

Spectrum Analyzer

Lavoro Professionale Individuale

Naoki Pross

27 maggio 2018

SAM Bellinzona

1. Introduzione
2. Fourier Transform
3. Fast Fourier Transform radix-2
4. Prodotto realizzato
5. Conclusioni

Introduzione

A cosa servono l'analisi spettrale e la FT?

Alcuni esempi pratici

Elettronica Filtri digitali, analisi di segnali

Informatica Audio editing, Riconoscimento sonoro / vocale

Matematica Risoluzione di equazioni differenziali

Fisica Principio di indeterminazione di Heisenberg



$$\langle x | \hat{p} | \psi \rangle = -i\hbar \frac{d}{dx} \psi(x)$$

$$\langle x | \hat{x} | \psi \rangle = i\hbar \frac{d}{dp} \psi(p)$$

Realizzare un circuito di analisi spettrale

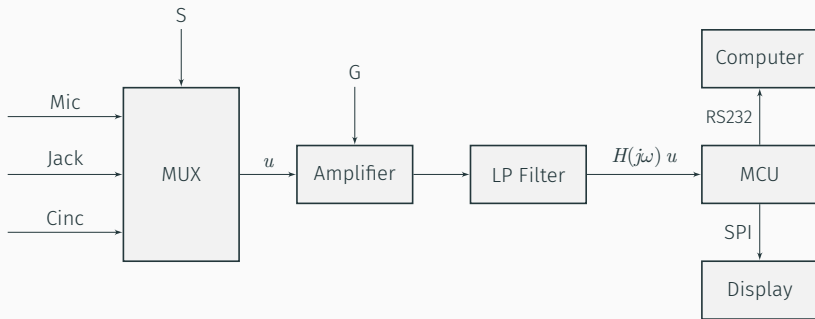
Requisiti

- Analisi dello spettro fino a 10 kHz
- Entrate Jack e RCA
- Visualizzazione
- Utilizzo di un PIC18F45K22

Componenti

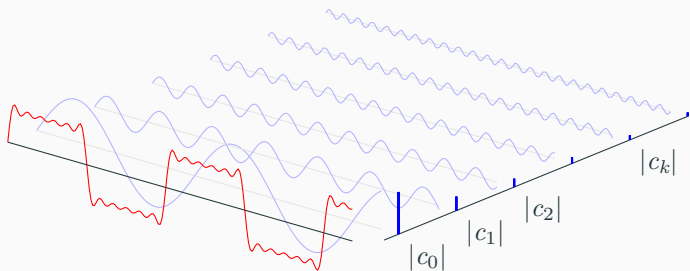
- Circuito di adattamento in entrata
- Design di un PCB
- Software per il uC e per il PC

Schema a blocchi



Fourier Transform

Cos'è la FT?



$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-i\omega x} dx$$

Come funziona la FT?

Fast Fourier Transform _{radix-2}

La FFT appartiene ad una classe di algoritmi chiamata

Divide et Impera

Definizione

1. *Divide* il problema in sottoproblemi
2. *Impera* (conquista) i sottoproblemi
3. *Combina* i risultati dei sottoproblemi

Il problema della DFT

La trasformata di Fourier discreta è

$$\vec{X} = \mathbf{V} \cdot \vec{x}_n$$

In cui

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & (e^{i\omega})^{-1} & (e^{i\omega})^{-2} & \dots & (e^{i\omega})^{-(N-1)} \\ 1 & (e^{i\omega})^{-2} & (e^{i\omega})^{-4} & \dots & (e^{i\omega})^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (e^{i\omega})^{-(N-1)} & (e^{i\omega})^{-2(N-1)} & \dots & (e^{i\omega})^{-(N-1)^2} \end{pmatrix}$$

Complessità temporale (analisi asintotica)

Definizione

In informatica, la complessità temporale di un algoritmo quantifica la quantità di tempo impiegata da un algoritmo a essere eseguito.

