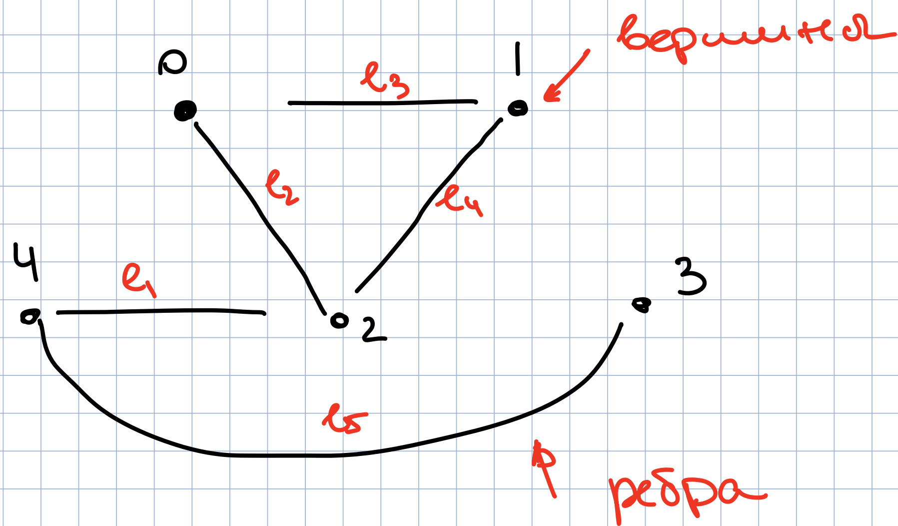
Теория графов

Граф



$V = \{0; 2; 1; 3; 4\}$ vertex вершины

$e_1 = \{2; 4\}$ $e_2 = \{0; 2\}$ $e_3 = \{1; 0\}$ ...

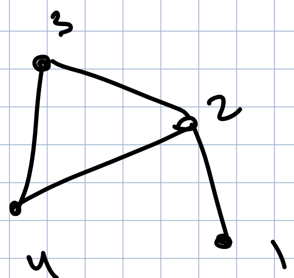
$E = \{e_1; e_2; e_3; e_4; e_5\}$ edge ребра

$G = (V, E)$ graph граф

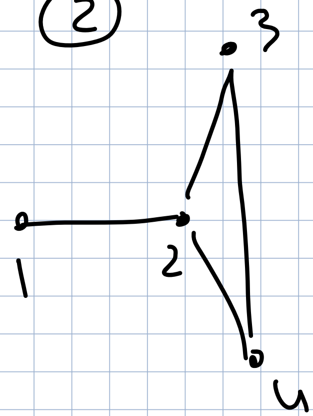
Для чего они нужны?

а) города + дороги → прогр. это любят
б) метро
в) друзей

①



②

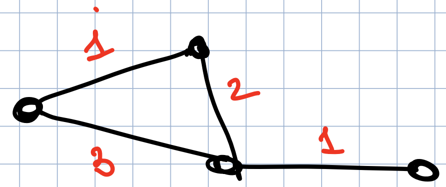


В чем различие графов?

ни в чем (изоморфные)

Виды графов

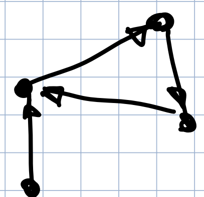
1)



вес ребер → км, время, бензин

взвешенный граф

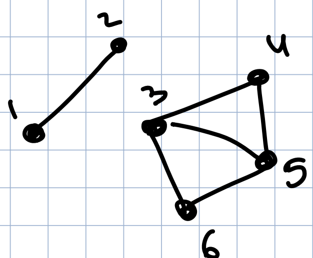
2)



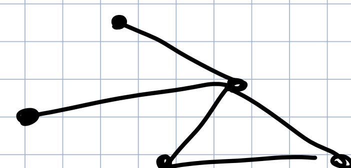
направление у всех ребер

ориентированный граф

3)



