2025/3/10
第２９回　NEXT（数値トカマク）研究会
おうばくプラザ

# スラブイオン温度勾配駆動乱流における エントロピーバランス

京都大学工学部 物理工学科 エネルギー応用工学コース
第2区分プラズマ・核融合基礎学研究室（石澤研）
4年 二木裕也

- 研究背景・目的
- 研究手法
- 結果・考察
- まとめ

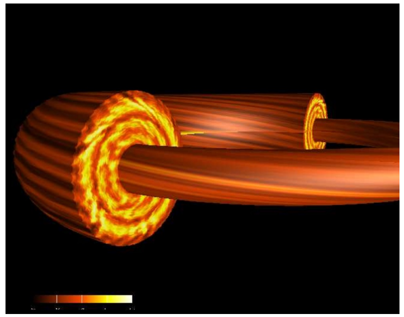
# 研究背景・目的



## 乱流輸送

プラズマの乱流によって, 粒子, 運動量, エネルギーが拡散される現象.
核融合炉での磁場閉じ込め性能を低下させることが知られている.

黄色の縞状の流れがゾーナル流



*1

## ゾーナル流

乱流において自己形成される剪断流. 乱流を安定化させることが知られている.

## 乱流の発達と抑制の過程（一例）

温度勾配 → 乱流の発達 → ゾーナル流の発達 → 乱流の抑制

**イオン温度勾配（Ion Temperature Gradient; ITG）不安定性**

*1 A. ISHIZAWA et al. ”Electromagnetic gyrokinetic simulation of turbulence in tours plasmas” (2015)

# 研究背景・目的



**目的**

先行研究ではトロイダル配位（ドーナツ型の配位）における流れ構造の解析が行われている.
本研究では, 異なる配位として代表的な, スラブ配位（磁場が$z$成分のみをもつ配位）を対象とし,
イオン温度勾配をもつケースについて以下の解析を行う.

・流れ構造形成の要因の特定
・それらが作用するモード数の特定
・磁気シアの変化に対する系の変化の解析

# 研究手法

## 揺動エントロピー

分布関数 $f(t,x,y,v_\parallel)$を**平衡部** $f_0(x,v_\parallel)$と**揺動部** $\delta f(t,x,y,v_\parallel)$ に分け，
揺動エントロピー（密度）を以下のように定義する．

$$f_s\left(t,x,y,v_\parallel\right) = f_{s0}(x,v_\parallel) + \delta f_s(t,x,y,v_\parallel)$$

$$\delta s \equiv \frac{(\delta f)^2}{2f_0}$$

$$\delta s = 0 \iff \delta f_s(t,x,y,v_\parallel) = 0 \iff f_s\left(t,x,y,v_\parallel\right) = f_{s0}(x,v_\parallel)$$

であるから，$\delta s$ は**系の平衡状態からのキョリを表す**

$f_{s0}$はマクスウェル分布に従うと仮定

$$f_{s0} = \frac{n(x)}{\sqrt{2\pi T(x)}}\exp\left(-\frac{{v_\parallel}^2}{2T(x)}\right)$$

よって，熱力学的エントロピー・統計力学的エントロピーと同様，

エントロピー変化 $\dfrac{d(\delta s)}{dt}$ を調べることで**平衡状態（マクスウェル分布）からのずれを評価できる**．

# 研究手法

## エントロピーバランス式

**Vlasov方程式** $$\frac{\partial f_i}{\partial t} - \frac{\partial \langle \phi \rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{\partial \langle \phi \rangle_\alpha}{\partial x}\frac{\partial f_i}{\partial y} + \frac{x}{L_s} v_\parallel \frac{\partial f_i}{\partial y} - \frac{x}{L_s}\frac{\partial \langle \phi \rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_i}{\partial v_\parallel} = 0$$

