Übung 02: Verfahrens- und Maschinenfehler

Tobias Blesgen und Leonardo Thome

19.05.2021

Im folgenden wollen wir die 2-Punktformel und 3-Punktformel auf ihre Verfahrensfehler untersuchen und durch Verwendung verschiedener Datentypen den Maschienfehler abschätzen.

Die 2-Punktformel beschreibt die Ableitung einer Funktion $f(x)$ an der Stelle x_i mit:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} + O(h) \tag{1}$$

Die 3-Punktformel tut dies hingegen mit einem kleineren Verfahrensfehler der Ordnung $O(h^2)$

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2h} + O(h^2) \tag{2}$$

Verfahrens- und Maschinenfehler

Maschinenfehler

Verfahrensfehler

Beispiel Anhand der Differentation

Der 2-Punkt Ansatz

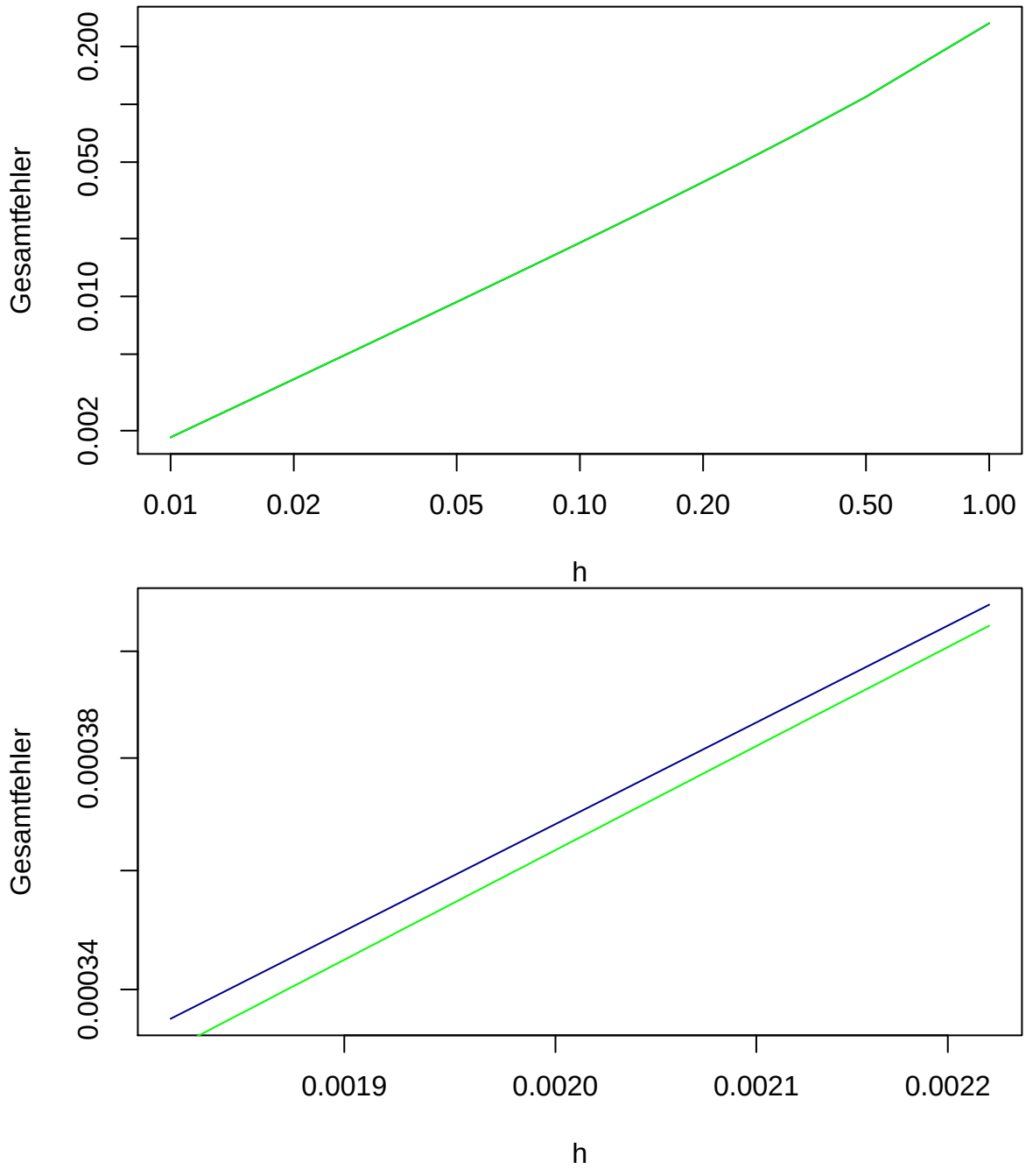
Am Beispiel der Differentation der Funktion $f(x) = e^x$ an der Stelle x = -1 sollen die Fehlertypen aufgezeigt werden. Wir betrachten zuerst die 2-Punktformel und den Unterschied zwischen einem Ansatz, der `Double` und einem, der `Floats` verwendet. Da der Code bis auf den Typwechsel identisch ist, liegt hier nur der Double-Code vor:

```
#include <Rcpp.h>
#include <math.h>

using namespace Rcpp;

//[[Rcpp::export]]
Rcpp::List diff2PunktDouble(const double x, const int r){
  // Array der ersten 100 Werte:
    Rcpp::NumericVector xValue(100);
    Rcpp::NumericVector yValue(100);
  // Quelltext
    for (int i = r; i<=99+r; i++){
      xValue[i-r] = 1./i;
```