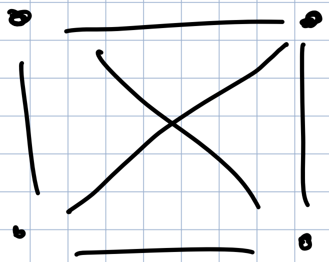
несвязный граф



связный граф

компонента связности - связный подграф

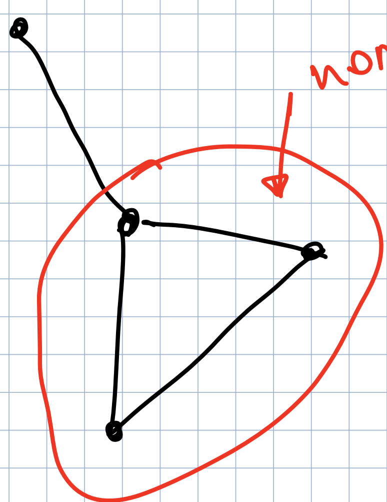
4)



полный граф

"все возможные ребра проведены"

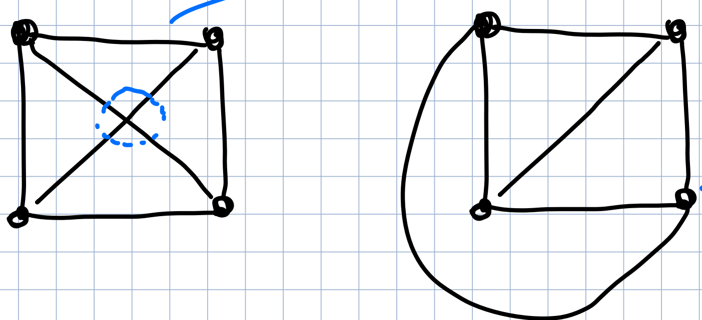
5)



полный подграф

клика

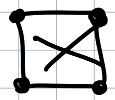
6)

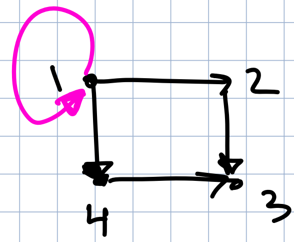


не плоский граф

плоский граф

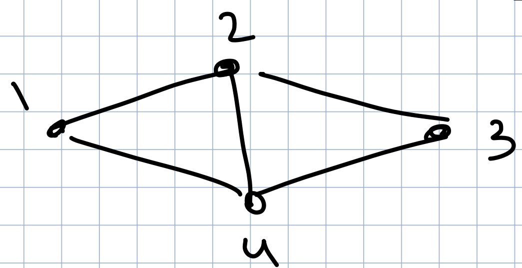
изоморфны

7)  — планарный = "умеет стать плоским"

8) 

петля

Пути в графе



$v_1 \rightsquigarrow v_3$

путь

$v_1 \to v_2 \to v_3$ — $v_1 v_2 v_3$

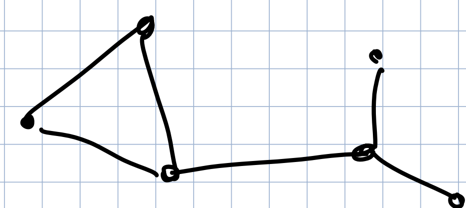
$v_1 \to v_4 \to v_3$ — $v_1 v_4 v_3$

$v_1 \to v_2 \to v_4 \to v_3$

$v_1 \to v_4 \to v_2 \to v_3$

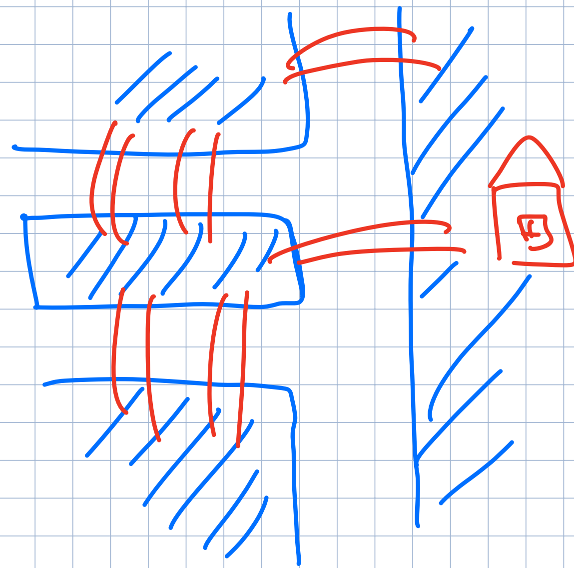
простой путь: вершины не повторяются

Цикл: путь с начало = концу.
(длина = кол-во вершин)



Эйлеров цикл

Мосты Кёнигсберга



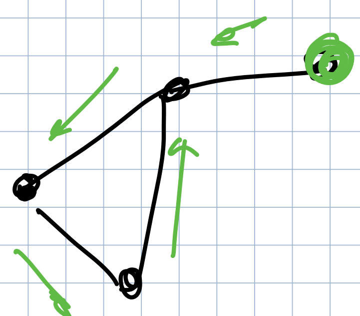
Эйлеров цикл — цикл, проходящий по всем ребрам единожды

Эйл. граф — граф, в котором есть эйл. цикл.

