

光伝送工学

第 1 回レポート

濱崎 直紀
(学籍番号 : 28G19096)

令和元年 10 月 25 日

1.1

実数表示で $E_1 = A_1 \cos(kz - \omega t + \theta_1)$ 及び $E_2 = A_2 \cos(kz - \omega t + \theta_2)$ と表される 2 つの光電場について,

- (a) 各光電場の振幅を複素表示で表せ.
- (b) $E_1 + E_2$ の複素振幅を $E = Ae^{i\theta}$ と表記した時の A 及び θ を $A_1, A_2, \theta_1, \theta_2$ で表せ.
- (c) 上記合成波 E の光強度を $A_1, A_2, \theta_1, \theta_2$ で表せ. 但し, 光強度 = |複素振幅|² とする.

解答

- (a) 各光電場の振幅の複素表示を \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 とおくと

$$\begin{aligned}\tilde{A}_1 &= A_1 e^{i\theta_1} \\ \tilde{A}_2 &= A_2 e^{i\theta_2}\end{aligned}$$

- (b) $E_1 = A_1 \cos(kz - \omega t + \theta_1)$, $E_2 = A_2 \cos(kz - \omega t + \theta_2)$ より

$$\begin{aligned}E_1 + E_2 &= A_1 \cos(kz - \omega t + \theta_1) + A_2 \cos(kz - \omega t + \theta_2) \\ &= A_1 \{\cos(kz - \omega t) \cos \theta_1 - \sin(kz - \omega t) \sin \theta_1\} + A_2 \{\cos(kz - \omega t) \cos \theta_2 - \sin(kz - \omega t) \sin \theta_2\} \\ &= (A_1 \cos \theta_1 + A_2 \cos \theta_2) \cos(kz - \omega t) - (A_1 \sin \theta_1 + A_2 \sin \theta_2) \sin(kz - \omega t)\end{aligned}$$

$E_1 + E_2$ の複素数表示を \tilde{E} とすると

$$\tilde{E} = \{A_1 \cos \theta_1 + A_2 \cos \theta_2 + i(A_1 \sin \theta_1 + A_2 \sin \theta_2)\} e^{i(kz - \omega t)}$$

よって

$$\begin{aligned}A &= \{(A_1 \cos \theta_1 + A_2 \cos \theta_2)^2 + (A_1 \sin \theta_1 + A_2 \sin \theta_2)^2\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2)\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)\}^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \theta_1 + A_2 \sin \theta_2}{A_1 \cos \theta_1 + A_2 \cos \theta_2}$$

- (c) 光強度を I とおくと

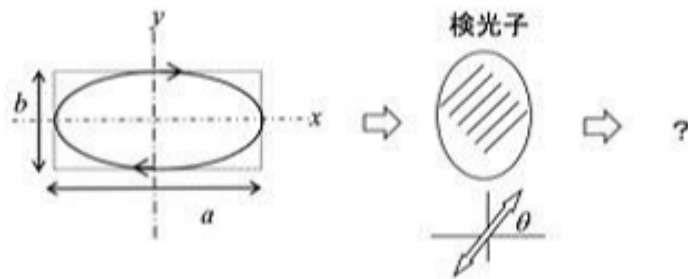
$$I = A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

1.2

進行方向に対し垂直な xy 平面上で, 下左図のように, 長辺と短辺の長さの比が $a : b$ である長方形に接する楕円に沿って時計廻りで振動しながら伝播する強度 I_0 の平面波がある.

- (a) この光の偏波状態を上記パラメータを使った 2 次元ベクトルで表せ.
- (b) 上記の光を x 軸に対して角度 θ の直線振動成分のみを透過させる光素子 (検光子) に通した. 検光子透過後の光振幅を表せ.

- (c) 透過光の強度を表せ.
 (d) 透過光の偏波状態を $\{x, y\}$ 座標系 (2次元ベクトル) で表せ.