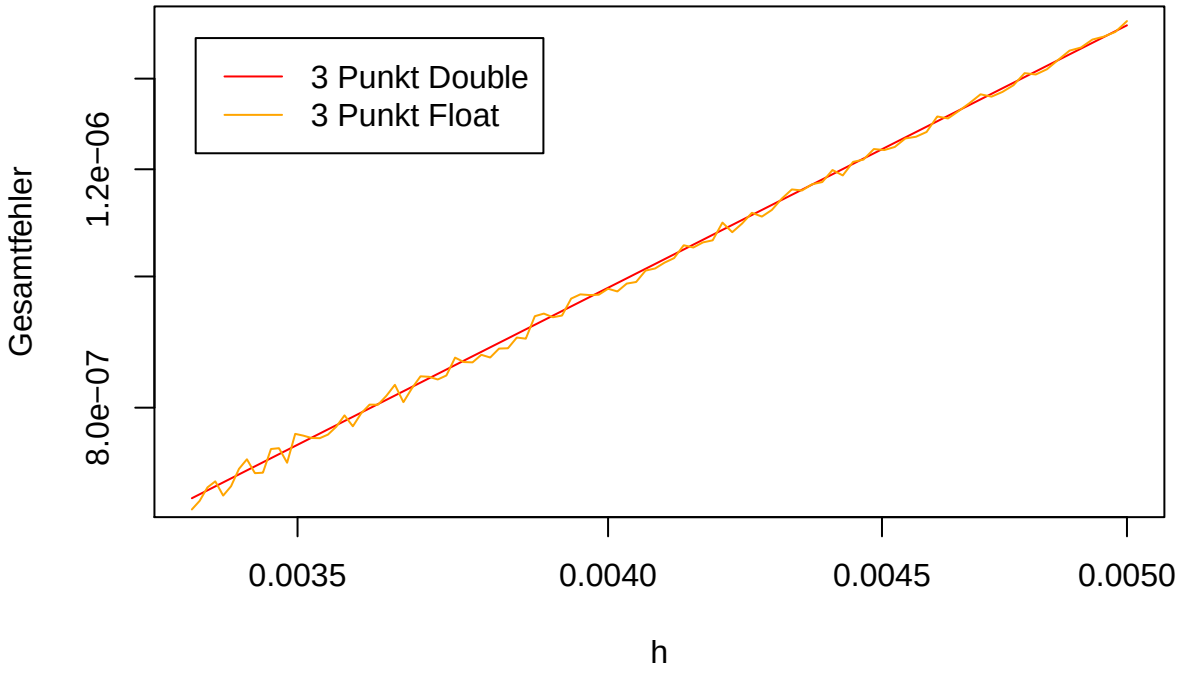
```
      yValue[i-r] = (exp(x+1./i) - exp(x))/(1./i);
    }
  // Rückgabe für eine grafische Wiedergabe
    return List::create(Named("x") = xValue, Named("y") = yValue);
}
```

