问题 *1* 1

中山大学 计算机学院

学生姓名: 武自厚 学生学号: 20336014 2022 春季学期 指导老师: 潘嵘

图论及其应用 @C203

平面图

问题 1

求证: 每个 5-连通简单可平面图至少有 12 个顶点.

回答

由图可平面,可以应用 Euler 公式推论,得到:

$$m \le 3n - 6 \tag{1}$$

另一方面, 由 5-连通图可以知道 $\delta \geq 5$. 由握手定理:

$$2m = \sum_{v \in V} d(v) \ge 5n \tag{2}$$

$$m \ge \frac{5}{2}n\tag{3}$$

联立 (1)(3) 解得 $n \ge 12$.

问题 2

求证: 不存在 6-连通简单可平面图.

回答

由边连通的性质可以得出 $\delta \geq 6$. 由握手定理:

$$2m = \sum_{v \in V} d(v) \ge 6n \tag{1}$$

$$m > 3n - 6 \tag{2}$$

所以不存在 6-连通简单可平面图.