$$\times \frac{\delta f_i}{f_{i0}}$$

$$\frac{\boldsymbol{\partial(\delta s)}}{\boldsymbol{\partial t}} = \underbrace{\left\{\frac{\delta f_{i0}}{f_{i0}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta f_{i0}}{f_{i0}}\right)^2\right\}\frac{\partial \langle \phi \rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\boldsymbol{\partial f_{i0}}}{\boldsymbol{\partial x}}}_{\equiv F_1} + \underbrace{\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \langle \phi \rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\delta f_{i0}{}^2}{f_{i0}}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \langle \phi \rangle_\alpha}{\partial x}\frac{\delta f_{i0}{}^2}{f_{i0}}\right)\right\}}_{\equiv F_2} \underbrace{- \frac{\delta f_{i0}}{f_{i0}}\frac{x}{L_s}\left(v_\parallel \frac{\partial \delta f_i}{\partial y} - \frac{\partial \langle \phi \rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_i}{\partial v_\parallel}\right)}_{\equiv F_3}$$

$\boldsymbol{F_1}$ $f_{i0} = \dfrac{n(x)}{\sqrt{2\pi T(x)}}\exp\left(-\dfrac{v_\parallel{}^2}{2T(x)}\right)$ を仮定すると, $\dfrac{\partial f_{i0}}{\partial x} \propto \dfrac{\partial T(x)}{\partial x}$ → **温度勾配**の影響を示す

$\boldsymbol{F_2}$ **周期条件下の積分**時には無視できる

$\boldsymbol{F_3}$ **磁気シア$\boldsymbol{L_s}$**に関する項

# 研究手法



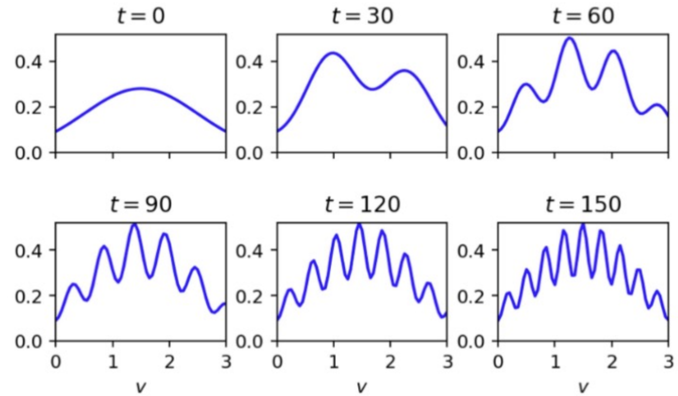
**衝突項**

$v$は時間の経過とともに右図のようなギザギザした構造を持つ

→　正確な追跡には**解像度の高い**シミュレーションが必要

**衝突項**を導入することで分布関数を滑らかにする必要がある

$$C \equiv \beta\left\{\frac{\partial\left(v_{\parallel}\delta f_i\right)}{\partial v_{\parallel}} + \frac{\partial^2 \delta f_i}{\partial {v_{\parallel}}^2}\right\}$$ （第１項：摩擦項　第２項：拡散項）




**Vlasov方程式** $$\frac{\partial f_i}{\partial t} - \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial x}\frac{\partial f_i}{\partial y} + \frac{x}{L_s}v_{\parallel}\frac{\partial f_i}{\partial y} - \frac{x}{L_s}\frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_i}{\partial v_{\parallel}} = \boldsymbol{C}$$

**エントロピーバランス式** $$\frac{\partial(\delta s)}{\partial t} = F_1 + F_2 + F_3 + \boldsymbol{D} \qquad \left(D \equiv \frac{\delta f_i}{f_{i0}} C\right)$$

粒子間の衝突を考慮して
分布関数をマクスウェル分布に
引き戻す働きをする

*2 武藤幹弥 修士論文 『非平衡解放系プラズマ乱流におけるエントロピーダイナミクスに関する研究』 修士論文 (2020)

# 研究手法



**磁気シア**

本研究で使用するスラブ配位磁場（規格化）

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x/L_s \\ 1 \end{pmatrix}$$

磁気シア長 $L_s$ を変化させると、剪断方向の磁場成分 $B_y$ が変化する

↓

**$L_s$ を変化させると系の構造は大きく変化する**

# 研究手法

## シミュレーション

① GKNETを用いて

分布揺動 $\delta f$
静電ポテンシャル $\langle\phi\rangle_\alpha$

を時間発展させる.

