20230523 김난영

(1) O

(2) X ⇒ 행렬의 곱에서는 교환법칙이 성립하지 않음.

(3) O

(4) O

(5) X ⇒ 정칙행렬은 행렬식의 값이 0이 아닌 행렬을 뜻한다.

(6) O

(7) X ⇒ 행렬식에서 임의의 두 행을 교환하면 행렬식의 부호가 반대로 바뀐다.

(8) O

(9) O

[10] (4) $ABC = ACB = BAC$

⇒ 행렬의 곱은 교환법칙이 성립하지 않기 때문에 (4) $ABC=ACB=BAC$는 성립하지 않는다.

[11] (1) 하부삼각행렬

⇒ 주대각선을 기준으로 위쪽이 0이면 하부 삼각행렬인데 A가 위쪽이 전부 0이기에 하부 삼각행렬이다.

[12] (1) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$

⇒ (1) $\det = 3\cdot2 - 1\cdot6 = 0$ → 값이 0이다.

(2) $\det = 3\cdot2 - 1\cdot4 = 2 \neq 0$

(3) $\det = 3\cdot1\cdot3 + 3\cdot2\cdot0 + 1\cdot0\cdot2 - 1\cdot1\cdot0 - 3\cdot0\cdot3 - 3\cdot2\cdot2 = -3 \neq 0$

(4) $\det = 2\cdot3\cdot2 + 1\cdot5\cdot2 + 1\cdot4\cdot1 - 1\cdot3\cdot2 - 2\cdot5\cdot1 - 1\cdot4\cdot2 = 2 \neq 0$

[13] (3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

⇒ 피벗의 위와 아래의 수들이 모두 0이어야하는데 이 조건이 충족하지 않기 때문에 (3)이 기약 행 사다리가 아니다.

[14]

$$AB = \begin{bmatrix} 1\cdot5+2\cdot0 & 1\cdot6+2\cdot(-2) \\ 3\cdot5+4\cdot0 & 3\cdot6+4\cdot(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 15 & 2 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 5\cdot1+6\cdot3 & 5\cdot2+6\cdot4 \\ 0\cdot1+(-2)\cdot3 & 0\cdot2+(-2)\cdot4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 & 34 \\ -6 & -8 \end{bmatrix}$$

→ 이렇게 두 결과가 같지 않으니 $AB \neq BA$

[15]

⇒ $AB = \begin{bmatrix} 1\cdot2+2\cdot(-1) & 1\cdot(-4)+2\cdot2 \\ 0\cdot2+0\cdot(-1) & 0\cdot(-4)+0\cdot2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 이니 $AB=0$이다.

[16]

⇒ 전치행렬은 행렬의 열은 행으로 행은 열로 변환한 행렬을 말하니 전치행렬을 구하면,

(1) $\begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \end{bmatrix}$의 전치행렬 $= \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$의 전치행렬 $= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

[17]

⇒ (1) $\det = 1\cdot3 - 2\cdot4 = 3-8 = -5$

(2) $\det = 4\cdot1\cdot6 + 6\cdot-7\cdot0 + 5\cdot0\cdot0 - 5\cdot1\cdot0 - 4\cdot-7\cdot0 - 6\cdot0\cdot6$

$= 24+0+0-0-0-0 = 24$

(3) $\det = 4\cdot2\cdot-3 + 7\cdot2\cdot1 + -1\cdot3\cdot5 - -1\cdot2\cdot1 - 4\cdot2\cdot5 - 7\cdot3\cdot-3$

$= -24 + 14 - 15 - (-2) - 40 - (-63) = 0$

[18]

⇒ (1)

$[A|I] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

→ 가우스-조던 방법을 사용

1. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ → $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

(2)

$[A|I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

→ 가우스-조던 방법을 사용

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$ → $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

[19]

⇒ 가우스-조던 방법으로 역행렬을 구해보면,

$[A|I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

→ 가우스-조던 방법을 사용

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ → 역행렬 $= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

[20]

⇒ (1) $\det = 2\cdot3\cdot1 + 1\cdot-1\cdot4 + 2\cdot0\cdot1 - 4\cdot3\cdot2 - 1\cdot-1\cdot2 - 1\cdot0\cdot1$

$= 6 - 4 + 0 - 24 - (-2) - 0$

$= -20$

(2) $\det = 3\cdot2\cdot3 + -1\cdot1\cdot-2 + 5\cdot-1\cdot4 - -2\cdot2\cdot5 - 4\cdot1\cdot3 - 3\cdot-1\cdot-1$

$= 18 + 2 - 20 - (-20) - 12 - 3$

$= 5$

(3) $\det = 2\cdot3\cdot1 + 4\cdot0\cdot0 + 3\cdot-1\cdot2 - 0\cdot3\cdot3 - 2\cdot0\cdot2 - 1\cdot-1\cdot4$

$= 6 + 0 - 6 - 0 - 0 - (-4)$

$= 4$

(4) $\det = 1\cdot2\cdot7 + 2\cdot-1\cdot0 + -1\cdot0\cdot2 - 0\cdot2\cdot-1 - 2\cdot-1\cdot1 - 7\cdot0\cdot2$

$= 14 + 0 + 0 - 0 - (-2) - 0$

$= 16$