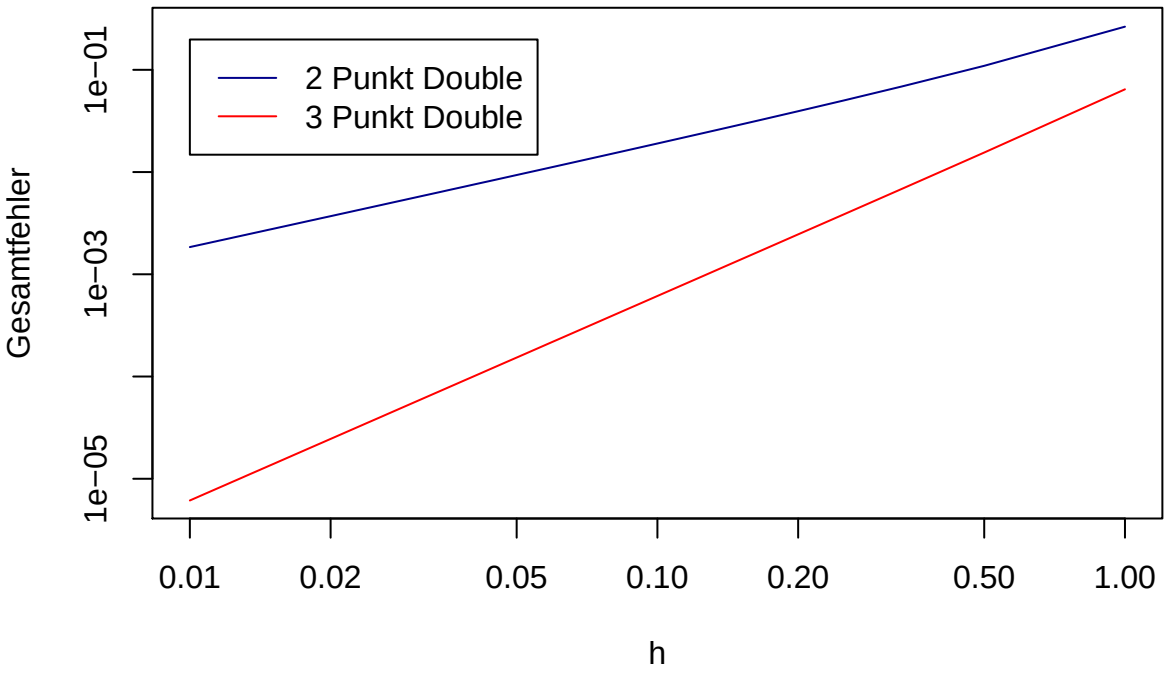



```
#include <Rcpp.h>
#include <math.h>

using namespace Rcpp;
```

```
//[[Rcpp::export]]
Rcpp::List diff3PunktDouble(const double x, const int r){
  // Array der ersten 100 Werte:
    Rcpp::NumericVector xValue(100);
    Rcpp::NumericVector yValue(100);
  // Quelltext
    for (int i = r; i<=99+r; i++){
      xValue[i-r] = 1./i;
      yValue[i-r] = (exp(x+1./i) - exp(x-1./i))/(2./i);
    }
  // Rückgabe für eine grafische Wiedergabe
    return List::create(Named("x") = xValue, Named("y") = yValue);
}
```




2 Punkt Double
3 Punkt Double
Gesamtfehler
1e−01
1e−03
1e−05
0.01
0.02
0.05
0.10
0.20
0.50
1.00
h