8 Influence du rayon de l'orbite sur la vitesse

1. Rappeler les caractéristiques d'un mouvement circulaire uniforme.

Un mouvement est dit « circulaire uniforme » si la trajectoire est un cercle parcouru à vitesse constante et dont la direction est tangente à la trajectoire.

2. Exprimer la vitesse orbitale v d'un satellite en fonction du rayon r de son orbite et de sa période de révolution T.

La vitesse est définie par le rapport d'une distance parcourue par unité de temps. Ainsi dans le cas d'un mouvement circulaire, la vitesse (v) du satellite se déplaçant à une distance (r) de l'astre est lié à période T selon la relation $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$.

3. En déduire l'évolution de v si r est divisé par 4.

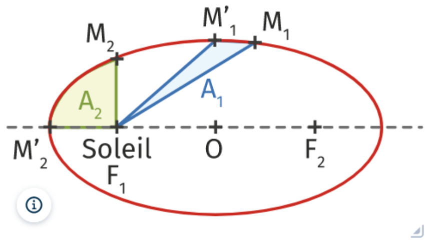
En exploitant la relation précédente, l'intensité de la vitesse v est proportionnelle à la distance r. Si on divise la distance r par quatre $\left(r' = \frac{r}{4}\right)$, alors la nouvelle intensité de la vitesse v' sera également divisée par 4 : $\left(v' = \frac{v}{4}\right)$.

Ainsi, pour un mouvement circulaire uniforme, la vitesse v diminue si r diminue.

11 Astéroïde Rhea Sylvia II Rémus - 2005

✓ *APP : Faire des prévisions à l'aide d'un modèle*

On s'intéresse à l'astéroïde Rhea Sylvia décrivant une orbite elliptique autour du Soleil selon le schéma ci-contre.



1. Justifier la position du Soleil indiquée sur le schéma ci-dessus en citant la loi de Kepler utilisée.

On identifie conformément à la première loi de Kepler, ou loi des orbites, que le Soleil, l'astre attracteur, est situé à l'un des foyers (F_1) de la trajectoire elliptique décrite par l'astéroïde Rhéa Sylvia.

2. On suppose que les durées de parcours entre les points M_1 et M_1', puis M_2 et M_1' sont égales. En utilisant une des lois de Kepler, donner la relation existant entre les aires A_1 et A_2 .

En appliquant la 2^{e} loi de Kepler à Rhéa Sylvia, on pourrait vérifier sur le graphique que les surfaces balayées par l'astéroïde sont toujours égales durant une durée identique Δt où $A_1 = A_2$.

17 Eris, planète naine de la discorde

✓ *APP : Faire des prévisions à l'aide d'un modèle*

Eris est considérée, de même que Pluton, comme une planète naine. Son orbite autour du Soleil est fortement elliptique. Sa période de révolution en année terrestre est $T_{\mathrm{E}} = 557$ a et $T_{\mathrm{P}} = 248$ a pour Pluton.

1. Énoncer la troisième loi de Kepler.

La 3^{e} loi de Kepler, ou loi des périodes, énonce que pour chaque planète gravitant autour du Soleil, le carré de la période de révolution (T) est proportionnel au cube du demi grand axe (a) de l'orbite elliptique, tel que : $\frac{T^2}{a^3} = k$ (avec k constante réelle).

2. En déduire si le demi-grand axe de la trajectoire du centre d'Eris est plus grand que celui de Pluton. Justifier.

En appliquant la 3^{e} loi de Kepler à Eris et Pluton, on obtient la relation :

$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = k = \frac{T_P^2}{a_P^3}$$

Soit : $\frac{T_E^2}{T_P^2} = \frac{a_E^3}{a_P^3}$

D'où $a_E^3 = \frac{T_E^2}{T_P^2} \times a_P^3$, soit $a_E^3 = \left(\frac{T_E}{T_P}\right)^2 \times a_P^3$

Or, d'après les données de l'énoncé, $T_E > T_P$ (557 années > 248 années).

Alors : $\left(\frac{T_E}{T_P}\right)^2 > 1$. Ainsi : $a_E^3 > a_P^3$, soit $a_E > a_P$.

Par conséquent, la planète naine Eris se déplace sur une trajectoire située au-delà de Pluton.

19 Rencontre entre *Dawn* et Cérès

✓ *VAL : Respecter le nombre de chiffres significatifs*

En 2015, la sonde spatiale *Dawn* s'est mise en orbite quasicirculaire autour de la planète naine Cérès. *Dawn* a alors effectué ses révolutions autour de Cérès, de rayon $R = 470$ km à une altitude moyenne $h = 13\ 500$ km en 15 j. On rappelle la 3^{e} loi de Kepler pour un mouvement circulaire uniforme :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_C}$$

- T : période de révolution de Dawn (s)
- r : rayon de l'orbite de Dawn (m)
- G : constante de gravitation universelle égale à $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3·kg^{-2}·s^{-2}
- M_{C} : masse de Cérès (kg)

Déterminer la masse de Cérès.

En isolant la masse de Cérès M_C de l'expression complète de la 3^{e} loi de Kepler appliquée à la sonde Dawn (période de révolution T, orbite de rayon r), on obtient :

$$M_C = \frac{4 \times \pi^2}{G} \times \frac{r^3}{T^2}$$

Sachant que la sonde se déplace lors d'une révolution de 15 jours (1,296 × 10^{6} s) à une altitude moyenne de h = 13 500 km au-dessus de la surface de Cérès, de rayon R_C= 470 km, on obtient numériquement :

$$M_C = \frac{4 \times \pi^2}{6,67 \times 10^{-11}} \times \frac{((13\ 500 + 470) \times 10^3)^3}{(1,296 \times 10^6)^3} = 9,61 \times 10^{20} \text{ kg}$$