), 1998, 219-228.
- [57]. Klöppel K., Thied F. Modell ver suche in wind kanal zur bemessng vortücken gegen die gefahr winderregter schwingungen. *Stahlbau*, Vol.20., No.12, 1967.
- [58]. Kovacs I., Svensson H. S. Jordet E., Analytical aerodynamic investigation of cable-stayed Helgeland bridge. *J. Struct. Engrg. ASCE*. Vol 118(1), 1992. 147-168.
- [59]. Larsen A. Prediction of aeroelastic stability of suspension bridges during erection. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 72(1997)265-274.
- [60]. Li Q. C., Lin Y. K. New Stochastic theory for bridge stability in turbulent flow .II. *J. Engrg Mech.* Vol 121(1), 1995, 102-116.
- [61]. Li Y., and Kareem A. ARMA representation of wind field. *J. Wind Engrg. Indust. Aerodyn.* Vol 36, 1990, 415-427.
- [62]. Li Y., Kareem A. Simulation of multivariate random processes: hybrid DFT and digital filtering approach. *J. Engrg Mech.* Vol 119(3), 1993, 1078-1098.
- [63]. Liao H. L., Xi S. Z., A Method for Identification of Aerodynamic Derivatives from Free Vibration Data. 2 EACWE, Genova, Italy, 1997.
- [64]. Liepmann H. W. On the application of statistical concepts to the buffeting problem. *Journal of Aeronautical science*, Vol. 19(12), 1952, 793-800.
- [65]. Lin J. H. A fast CQC algorithm of PSD matrices for random seismic responses. *Computers & structures*, vol 44(3), 1992, 683-687.
- [66]. Lin Y. K. Motion of suspension bridges in turbulent wind. *J. of the Engrg. Mech. Div., ASCE*, Vol. 105(6), 1979.
- [67]. Lin Y. K. Li Q.C., Su T. C. Application of a new wind turbulence model in predicting motion stability of wind-excited long-span bridges. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 49 (1993) 507-516.
- [68]. Lin Y. K., Ariaratnam S. T. Self-excited bridge motion in turbulent wind. Presented at the 3rd U.S. National Conference on Wind Engineering Research. Gainesville, Florida, Feb. 26-Mar. 1, 1978, 367-370
- [69]. Lin Y. K., Ariaratnam S. T. Stability of bridge motion in turbulent wind. *J. Struct. Mech.* Vol 108(1), 1980, 1-15.
- [70]. Lin Y. K., Li Q. C. New Stochastic theory for bridge stability in turbulent flow. *J. Engrg Mech.* Vol 119(1), 1993, 113-128.
- [71]. Lin Y. K., Yang J. N. Multimode bridge response to wind excitation. *J. Engrg Mech.* Vol 109(2), 1983, 586-603.
- [72]. Lumley J. L., Panofsky H. A. *The Structure of Atmospheric Turbulence*. Wiley, New York, N.Y., 1964.
- [73]. Matsumoto M, Chen X, Shiraishi N. Buffeting analysis of long span bridge with aerodynamic coupling. *Proceedings of 13th National Symp on Wind Engrg, Japan Association for Wind Engineering 1994*, pp227-232 (in Japanese).
- [74]. Matsumoto M. et al. Flutter stabilization and heaving-branch flutter. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 83 (1999) 289-299.

- [75]. Miao B. Recursive parameter estimation for ARMA simulations J. Engrg Mech. Vol 120(8), 1994.
- [76]. Mignolet M. P., and Spanos P-T. D. Recursive simulation of stationary multivariate random processes-part I. Journal of Applied Mechanics. ASME, vol 54(9), 1987, 674-680.
- [77]. Mignolet M. P., and Spanos P-T. D. Recursive simulation of stationary multivariate random processes-part II. Journal of Applied Mechanics. ASME, vol 54(9), 1987, 681-687.
- [78]. Mignolet M. P., and Spanos P-T. D. MA to ARMA modeling of wind. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 36 (1990) 429-438.
