Les modèles mathématiques : miracle ou supercherie ?

Frédéric Alexandre

Les modèles mathématiques : miracle ou supercherie ?

Frédéric Alexandre (Inria, Institut des maladies neurogénératives, NeuroCampus Bordeaux)

Comme la plupart de mes concitoyen.ne.s, en cette période particulière de confinement, j'essaie de me tenir au courant en parcourant le déluge de chiffres qui nous parvient, évoquant différentes caractéristiques de cette épidémie. Mais comme beaucoup également, j'oscille entre inquiétude et optimisme, selon les chiffres que je considère, ce qui finit par se traduire par un certain découragement car je ne sais pas identifier les informations importantes et donc par un sentiment d'impuissance à comprendre les enjeux de la situation critique que nous vivons.
Alors, je me suis dit : « je suis un scientifique, je vais essayer de comprendre cette situation, au lieu de garder les yeux fixés sur des indicateurs peu clairs », mais après avoir parcouru quelques publications d'épidémiologie, j'ai vite compris que ce domaine scientifique était trop éloigné du mien pour que je puisse y développer une pensée critique me permettant d'analyser ses productions et donc de vraiment les comprendre.
Par contre, j'ai observé que ce domaine utilise le même type de modèles mathématiques que ceux que j'utilise dans ma pratique scientifique, ce qui m'a permis de mieux comprendre certaines analyses des modèles d'épidémiologie que l'on trouve facilement sur internet.
Ce que je propose ici n'est donc en aucune manière une analyse scientifique sur la pandémie que nous vivons actuellement mais plutôt quelques éléments d'explication des modèles utilisés en épidémiologie et une introduction au sens critique pour permettre d'exploiter ces outils mathématiques avec discernement.

Des modèles pour les systèmes dynamiques
Commençons par le commencement, un modèle mathématique a pour but de décrire le plus précisément possible un objet, un phénomène, un mécanisme à l'aide d'équations afin de vérifier, comprendre, prédire certaines propriétés ou comportements. Ainsi, on peut modéliser la charpente d'un bâtiment en détaillant finement sa forme et ses matériaux, juste pour la visualiser mais aussi pour vérifier sa résistance avant de l'assembler ; grâce à cette description formelle, on peut la tester dans des conditions normales de charge mais aussi en cas de contraintes extraordinaires (simulation de secousses sismiques ou de tempêtes).
Si on utilise des modèles pour décrire un phénomène, c'est parfois son évolution qu'on veut comprendre. C'est ce que permet l'utilisation d'équations différentielles ordinaires qui décrivent la variation d'une quantité Q par rapport au temps. Cette variation est positive si Q augmente, négative si Q diminue. Soulignons un cas particulier important dans certains domaines comme la biologie ou la chimie : la variation peut dépendre de la quantité elle-même. On peut ainsi observer une variation positive qui est proportionnelle à Q, par exemple qui double ou quadruple à chaque itération comme quand une personne contaminée en contamine deux ou quatre autres, en moyenne. On assiste alors à une augmentation de plus en plus rapide, et on parle de croissance exponentielle pour décrire un tel emballement : si en moyenne une personne en contamine quatre autres non déjà contaminées, elle touchera 1, 4, 16, 64, 256, 1024 autres, et à la 12 étape, l'équivalent de la France entière sera contaminée (d'où la nécessité du confinement). À l'inverse, s'il n'y a plus qu'une chance sur deux de contaminer quelqu'un alors à partir des 80 000 personnes

contaminées début avril, le nombre de contamination deviendra négligeable en une vingtaine d'étape.
Une autre qualité de ce type de modélisation des systèmes dynamiques, est son déterminisme : tout se passe toujours de la même manière. Cela encourage l'utilisation d'outils de modélisation pour faire des prédictions sur les évolutions à venir à partir des observations jusqu'à présent. Mais ce déterminisme est parfois discutable, d'une part parce que de tels modèles simples n'arrivent pas toujours à capturer toute la complexité des phénomènes dont ils veulent rendre compte mais aussi pour des raisons que j'évoque par la suite.

Les modèles compartimentaux en épidémiologie
Les principaux modèles utilisés en épidémiologie (en particulier pour tracer la plupart des courbes qu'on nous montre actuellement) considèrent une épidémie comme un système dynamique et décrivent principalement son évolution avec ce type d'équations. On peut consulter une description de ces modèles sur Wikipédia et un simulateur sur GitHub.
On les appelle modèles compartimentaux car ils découpent la population en classes, selon le cycle d'une épidémie (individus susceptibles d'être malades S, exposés E, infectés I, hospitalisés H, guéris R ou décédés D) et que les équations décrivent la dynamique des passages d'un état à un autre, selon des proportions mesurées expérimentalement et dépendant parfois des conditions de l'environnement (par exemple, mise en confinement).
Les changements d'état correspondant à une proportion de la population considérée, nous sommes bien dans le cas où la variation est proportionnelle à la valeur (comme on peut le vérifier dans les équations mentionnées dans les deux sites web mentionnés plus haut), ce qui explique les phénomènes exponentiels dont on parle régulièrement.