**Gyrokinetic Vlasov equation**

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} - \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial x}\frac{\partial f_i}{\partial y} + \frac{x}{L_s}v_\parallel\frac{\partial f_i}{\partial y} - \frac{x}{L_s}\frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_i}{\partial v_\parallel} = 0$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} - \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_e}{\partial x} + \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial x}\frac{\partial f_e}{\partial y} + \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\frac{x}{L_s}v_\parallel\frac{\partial f_e}{\partial y} + \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\frac{x}{L_s}\frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_e}{\partial v_\parallel} = 0$$

$$\frac{\partial f_f}{\partial t} - \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_f}{\partial x} + \frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial x}\frac{\partial f_f}{\partial y} + \sqrt{\frac{T_{f0}}{T_{i0}}}\frac{x}{L_s}v_\parallel\frac{\partial f_f}{\partial y} - \sqrt{\frac{T_{f0}}{T_{i0}}}\frac{x}{L_s}\frac{\partial\langle\phi\rangle_\alpha}{\partial y}\frac{\partial f_f}{\partial v_\parallel} = 0$$

**Simulation parameters**

L_Ti= 40
$\frac{m_i}{m_e} = 100$
L_t= 40000
N_t= 40000

$L_x = 20$
$L_y = 20\pi$
$L_v = 10$
$N_x = 128$
$N_y = 128$
$N_v = 128$

**Normalized gyrokinetic quasi-neutrality condition**

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta\hat{f}_i dv_\parallel \exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2}\right) - [1-\Gamma_0(k_\perp^2)]\hat{\phi}(k_x,k_y) + \int_{-\infty}^{\infty}\delta\hat{f}_f dv_\parallel \exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2}\cdot\frac{T_{f0}}{T_{i0}}\right) - \left[1-\Gamma_0\left(k_\perp^2\frac{T_{f0}}{T_{i0}}\right)\right]\hat{\phi}(k_x,k_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\delta\hat{f}_e(k_x,k_y,v_\parallel)dv_\parallel$$

$$\langle\phi\rangle_i = \sum_{k_x,k_y}\hat{\phi}(k_x,k_y)\exp(i\boldsymbol{k}_\perp\cdot\boldsymbol{x})\exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2}\right),\ \langle\phi\rangle_e = \sum_{k_x,k_y}\hat{\phi}(k_x,k_y)\exp(i\boldsymbol{k}_\perp\cdot\boldsymbol{x}),\ \langle\phi\rangle_f = \sum_{k_x,k_y}\hat{\phi}(k_x,k_y)\exp(i\boldsymbol{k}_\perp\cdot\boldsymbol{x})\exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2}\cdot\frac{T_{f0}}{T_{i0}}\right)$$