- [79]. Mignolet M. P., Harish M. V. Comparison of some simulation algorithms on basis of distribution. J. Struct. Mech. Vol 122(2), 1996, 172-176.
- [80]. Mignolet M. P., Spanos P-D. T. ARMA Monte Carlo simulation in probabilistic structural analysis. AIAA Dynamics Specialist Conference, Monterey, CA. Part 2B, 1987, 800-808
- [81]. Minh N N, Miyata T, Yamada H, Sanada Y. Numerical simulation of wind turbulence and buffeting analysis of long-span bridges. J Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1999, 83:301-315.
- [82]. Miyata T. et al. New findings of coupled flutter in full model wind tunnel tests on the Akashi Kaiko Bridge, Proc. Symp. on cable-stayed and suspension bridges, Deauville, France, 1994, 163-170.
- [83]. Miyata T. Tanaka H. Aerodynamics of long-span structures. Wind Effects on Structs, Univ. Of Tokyo Press, 1976.
- [84]. Miyata T., and Yamada, H. et al., On a application of the direct flutter FEM analysis for long-span bridges. Proc. 9th Int. Conf. on Wind Engineering, New Delhi, India, 1995, 1033-1041.
- [85]. Miyata T., Yamada H., Coupled flutter estimate of a suspension bridge, J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 33 (1990) 341-348
- [86]. Miyata T., Yamada H., Coupled flutter estimate of a suspension bridge, Proc. Int. Colloquium on bluff body aerodyn. and its appl., Kyoto (1988) 485-492.
- [87]. Naganuma T., Deodatis G. Shinozuka M. ARMA model for two-dimension processes. J. Engrg Mech. Vol 113(2), 1987, 234-251.
- [88]. Namini A., Albrecht P.. Finite element-based flutter analysis of cable-suspended bridges. J. Struct. Eng. ASCE, 1992, 118(6): 1509-1526.
- [89]. Narayanan G., Krihnamoorthy C. S. An investigation of geometric non-linear formulation for 3-D beam element. Int. J. Non-linear Mechanics. 1990, 25(6): 643-662
- [90]. Niemann H. J., Hoffer R. Nonlinear effects in the buffeting program, a state of the art in wind engineering. Ninth International Conference on Wind Engineering, New delhi, January (IAWE), 1995.
- [91]. Panofsky H A, Dutton J A. Atmospheric turbulence. New York: John Wiley & Sons, 1984.
- [92]. Panofsky H. A., McCormick R. A. The spectrum of vertical velocity near the surface. Coll. Of Mineral Industries, Pennsylvania State University, University Park, P.A. 1959.
- [93]. Paola M. D. Digital simulation of wind field velocity. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 74-76 (1998) 91-109.
- [94]. Pfeil M. S. Batista R. C. Aerodynamic stability analysis of cable-stayed bridges. J. Struct. Eng. ASCE, 1995, 121(12): 1784-1788.
- [95]. Poulsen N. K. et al., Determination of Flutter Derivatives for the Great Belt Bridge, Journal of Wind Engrg.

- and Industrial Aerody., Vol 41, 1992, 153-164.
- [96]. Reed D. A. and Scanlan R. H. Time series analysis of cooling tower wind loading. J. Struct. Engrg. Div ASCE 109(2), 1983, 538-554.
 - [97]. Rice S. O. Mathematic analysis of random noise. Selected papers on noise and stochastic processes, N. Wax. ed., Dover publish Inc., New York, N.Y., 1954, 133-294.
 - [98]. Samaras E. Shinozuka M., and Tsurui A. ARMA representation of random processes. J. Engrg Mech. ASCE, vol 111(3), 1985, 449-461.
 - [99]. Santos et al. Gust response of a long-span bridge by the time-domain approach. Third Asia-Pacific Symposium On Wind Engineering, Dec, 13-15, Hong Kong, 1993. 221-216
 - [100]. Sarker P. P. et al., Identification of Aeroelastic Parameters of Flexible Bridges, EM8, 1994, ASCE, 1718-1741.