Th

Критерий эйлеровости графа (б/д):
Граф эйлеров ⇔ степень каждой вершины четна.

кол-во входящих / исходящих ребер.



Хранение графов

1) Список смежности:

массив

0: 2, 4, 5

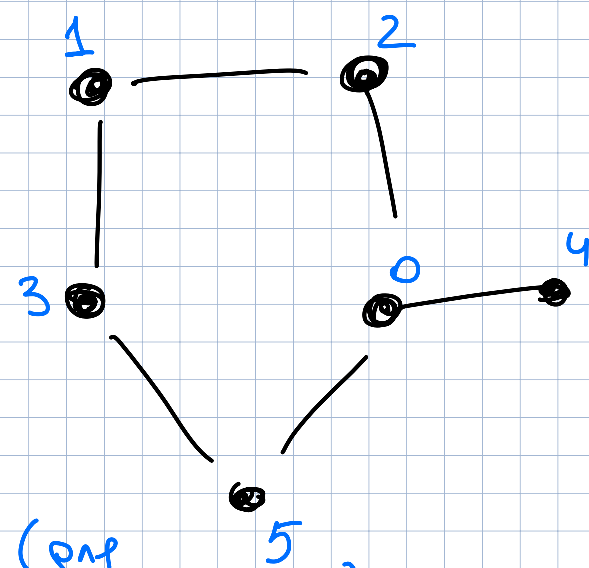
1: 2; 3

2: 0; 1

3: 1; 5

4: 0

5: 0; 3



⊕ Кол-во вершин

⊕ Легко найти "детей"

⊖ храним ребро дважды (для неорграф)

⊖ Для взвешенного туго

а) Проверить смежность ребер: • длина с. см (список смежности) для вершины

$^2\underline{O}(N)$

б) Найти детей • $\underline{O}(1)$

в) Добавить/удалить ребро • длина с. см

$^2\underline{O}(N)$

Память: $\underline{O}(N+E)$

г) Матрица смежности

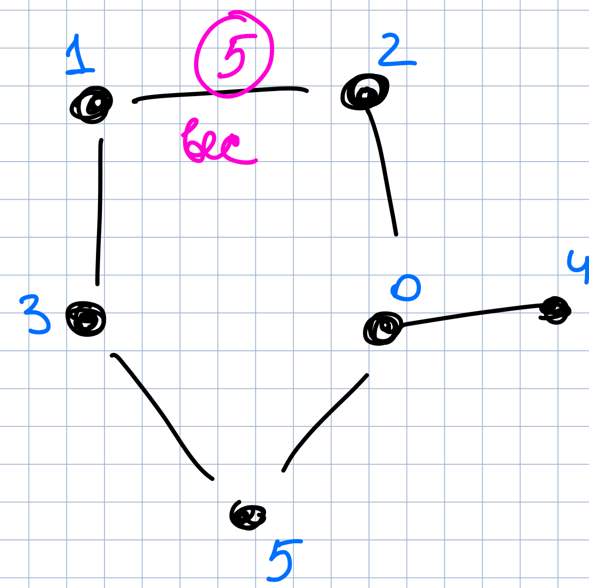
двумерный массив (матрица) $N \times N$

↑ кол-во вершин

$|V| = N$

куда

откуда	0	1	2	3	4	5
0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	5	1	0	0
2	1	5	0	0	0	0
3		1	0			1
4	1		....			
5	1			1		



⊕ За $O(1)$ проверить смежность

⊖ Память $O(N^2)$

а) Проверить смежность ребер: • $O(1)$

б) Найти детей • $O(N)$

в) Добавить/удалить ребро • $O(N)$

3) Список ребер [мало ребер, много вершин]

[$(1;2)$; $(1;3)$; $(3;5)$ ....]

Память → хорошо $\underline{O}(E)$

Отсортировать по первому эл-ту

Поиск → $\underline{O}(\log E)$

Добавить: → $\underline{O}(E)$ (в полном: $\underline{O}(N^2)$)

Делит: → $\underline{O}(E)$ (в полный: $\underline{O}(N^2)$)