

天文学特選 F レポート

宇宙地球物理学科 天文学コース
B9SB2107 松本尚輝

2022 年 2 月 11 日

1 宇宙モデル

1.1 スケール因子

密度パラメータが

(a) $\Omega_{m,0} = 0.3, \Omega_{\Lambda,0} = 0.7$

(b) $\Omega_{m,0} = 0.3, \Omega_{\Lambda,0} = 0.0$

(c) $\Omega_{m,0} = 1.0, \Omega_{\Lambda,0} = 0.0$

である場合の宇宙モデルについて、スケール因子 $a(t)$ と時間 t の関係式を導き、それを図にプロットする（プロットの際は比較のため、現在時間を $t = 0$ ととる）。また、光度距離 d_L 及び角径距離 d_A を赤方偏移 z の関数としてプロットする。

1.2 Ia 型超新星と加速膨張

Ia 型超新星爆発は Chandrasekhar Limit と呼ばれる限界質量に白色矮星の質量が達した時に起きる超新星爆発である。この時の質量は一定と考えられるため、超新星の光度も等しくなると考えられることにより、見かけの光度を測れば距離を測ることができる。この観測を大量に行うことで光度距離と z の関係を比較すると、 $\Omega_{m,0} = 0.3, \Omega_{\Lambda,0} = 0.7$ の時の光度距離が観測をよく説明するため、宇宙は加速膨張しているものと考えられている。

2 宇宙再電離

2.1 銀河間ガス

現在の銀河間ガスが電離していることは、遠方クエーサーなどの放射スペクトルから説明される。これらの放射は観測者の視線方向のガスに吸収されて観測される。例えば、dumped Ly α は原始銀河の円盤による吸収を受けた際に現れる減衰ウィングである。中性水素はライマン α 線を自由束縛遷移で吸収するので、銀河間ガスが中性であれば図 1 のように地球上 ($z = 0$) で観測されるスペクトルに 121.6 nm より長波長側で連続的な吸収を受けるはずである。

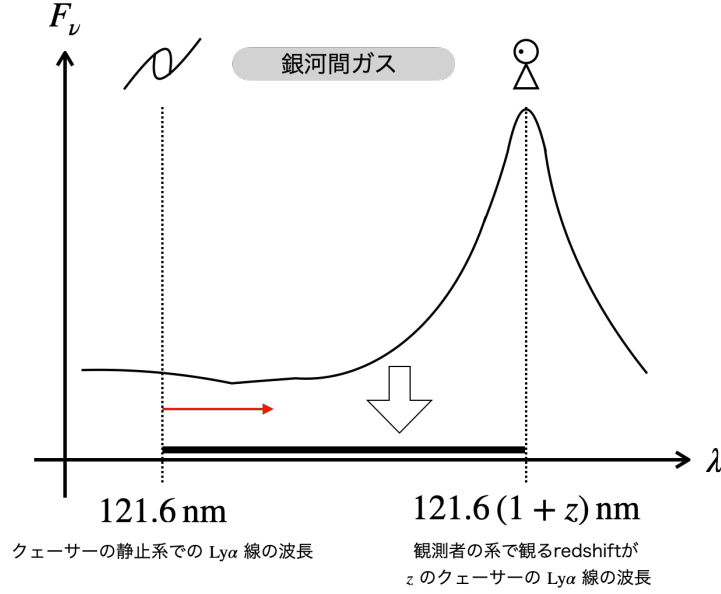


図 1 Ly α 線の銀河間ガスによる吸収

$z < 6$ のクエーサーに対してはそのような連続吸収が存在しない一方で、 $z > 6$ ではこのような連続的な吸収スペクトルが見られるクエーサーが確認されている。このため $z \sim 6$ で銀河間ガスが電離する、**宇宙再電離**が起きたと考えられている。

2.2 トムソン散乱の光学的厚み

再結合後、それまで中性だった銀河間ガスが、ある赤方偏移 z_{reion} で突然再電離したとして、銀河間ガスの数密度が $n = n_0(1+z)^3$ としたときに、再電離によるトムソン散乱の光学的厚みが

$$\tau_e = \frac{2c\sigma_T n_0}{3\Omega_{m,0}H_0} \left([\Omega_{m,0}(1+z_{\text{reion}})^3 + \Omega_{\Lambda,0}]^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \quad (1)$$

と与えられることを示す。ただし、 $\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$ の宇宙モデルを考え、 σ_T はトムソン散乱断面積である。

2.3 CMB の偏光観測

CMB の偏光観測から $\tau_e = 0.06$ 程度と想定されているが、この時の z_{reion} がどのような値となるか考える。

3 密度ゆらぎの分散

密度ゆらぎの 2 乗 $\sigma^2(M)$ が

$$\sigma^2(M) = \left\langle \left(\frac{\delta M}{M} \right)^2 \right\rangle = \int_0^{R^{-1}} \Delta^2(k) d \ln k \quad (2)$$