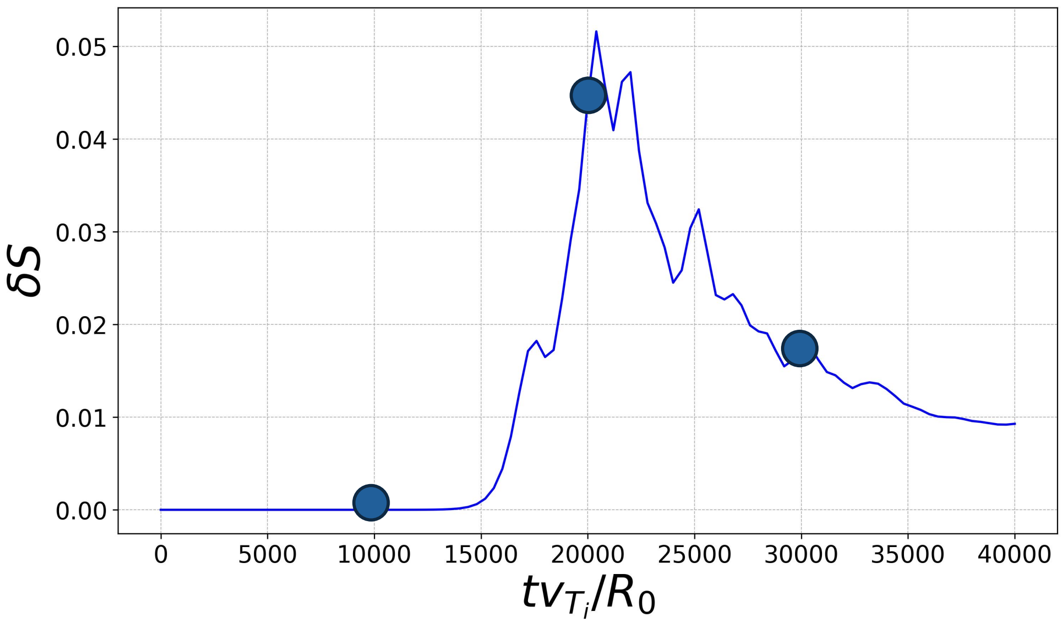
② ①で求めた値を用いて、**揺動エントロピー $\boldsymbol{\delta s}$** に関する量を解析する.

$$\frac{\partial(\boldsymbol{\delta s})}{\partial \boldsymbol{t}} = F_1 + F_2 + F_3 + D$$

# 結果

## $\delta S$ の時間発展

$$\delta S \equiv \iiint \delta s \, dxdydv_{\parallel} = \iiint \frac{(\delta f)^2}{2f_0} dxdydv_{\parallel}$$