Descrivendo il prodotto nelle componenti

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-i2\pi kn/N} \quad 0 \leq k < N$$

Osserviamo che la complessità temporale è $\mathcal{O}(N^2)$.

1. Divide

Danielson-Lanczos Lemma

$$X_k = E_k + W^k \cdot O_k$$

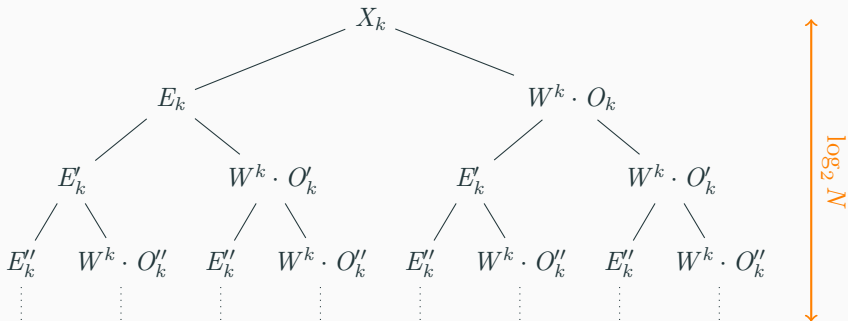
E_k Termini pari

O_k Termini dispari

W^k Twiddle factor $e^{-i2\pi k/N}$

Recursione

E_k e O_k sono delle serie di campioni come X_k dunque

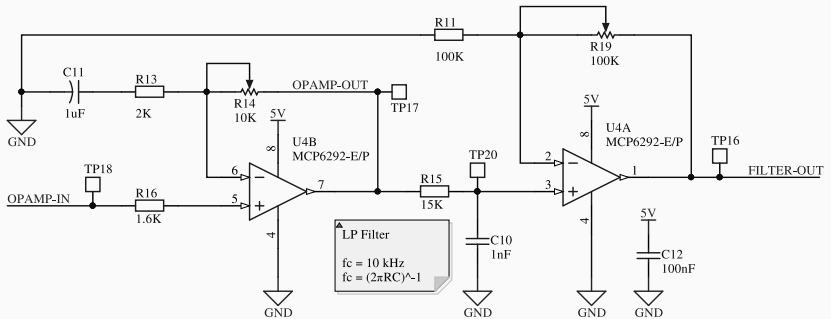


2. Impera

3. Combina

Prodotto realizzato

Signal Adapter



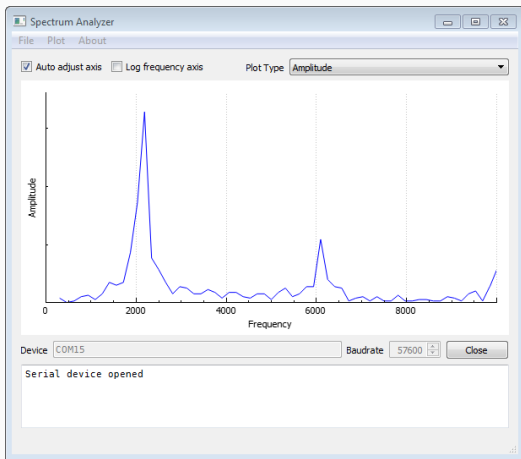
L'implementazione utilizzata si chiama

Fixed-Point In-Place FFT

Fixed-Point Il numero di bit per la mantissa e per l'esponente del valore floating point sono costanti

In-Place I risultati sovrascrivono i dati di partenza

FFT Fast Fourier Transform



Demo!

Conclusioni

Raggiungi

- Analisi spettrale fino a 10 kHz
- Visualizzazione al PC[†]
- Esportare immagini / dati

Incompleti

- [†] Visualizzazione delle curve $\Re(z)$ e $\Im(z)$ in un solo grafico
- Visualizzazione mediante la matrice LED

-