となることを示す。ただし、

$$\Delta^2(k) = \frac{k^3}{2\pi^2} P(k) \quad (3)$$

で、 $P(k)$ は密度ゆらぎのパワースペクトルである。

4 密度ゆらぎの進化

物質優勢期の密度ゆらぎの進化について考える。

4.1 共動座標系への変換

自己重力流体の基礎方程式は

$$(\text{連続の式}) : \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4)$$

$$(\text{Euler 方程式}) : \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla \phi \quad (5)$$

$$(\text{Poisson 方程式}) : \nabla^2 \phi = 4\pi G \rho \quad (6)$$

のように与えられる。

これを物理座標 (t, \mathbf{r}) から共動座標 (t', \mathbf{x}) に変換する。ただし、

$$\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x} \quad (7)$$

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = \dot{a}\mathbf{x} + a\dot{\mathbf{x}} = a(H\mathbf{x} + \mathbf{u}) \quad (8)$$

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a}, \quad \mathbf{u} \equiv \dot{\mathbf{x}} \quad (9)$$

であり、実効的な重力ポテンシャル Φ を

$$\Phi \equiv \left(\phi + \frac{1}{2} a \ddot{a} x^2 \right) \quad (10)$$

とし、物質優勢期におけるフリードマン方程式

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \bar{\rho}, \quad (\rho = \bar{\rho}(1 + \delta)) \quad (11)$$

を用いる。

まず、座標変換に対して微分演算子がどのように変換されるかを確かめる。任意のスカラー量 Q に対して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} &= \frac{\partial Q}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial t} \Big|_{\mathbf{r}} + \frac{\partial Q}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{r}} \\ &= \frac{\partial Q}{\partial t'} - H \mathbf{x} \cdot \frac{\partial Q}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (12)$$

となることから、

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t'} - H \mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \quad (13)$$

ただし $t' = t$ と

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{r}}{a} \right) = \frac{da}{dt} \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{\mathbf{r}}{a} \right)$$

$$= \dot{a} \left(-\frac{\mathbf{r}}{a^2} \right) = -H\mathbf{x}$$

を使った。

同様に

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{r}} Q &= \frac{\partial Q}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial Q}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}} + \frac{\partial Q}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}} \\ &= \frac{1}{a} \frac{\partial Q}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (14)$$

となるので、

$$\nabla_{\mathbf{r}} \rightarrow \frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} \quad (15)$$

途中で

$$\begin{aligned} \frac{\partial t'}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}} &= \frac{\partial t}{\partial \mathbf{r}} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{\mathbf{r}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left(\frac{\mathbf{r}}{a} \right) = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

を用いた。

いま導出した式を使って式 (4)、(5)、(6) を変換する。

4.1.1 連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t'} - (H\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) \rho \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\rho \mathbf{v}) &\rightarrow \frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\rho a H\mathbf{x} + \rho a \mathbf{u}) \\ &= 3H\rho + (H\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) \rho + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\rho \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (17)$$

よって、

$$(\text{連続の式}) : \frac{\partial \rho}{\partial t} + 3H\rho + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (18)$$

4.1.2 Euler 方程式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t'} (a(H\mathbf{x} + \mathbf{u})) - (H\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) \{a(H\mathbf{x} + \mathbf{u})\} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) \mathbf{v} &\rightarrow \{(H\mathbf{x} + \mathbf{u}) \cdot \nabla_{\mathbf{x}}\} (a(H\mathbf{x} + \mathbf{u})) \\ &= (H\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) \{a(H\mathbf{x} + \mathbf{u})\} + (\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) (aH\mathbf{x}) + (\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) a\mathbf{u} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\nabla_{\mathbf{r}} \phi \rightarrow \frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} \left(\Phi - \frac{1}{2} a \ddot{a} x^2 \right) \quad (21)$$

まとめると、

$$\frac{\partial}{\partial t'} (a(H\mathbf{x} + \mathbf{u})) + (\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) (aH\mathbf{x}) + (\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) (a\mathbf{u}) = -\frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} \left(\Phi - \frac{1}{2} a \ddot{a} x^2 \right)$$

$H = \dot{a}/a$ 、 $\partial \mathbf{x} / \partial t' = 0$ を用いて、

$$\begin{aligned}
 (\text{左辺}) &: \left(\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{a}}\mathbf{u} + a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t'} \right) + \dot{\mathbf{a}}(\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) \mathbf{x} + a(\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) \mathbf{u} \\
 &= \ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{a}}\mathbf{u} + a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t'} + \dot{\mathbf{a}}\mathbf{u} + a(\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}) \mathbf{u} \\
 (\text{右辺}) &: -\frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} \Phi + \frac{1}{2} \ddot{a} \nabla_{\mathbf{x}} x^2 \\
 &= -\frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} \Phi + \ddot{\mathbf{x}}
 \end{aligned}$$

4.2 ゆらぎの進化方程式

密度ゆらぎの進化方程式

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta}{\partial t} - 4\pi G \bar{\rho} \delta = 0 \quad (22)$$

を導出する。

4.3 Harrison-Zel'dovich spectrum

宇宙の極初期に存在した原始密度揺らぎが Harrison-Zel'dovich スペクトル $P(k) \propto k$ で与えられるとき、等密度時以後の揺らぎスペクトルがどのようなようになるかを考える。

5 初代星・初代銀河と巨大ブラックホール

5.1 初代星と初代銀河の形成

宇宙の構造形成は CDM とバリオンの揺らぎが、局所的に重力で集まることで始まる。 $z \sim 3400$ で物質優勢期に入ると輻射の量が減るために、宇宙に光る構造がなくなって暗黒時代となる。しかし、物質の揺らぎは成長を続けていて、揺らぎが十分大きくなると初代星形成が始まる。

5.2 巨大ブラックホールの形成

参考文献