Pourquoi les modèles sont intéressants
Ces modèles sont utiles car ils décrivent des phénomènes qu'on a généralement du mal à appréhender intuitivement. Autant nous pouvons par exemple comprendre facilement la variation de la position d'une voiture qui se déplace (mais qui reste une voiture), autant appréhender les changements d'une quantité qui accumule ses changements pour varier d'autant plus vite n'est pas intuitif. C'est la même chose avec cette dynamique de population. Et même si c'est parfois assez difficile à accepter, on peut constater que nous sommes tous soumis à ces variations et que les calculs issus de ces modèles aboutissent à des résultats finalement assez fiables. Les données visualisées sur ce site web montrent que, face à cette épidémie, tous les pays suivent la même trajectoire de variation, jusqu'au moment où ils sortent de cette logique d'épidémie.
Mais, il faut aussi accepter que tous ces modèles reposent sur des observations et sur des paramètres qui peuvent être approximatifs et donc sujets à des erreurs. En fait, ces modèles ne sont pas faits pour obtenir des résultats très précis mais pour produire des tendances, considérées comme fiables même si elles combinent un ensemble d'approximations, (cf Estimation de Fermi). C'est ce qu'on appelle estimer des ordres de grandeur.

Pourquoi il faut se méfier des modèles
Cependant, ces modèles peuvent aussi induire des erreurs importantes si on les utilise mal. Autant (comme l'expliquait bien Fermi) combiner plusieurs valeurs entachées d'erreur peut permettre de trouver un ordre de grandeur acceptable, autant cumuler des erreurs dans le temps peut se révéler problématique. C'est en particulier le cas quand on utilise ces modèles

pour faire de la prédiction. Si on prédit une valeur pour le jour d'après et qu'on se sert de cette valeur pour prédire celle du jour suivant, une erreur commise lors de la première prédiction va s'amplifier sur les jours suivants en suivant également cette loi exponentielle, ce qui fait que ces modèles sont en général peu fiables pour la prédiction en boucle ouverte, c'est à dire sans les recaler régulièrement avec des mesures réelles.
Une autre erreur également commise fréquemment est que l'on considère souvent l'environnement comme passif alors qu'il peut inclure lui même d'autres systèmes dynamiques modifiant certains des paramètres du modèle qui ne pourra pas donc être utilisé comme tel trop longtemps. Dans cet article, l'auteur explique que certains pays ont préféré ne pas prendre des mesures fortes de confinement car les modèles épidémiologiques leur expliquaient qu'elles se bornaient à retarder la crise. Ils oubliaient seulement que le temps gagné peut aussi servir à se préparer et donc ne plus être dans les mêmes conditions qu'au début de l'épidémie pour affronter la crise…

Alors, les modèles mathématiques, à quoi ça peut servir ?
Le même auteur avait auparavant proposé un article très consulté depuis sa sortie. Dès le début mars, en se basant sur ce type de modèles, il expliquait qu'il fallait choisir le confinement, considérant notre état de préparation et que, finalement, un critère majeur à suivre (comme l'explique Jérôme Salomon, le directeur général de la santé) était le nombre d'admission en réanimation car le nombre de morts dépend principalement de la robustesse et la capacité des systèmes de santé et des mesures qui peuvent étaler ou faire baisser le nombre de cas (ce qui dans les deux cas permet aux systèmes de santé de mieux supporter la vague).
Par ailleurs, tout ce temps gagné nous permet de mieux nous préparer pour être dans de meilleures conditions pour combattre l'épidémie, en ayant stocké des masques, des respirateurs (ou des vaccins) et en ayant surtout eu le temps de changer les mentalités et les procédures, pour reprendre des activités (presque) normales en sachant protéger les plus faibles.
Alors les modèles mathématiques sont-il inutiles pour soigner des gens (cf la tribune de D. Raoult) ?
C'est vrai qu'un modèle mathématique ne constitue pas une thérapie et ne peut être utilisé pour soigner et guérir un patient individuel. Mais si l'on considère la population globale, alors oui, les modèles mathématiques ont démontré une nouvelle fois leur importance et oui, ils ont permis de sauver de nombreuses vies !