系の構造変化は大きく
３つのフェイズに分かれた

左図の３点について、各量の変化を調べた

①初期状態
②流れ構造の成長後
③飽和過程

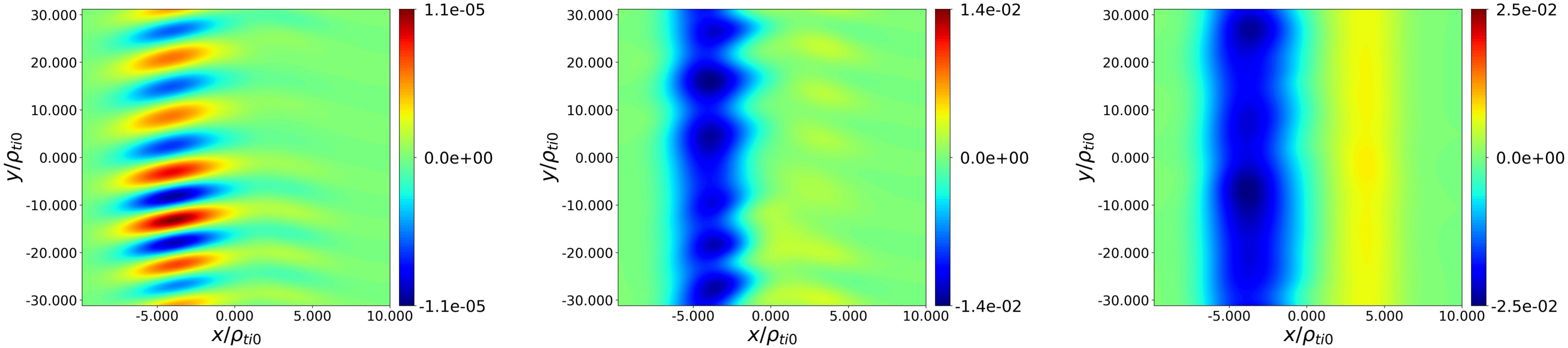
# 結果



## 静電ポテンシャルの時間発展

温度勾配による
ITG不安定性

ゾーナル流の
成長

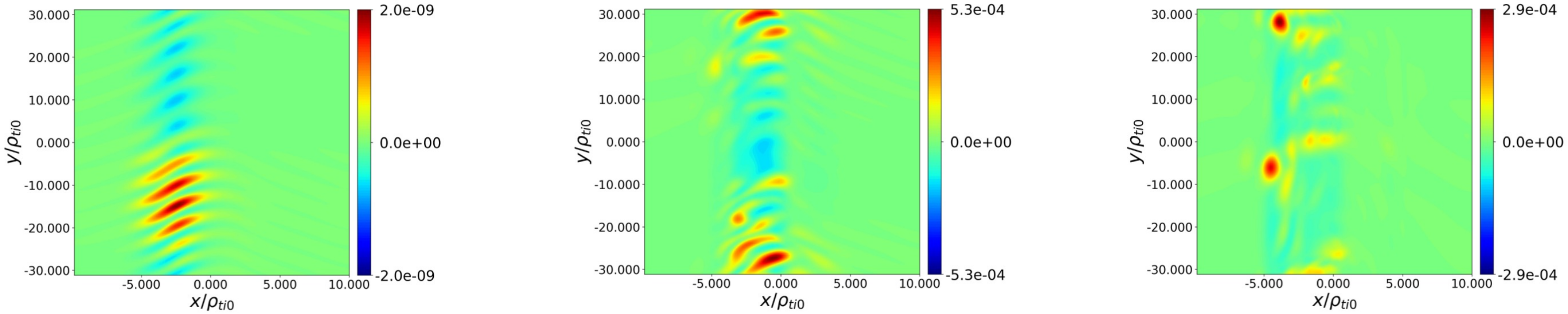


# 結果



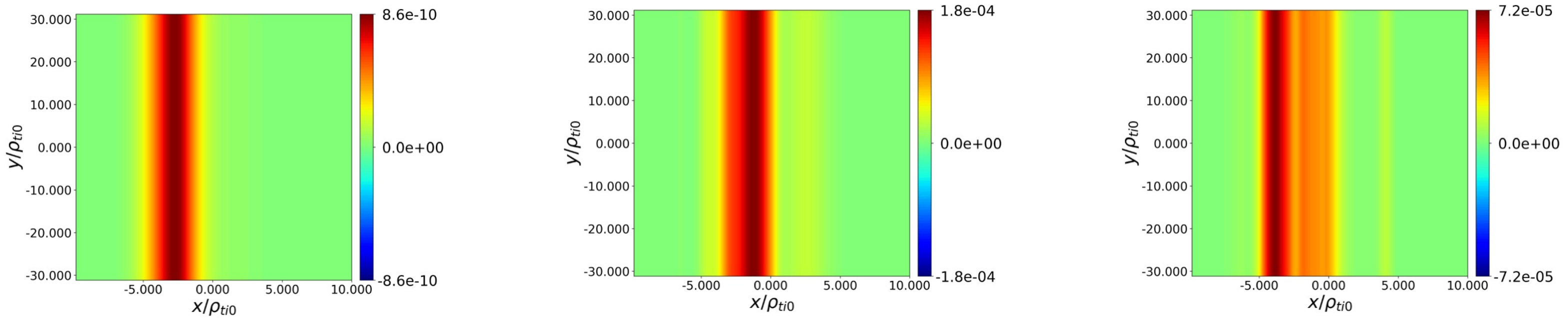
**揺動エントロピーの乱流成分とゾーナル成分**

（上：乱流　下：ゾーナル流）




ITG不安定性
による乱流の駆動

ゾーナル流による
乱流の抑制

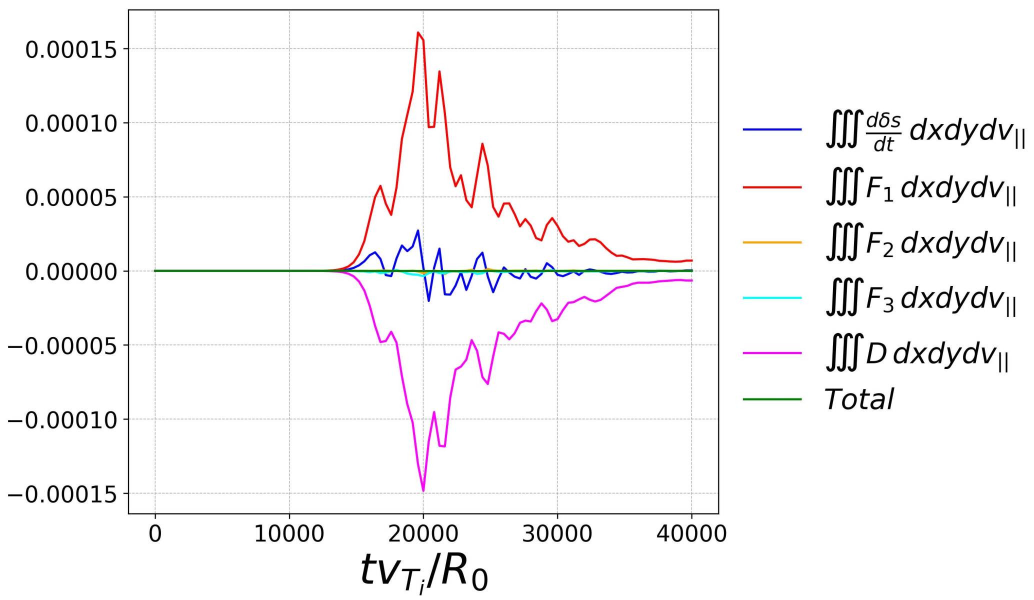


# 結果

## エントロピーバランス（空間全体）

$$\iiint \frac{\partial(\delta s)}{\partial