 - [101]. Sarker P. P. et al., System identification for estimation of flutter derivatives. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 41-44 (1992) 1243-1254.
 - [102]. Scanlan R H, Gade R H. Motion of suspended bridge spans under gusty wind. J Struct Engrg Div ASCE, 1977,103(9): 1867-1883.
 - [103]. Scanlan R H, Jones N P. Aeroelastic analysis of cable-stayed bridges. J Struct Engrg ASCE, 1990,116(2): 229-297.
 - [104]. Scanlan R H. Problematic in formulation of wind-force model for bridge decks. J Struct Engrg ASCE, 1993,119(7): 1433-1446.
 - [105]. Scanlan R. H.. Role of indicial functions in buffeting analysis of bridges. J. of Struct. Engrg., Vol. 110, No. 7, July., 1984.
 - [106]. Scanlan R. H., Sabzevari A. Suspension bridge flutter revised. presented at the May 1967 ASCE structural engineering conference, held in seattle, WA(preprint 468).
 - [107]. Scanlan R. H. A review of some key developments in the aeroelasticity of long-span bridges. Development of Wind Engineering: State-of-the-art, Davenport.
 - [108]. Scanlan R. H. Amplitude and turbulence effects on bridge flutter derivatives. J. Struct. Eng., 1997, 123(2): 232-236.
 - [109]. Scanlan R. H. and Lin W. Effects of turbulence on bridge flutter derivatives, J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 104(4), 1987, 719-733.
 - [110]. Scanlan R. H. Bridge flutter derivatives at vortex lock-in. J. Struct. Eng., 1998, 124(4): 450-458.
 - [111]. Scanlan R. H. et al. Indicial aerodynamic functions for bridges decks. J. Engrg. Mech. Div. ASCE, 1974, 100(4): 657-672.
 - [112]. Scanlan R. H. et al., Airfoil and Bridges Deck Flutter Derivatives, EM6, 1971, ASCE, 1717-1733.
 - [113]. Scanlan R. H. The action of flexible bridges under wind, I: flutter theory. J. Sound and Vib., 1978, 60(2): 187-199.
 - [114]. Scanlan R. H. The action of flexible bridges under wind, II: buffeting theory. J Sound and Vibration 1978,60(2):201-211.
 - [115]. Scanlan R. H., Sabzevari A. Experimental aerodynamic coefficients in the analytical study of suspension

- bridge flutter. *J. of Mechanical Engineering Science*, Vol. 11, No.3, 1969.
- [116].Sears W. R. Some aspects of non-stationary airfoil theory and its practical application. *Journal of Aeronautical Science*, Vol. 8(3), 1941).
- [117].Shinozuka M. Simulation of multivariate and multidimensional random processes. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 49(1), part 2, 357-367, 1971.
- [118].Shinozuka M. Digital simulation of random processes in engineering mechanics with the aid of FFT technique. *Stochastic problems in mechanics*, S.T. Ariaratnam and H.H.E. Leipholz, eds., University of Waterloo Press, Waterloo, Canada. 1974. 277-286.
- [119].Shinozuka M. and Jan C. M. Digital simulation of random processes and its application. *J. Sound Vibr.*, 25(1), 1972, 111-128.
- [120].Shinozuka M., Deodatis G. Simulation of stochastic processes by spectral representation. *Appl Mech Rev.* Vol 44(4) (1991) 191-203.
- [121].Shinozuka M., Kamata M., and Yan C-B. Simulation of earthquake ground motion as multi-variate stochastic process. Tech. Rep. No. 1989.5. Princeton-Kajima Joint Res., Dept. Of Civ. Engrg. and Operation Res., Princeton University Princeton, N. J. 1989.
- [122].Shinozuka M., Yun C-B., Seya H. Stochastic methods in wind engineering. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 36 (1990) 829-843.