解答

- (a) 光強度 = |複素振幅|² より
 x 方向の複素振幅を A_x , y 方向の複素振幅を A_y とすると

$$I_0 = |A_x|^2 + |A_y|^2$$

また

$$A_x : A_y = a : b$$

よって

$$\begin{aligned} I_0 &= |A_x|^2 + \frac{b^2}{a^2} |A_x|^2 \\ &= \frac{a^2 + b^2}{a^2} |A_x|^2 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{a\sqrt{I_0}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ A_y &= \frac{b\sqrt{I_0}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned}$$

右廻り楕円偏波なので, 求める偏波状態は

$$E = \left(\frac{a\sqrt{I_0}}{\sqrt{a^2 + b^2}}, A_y = \frac{b\sqrt{I_0}}{\sqrt{a^2 + b^2}} e^{-\frac{\pi}{2}i} \right)$$

- (b) 光の強度が I_0 より振幅は $\sqrt{I_0}$ なので検光子透過後の光振幅は

$$\sqrt{I_0} \cos \theta$$

- (c) 透過光の強度は

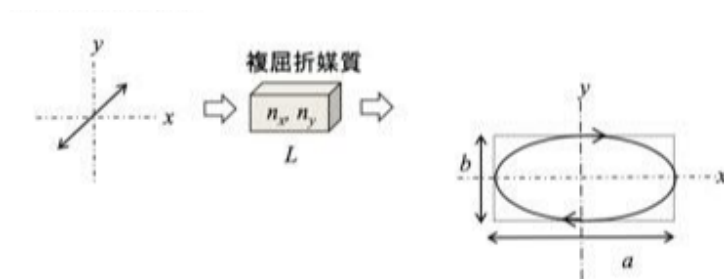
$$I_0 \cos^2 \theta$$

- (d) 透過光の偏波状態は

$$\left(\frac{\sqrt{I_0}}{\sqrt{a^2 + b^2}} a \cos \theta, \frac{\sqrt{I_0}}{\sqrt{a^2 + b^2}} b \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right)$$

1.3

右斜め 45 度の直線偏光波を x/y 方向振動成分に対する屈折率がそれぞれ n_x/n_y である長さ L の複屈折媒質に入射したところ、出射光の偏波状態が、光波長が λ_1 の時には左斜め直線、 λ_2 の時には左廻り円偏波、であった。 λ_1 と λ_2 の関係を上記パラメータを用いて表せ。但し、媒質長は偏波状態が元に戻るほどには長くないものとする。



解答

右斜め 45 度の直線偏光波の偏波状態は $(A_x, A_y)e^{-i\omega t}$ 複屈折媒質透過後の偏波状態は

$$\begin{aligned} & (A_x e^{in_x k_0 L}, A_y e^{in_y k_0 L}) e^{-i\omega t} \\ &= (A_x, A_y e^{i(n_y - n_x)k_0 L}) e^{in_x k_0 L} e^{-i\omega t} \end{aligned}$$

ただし、 $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\lambda = \lambda_1$ のとき左斜め直線になることから

$$\begin{aligned} e^{i(n_y - n_x)k_0 L} &= e^{i\pi} \\ (n_y - n_x)k_0 L &= \pi \\ k_0 &= \pi \frac{L}{n_y - n_x} \\ \frac{2\pi}{\lambda_1} &= \pi \frac{1}{(n_y - n_x)L} \\ \lambda_1 &= 2(n_y - n_x)L \end{aligned}$$

$\lambda = \lambda_2$ のとき左廻り円偏波になるので

$$\begin{aligned} e^{i(n_y - n_x)k_0 L} &= e^{i\frac{\pi}{2}} \\ (n_y - n_x)k_0 L &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

先ほどと同様にして

$$\lambda_2 = 4(n_y - n_x)L$$

よって $\lambda_1 = \frac{1}{2}\lambda_2$