t} dxdydv_{\parallel} = \iiint F_1\, dxdydv_{\parallel} + \iiint F_2\, dxdydv_{\parallel} + \iiint F_3\, dxdydv_{\parallel} + \iiint D\, dxdydv_{\parallel}$$

（***t* 依存性**のみを残した形）




バランス式の妥当性を
確認

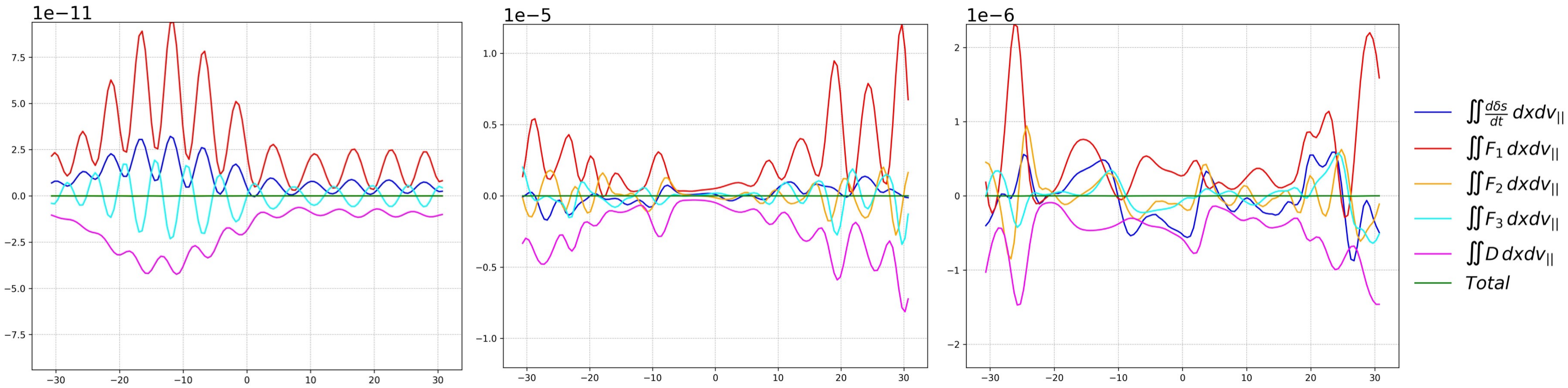
# 結果



**エントロピーバランス（$y$方向　実空間）**

$$\iint \frac{\partial(\delta s)}{\partial t} dxdv_{\parallel} = \iint F_1\, dxdv_{\parallel} + \iint F_2\, dxdv_{\parallel} + \iint F_3\, dxdv_{\parallel} + \iint D\, dxdv_{\parallel}$$