- [123].Simiu E, Scanlan R H. *Wind Effects on Structures* (2nd Ed). New York: John Wiley & Sons 1986.
- [124].Singh L., Jones N. P., Scanlan R. H., et. al. Identification of lateral flutter derivatives of bridge decks. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 60 (1996) 81-89.
- [125].Smith K. E., An Evaluation of a Least--Squares Time--Domain Parameter Identification Method for Free-Response Measurement, *Proc. of 2nd IMAC*, 1984.
- [126].Spanos P. D., Zeldin B. A. Monte Carlo treatment of random fields: a broad perspective. *Appl Mech Rev.* Vol 51(3), 1998, 219-237.
- [127].Spanos P-T. D., and Hansen J. E. Linear prediction theory digital simulation of sea waves. *J. Energy Resources Tech.* Vol. 103, 1981, 243-249.
- [128].Starossek U. Complex notation in flutter analysis. *J Struct Engrg ASCE*, 1998,124(8):975-977
- [129].Sun D. K. Zhi H. Zhang W. S. Lin J. H. Xu Y. L. Highly efficient and accurate buffeting analysis of complex structures. *Communication in numerical methods in engineering* 14. 1998, 559-567.
- [130].Tanaka H. Yamamura N. Tatsumi M. Coupled mode flutter analysis using flutter derivatives. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 41-44 (1992) 1279-1290.
- [131].Theodoreson T. General theory of aerodynamic instability and mechanism of flutter. NACA report No. 496, 1935.
- [132].Thorbeck L T. Hansen S. O. Coupled buffeting response of suspension bridges. *J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn.* 74-76 (1998) 836-847.
- [133].Tsiatas G. Sakar P. P. Motion stability of long-span bridges under gusty winds. *J. Engrg Mech ASCE* 1988;114(2).
- [134].Van der Put Rigidity of structures against aerodynamic forces. IABSE. 1976.

- [135]. Wagner H. Ueber die entstehung des dynamischen auftriebes von tragflugeln. Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 5, Berlin, Germany, 1925, 17-35.
- [136]. Wall F. J., Bucher C. G. Probabilistic description of buffeting response of long-span bridge, I: basic concepts. J. Engrg Mech ASCE 1992;118(12):2405-2420.
- [137]. Wall F. J., Bucher C. G. Probabilistic description of buffeting response of long-span bridge, II: extended analysis. J. Engrg Mech ASCE 1992;118(12):2421-2441.
- [138]. Wilde K. Fujuno Y., Masukawa J. Time domain modeling of bridge deck flutter. Journal of Structural Engineering/Earthquake Engineering, JSCE, Vol. 13, No. 2, July, 1996, 93-104.
- [139]. Wyatt T. A., May H. I. The generation of stochastic load functions to simulate wind loads on structures. International J. Of Earthquake Engineering And Structural Dynamics, 1(3), 1973, pp217-224.
- [140]. Xiang H. F. Buffeting response analysis and control of long-span bridges. Development of Wind Engineering: State-of-the-art, Davenport.
- [141]. Xie J. M., Xiang H. F., State-space method for 3-D flutter analysis of bridge structures, Proc. Asia pacific symp. on wind enrg., India (1985) 269-276.
- [142]. Xu Y. L., Sun D. K., Ko J. M., Lin J. H. Buffeting analysis of long-span bridges: a new algorithm. Computers and Structures 1998;68:303-313.
- [143]. Xu Y. L., Sun D. K., Ko J. M., Lin J. H. Fully coupled buffeting analysis of Tsing Ma suspension bridge. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 85 (2000) 97-117.
- [144]. Yamazaki F. and Shinozuka M. (1988). Digital generation of non-Gaussian stochastic fields. J. Engrg. Mech. ASCE, 114(7), 1183-1197.
- [145]. Yang J. N. Simulation of random envelope processes. J. Sound and Vibration. 25(1), 1972, 73-85.
