20230523 김난영

(1) X ⇒ 귀납법과 연역법에 대한 설명이 서로 바뀜

(2) X ⇒ 수학적 귀납법은 명제와 관련된 논리식을 증명하는데 유용한 방법이다.

(3) X ⇒ n의 값이 반드시 0또는 1일 필요는 없다

(4) O

(5) O

(6) X ⇒ 존재 증명법이 아니라 반례 증명법에 대한 설명이다.

(7) O

(8) X ⇒ $p \to q$ 뿐만 아니라 $q \to p$도 증명해야한다

[9]

⇒ $|2^S| = 2^{|S|}$의 형태는 멱집합에서 볼 수 있었다.

예를 들어 $S=\{a,b,c\}$ 일때 $|S|=3$ 이고

$2^S=\{\emptyset,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$이니 $|2^S|=8$이다

즉, $|2^S|=8=2^n=2^{|S|}$이니 멱집합의 크기는 $|2^S|=2^{|S|}$이다.

증명 ⇒ 기초단계 : $S=\emptyset$

- $|S|=0$일때, 멱집합 $2^S=\{\emptyset\}$이며, 멱집합 크기 $=1$
- $|2^S|=1=2^0$

↳ $|2^S|=2^{|S|}$가 $|S|=0$ 일때 성립한다.

귀납가정 : $S=n$의 집합, $|2^S|=2^n$이 T라고 가정

귀납단계: $|S'|=n+1$

→ $|2^{S'}|=|2^S|+|2^S|=2\times|2^S|=2\times2^n=2^{n+1}$

↳ 모든 유한집합 S에 대해 $|2^S|=2^{|S|}$임

[10]

⇒ $2x+4y=21$의 양변을 2로 나누면

$x+2y=\frac{21}{2}$

↳ 여기서 $\frac{21}{2}$은 정수가 아니므로 $x+2y$는 정수가 아니다.

↳ 따라서, $2x+4y=21$일때 $x+2y$는 정수가 아님

[11]

⇒ 대우: $a\neq0$ 이거나 $b\neq0$ 이면 $a^2+b^2\neq0$

- $a\neq0$이거나 $b\neq0$라고 가정
- 1) $a\neq0$

↳ $a^2>0$이다. a^2은 항상 0보다 크니

$a^2+b^2\geq0+0=0$

↳ $a^2+b^2>0$

- 2) $b\neq0$

↳ $b^2>0$이다. b^2은 항상 0보다 크니

$a^2+b^2\geq0+0=0$

↳ $a^2+b^2>0$

↳ $a\neq0$이거나 $b\neq0$일때 $a^2+b^2>0$임을 보였으니, 원래명제 $a^2+b^2=0$ 이면 $a=0$이고 $b=0$이 참

[12]

⇒ 홀수는 $2k+1$의 형태로 표현가능

- $k=0$을 넣으면

$2k+1=2\times0+1=1$

1의 제곱은 $1^2=1$.

↳ 이렇게 홀수 1의 제곱은 1로 홀수이다.

↳ 따라서 홀수의 제곱은 짝수이다라는 명제는 거짓이다.

[13]

⇒ $n=2k+1$, $m=2j+1$

- $n+m=(2k+1)+(2j+1)$

$=2k+2j+2$

$=2(k+j+1)$

↳ $2(k+j+1)$는 2로 나누어 떨어지니 $n+m$은 짝수이다.

[14]

⇒ 기초단계 : $n=1$

$\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{(1+1)(1+2)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

- 오른쪽 : $\frac{1+1}{1+2}=\frac{2}{3}$로 동일하니 기초단계 성립
- 귀납가정 : $n=k$일때 명제가 성립한다 가정
- 귀납단계 : $n=k+1$ 성립 확인

$\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\cdots+\frac{1}{k(k+1)}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}+\frac{1}{(k+2)(k+3)}$

오른쪽: $\frac{k+1}{k+2}+\frac{1}{(k+2)(k+3)}$

- 정리하면

$\frac{k+1}{k+2}+\frac{1}{(k+2)(k+3)}=\frac{(k+1)(k+3)+1}{(k+2)(k+3)}$

$-(k+1)(k+3)+1=k^2+3k+k+3+1=k^2+4k+4=(k+2)^2$

↳ $\frac{(k+2)^2}{(k+2)(k+3)}=\frac{k+2}{k+3}$

↳ 따라서 $n=k+1$일때 명제가 성립한다.

[15]

⇒ 기초단계: $n=1$ $(1)^2=1^3$

$1=1$ → 기초단계 명제 성립

- 귀납가정: $n=k$일때 성립한다 가정
- 귀납 단계 : $n=k+1$

$(1+2+\cdots+k+(k+1))^2$

- $1+2+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2}$

↳ $(1+2+\cdots+k+(k+1))=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$

- $\left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2=\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$
- 오른쪽 : $1^3+2^3+\cdots+k^3+(k+1)^3$

↳ $1^3+2^3+\cdots+k^3=\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2$

↳ $\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2+(k+1)^3$

↳ $\frac{k^2(k+1)^2}{4}+(k+1)^3$

↳ $\frac{k^2(k+1)^2}{4}+\frac{4(k+1)^3}{4}=\frac{k^2(k+1)^2+4(k+1)^3}{4}=\frac{(k+1)^2(k^2+4(k+1))}{4}$

$=\frac{(k+1)^2(k^2+4k+4)}{4}=\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$

↳ 따라서 $(1+2+\cdots+(k+1))^2=1^3+2^3+\cdots+(k+1)^3$

↳ $n=k+1$일때 명제가 성립함