（$\boldsymbol{t, y}$ **依存性**を残した形）




- $F_1$（初期の温度勾配による寄与を表す項）は$\delta s$を増加させる
- $D$（衝突項）は$\delta s$を減少させる
- $F_2$の寄与は乱流の発達とともに増加

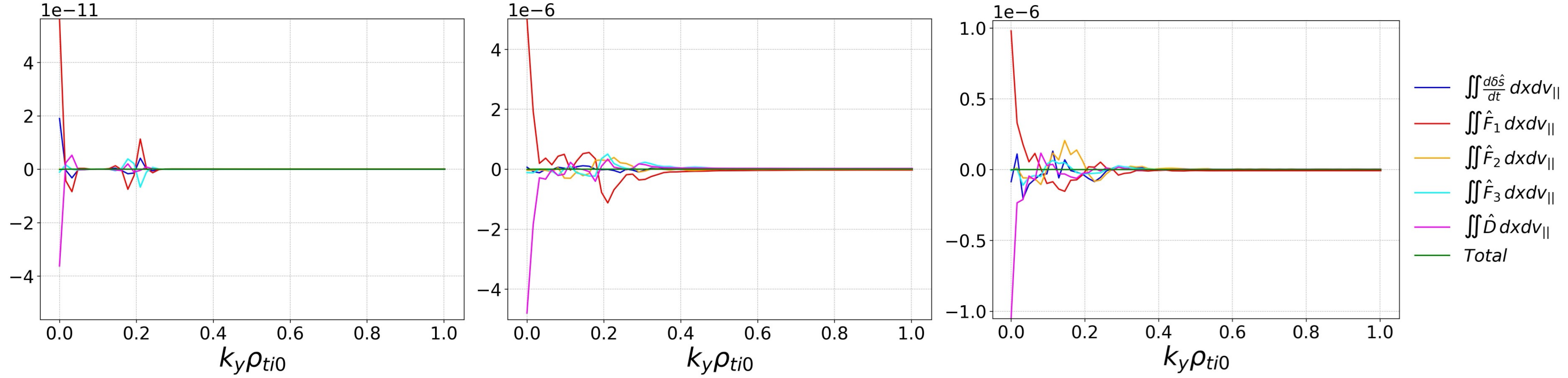
# 結果



## エントロピーバランス（$y$方向　波数空間）

$$\iint \frac{\partial(\delta\hat{s})}{\partial t} dxdv_{\|} = \iint \widehat{F_1}\, dxdv_{\|} + \iint \widehat{F_2}\, dxdv_{\|} + \iint \widehat{F_3}\, dxdv_{\|} + \iint \widehat{D}\, dxdv_{\|}$$