- [146]. Yang J. N. On the normality and accuracy of simulated random processes. J. Sound and Vibration. 26(3), 1973, 417-428.
- [147]. Yang W. W., Chang T. Y. P., Chang C. C. An efficient wind field simulation technique for bridges. J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 67-68(1997)697-708.
- [148]. 曹映泓. 大跨度桥梁非线性颤振和抖振时程分析, 上海: 同济大学博士论文, 1999.
- [149]. 陈艾荣等. 镇江扬州长江大桥南汊悬索桥抗风性能实验研究(一). 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 2000.
- [150]. 陈伟. 大跨度桥梁抖振反映谱研究. 1993, 同济大学博士学位论文.
- [151]. 陈政清, 曾庆元, 颜全胜. 空间杆系结构大挠度问题内力分析 UL 列式法. 土木工程学报. 1992, 25(2), 34-43.
- [152]. 陈政清. 桥梁颤振临界风速值上下限预测与多模态参与效应, 结构工程研究的新进展及应用, 1993.
- [153]. 陈政清. 桥梁颤振临界状态的三维分析与机理研究. 见: 1994 年斜拉桥国际学术讨论会论文集. 上海: 1994.
- [154]. 程进. 缆索承重桥梁非线性空气静力稳定性研究. 同济大学博士论文, 2000.
- [155]. 程韶红. 大跨度桥梁的三维颤振有限元分析, 同济大学硕士学位论文, 1993.
- [156]. 杜永祚, 刘中冬. 双最小二乘法在结构振动模态参数时域识别中的应用. 冲击与振动, 36, 1990 年第 4 期.

- [157].方明山. 超大跨度缆索承重桥梁非线性空气静力稳定理论研究. 同济大学博士学位论文, 1997.
- [158].傅志方主编. 振动模态分析与参数辨识. 机械工业出版社, 1990.
- [159].郭建明, 陈政清. 大跨度桥梁抖振有限元分析. 桥梁建设, 1999 年第 1 期.
- [160].何宪飞. 三自由度桥梁断面颤振导数识别的实验研究. 同济大学硕士学位论文, 2001.
- [161].洪锦如. 悬索桥的非线性分析. 上海力学, 1995, 16(4), 323-331.
- [162].黄文, 李明瑞, 黄文彬. 杆系结构的几何非线性分析—I 平面问题. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(1): 7-15.
- [163].黄文, 李明瑞, 黄文彬. 杆系结构的几何非线性分析—II 三维问题. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(2): 133-141.
- [164].克拉夫, R. W., 彭津, J. (王光远等译), (1992), 结构动力学, 科学出版社.
- [165].李国豪. 桥梁结构稳定与振动(修订版). 中国铁道出版社, 1996 年.
- [166].李明水. 连续大气湍流中大跨度桥梁的抖振响应, 西南交通大学博士学位论文, 1993.
- [167].林家浩, 李建俊, 郑浩哲. 任意相关多激励随机响应, 应用力学学报, 12(1), 1995 年 3 月.
- [168].林家浩, 钟万勰. 关于虚拟激励法与结构随机响应的注记, 计算力学学报, 15(2), 1998 年 5 月.
- [169].刘春华, 大跨度桥梁抖振响应的非线性时程分析, 同济大学博士学位论文, 1995.
- [170].刘春华, 项海帆, 顾明. 大跨度桥梁抖振响应的空间非线性时程分析法. 同济大学学报, Vol. 24(4), August, 1996.
- [171].刘忠. 大跨径钢—砼复合桥梁的时间、几何、材料、温度非线性空间分析, 同济大学博士论文, 1994.
- [172].潘家英, 程庆国. 大跨度悬索桥有限位移分析. 土木工程学报, 1994, 27(1): 1-10
- [173].潘永仁. 悬索桥的几何非线性静力分析及工程控制. 同济大学博士学位论文, 1996.
- [174].希缪, A., 斯坎伦, R. H. (刘尚培, 项海帆, 谢霁明译). 风对结构的作用. 同济大学出版社, 1992.
- [175].项海帆, 林志兴, 宋锦忠等. 江阴长江公路大桥抗风性能研究. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 1996.
- [176].项海帆, 朱乐东. 考虑约束扭转刚度影响的斜拉桥动力分析模型. 全国桥梁结构学术大会论文集, 武汉, 1992.
- [177].项海帆. 21 世纪世界桥梁工程的展望, 土木工程学报, 33(3), 2000 年 6 月.
- [178].项海帆. 进入二十一世纪的中国大桥工程及抗风研究.
- [179].项海帆. 桥梁工程的宏伟发展前景, 桥梁漫笔, 366-372.
- [180].项海帆等. 公路桥梁抗风设计指南. 人民交通出版社, 1996.
- [181].项海帆等. 杨浦大桥斜拉桥节段模型实验研究(一). 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 1991.
- [182].项海帆等. 杨浦大桥斜拉桥抗风性能实验研究(三). 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 1992.
- [183].小西一郎(日)(张键峰译). 钢桥(第 11 分册), 人民铁道出版社, 1981.
- [184].肖汝诚. 确定大跨径桥梁结构合理设计状态的理论与方法研究. 同济大学博士学位论文, 1996.
- [185].谢霁明, 项海帆. 桥梁三维颤振分析的状态空间法. 同济大学学报, 1985 年第 3 期.
- [186].谢霁明. 桥梁颤振理论与斜拉桥颤振特性研究. 同济大学博士学位论文, 1984.
- [187].谢霁明. 识别非定常气动力模型的初脉冲耦合振动法. 空气动力学学报, 4(3), 1986 年第 9 期.
- [188].俞载道, 曹国放. 随机振动及其应用. 同济大学出版社, 1986.
- [189].张若霄. 桥梁结构气动导数识别的理论和试验研究. 同济大学博士论文, 1998.

- [190].张新军, 大跨度桥梁三维非线性颤振分析, 同济大学博士学位论文, 2000.
- [191].周传荣, 赵淳生编著. 机械振动参数识别及其应用. 科学出版社, 1989.
- [192].周述华. 大跨度悬索桥空间非线性抖振响应仿真分析. 西南交通大学博士学位论文, 1993.
- [193].曹丰产. 桥梁气动弹性问题的数值计算. 同济大学博士学位论文, 1999.
- [194].贝斯 K. J. ADINA/ADINAT 使用手册—自动动态增量非线性分析程序. 机械工业出版社, 1981.
- [195].王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法. 清华大学出版社, 1999 年.

攻读博士学位期间已经发表和录用的论文

1. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 空间杆系结构实用几何非线性分析. 力学季刊, 2001 年第 3 期;
2. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁实用几何非线性分析. 2000 年全国桥梁工程学会年会论文集;
3. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 桥梁断面气动导数识别的修正最小二乘法. 同济大学学报, 2001 年 1 期;
4. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁结构气动耦合直接颤振分析. 中国公路学报, 2001 年 3 期;
5. Q. S. Ding, A. Chen, H. F. Xiang. Coupled flutter analysis of long-span bridges by multimode and full-order approaches. The Fifth Asia-Pacific Conference Wind Engineering, Oct. 2001.
6. Q. S. Ding, A. Chen, H. F. Xiang. A state space method for coupled flutter analysis of long-span bridges, Structure Engineering and Mechanics (已录用).
7. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁多模态耦合颤振的自动分析. 土木工程学报(已录用);
8. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁耦合抖振响应频域分析. 土木工程学报(已录用);
9. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁耦合颤振的全阶分析方法. 振动工程学报(录用为研究简报);
10. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁耦合抖振响应分析 I: 有限元CQC方法. 同济大学学报(已录用);
11. 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁耦合抖振响应分析 II: 江阴长江大桥应用. 同济大学学报(已录用)。