（$\boldsymbol{t}, \boldsymbol{k}$ **依存性**を残した形）



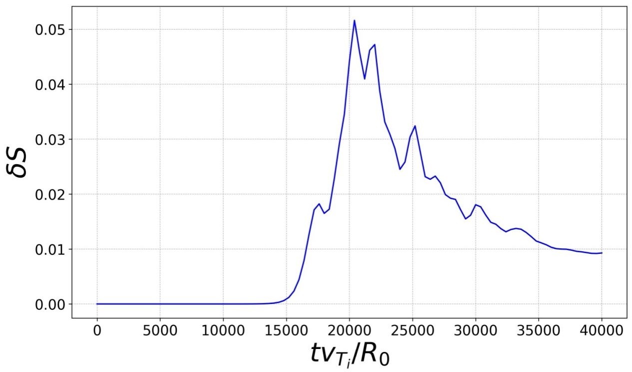

- 初期状態においては $k_y\rho_{ti0} = 0.2$付近に振幅スペクトルのピークを確認
- 以降については正確なピークが確認できなかった

# 結果

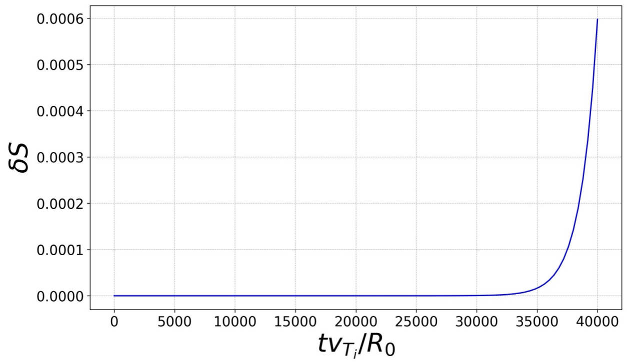


## 磁気シア長を変化させたケース（揺動エントロピー）

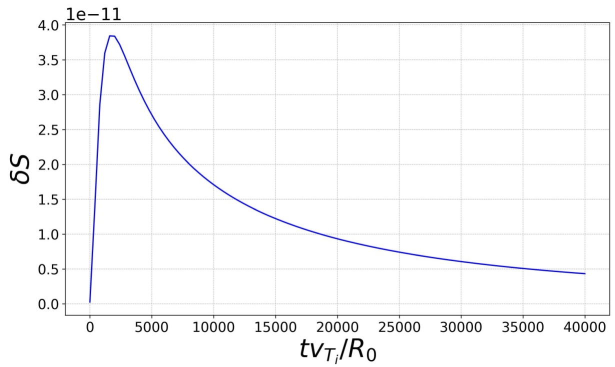
$L_s = 1.0 \times 10^3$




$L_s = 1.0 \times 10^4$




$L_s = 1.0 \times 10^5$

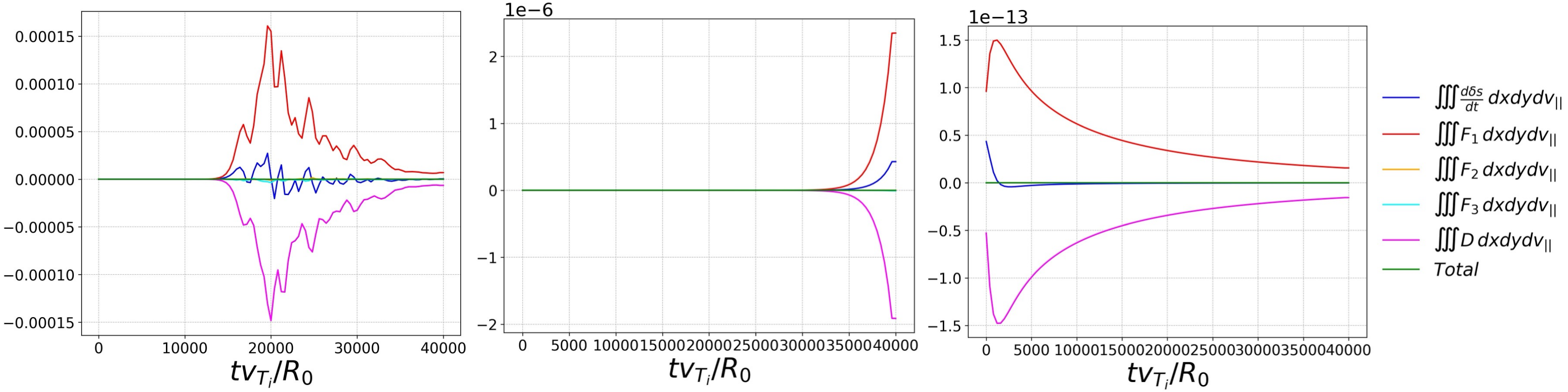


# 結果



## 磁気シア長を変化させたケース（エントロピーバランス）

$L_s = 1.0\times10^3$ $L_s = 1.0\times10^4$ $L_s = 1.0\times10^5$



# まとめ



- スラブ配位におけるエントロピーバランス式を導出し, 各項の時間発展を解析した
- 磁気シア長 $L_s$ の値を変化させると系の構造が大きく変化することを確認した

**今後の課題**

乱流・ゾーナル流の磁気シア依存性についての解析を進める