## 19 Satellite marsostationnaire

Suivant la méthode du **Focus Méthode 3**, on aboutit à :

$$z = \sqrt[3]{\frac{T_{\mathrm{Ma}}^2 \times G \times M_{\mathrm{Ma}}}{4\pi^2}} - R_{\mathrm{Ma}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(24{,}6 \times 3\,600)^2 \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}4 \times 10^{23}}{4\pi^2}} - 3\,380 \times 10^3$$

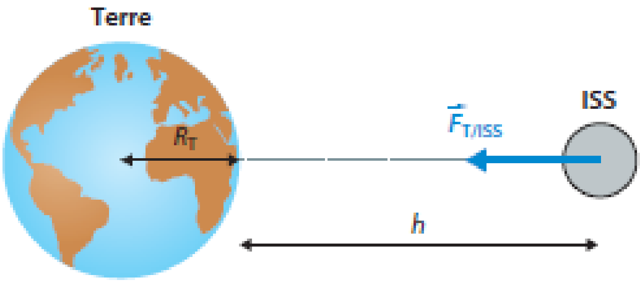
$$= 1{,}7 \times 10^7 \text{ m}$$

## 22 Station spatiale ISS

**1.** $F_{\mathrm{T/ISS}} = F_{\mathrm{ISS/T}} = G \times \dfrac{m_{\mathrm{ISS}} \times M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2}$

$$= 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}98 \times 10^{24} \times 420 \times 10^3}{(6\,400 \times 10^3 + 400 \times 10^3)^2}$$

$$= 3{,}62 \times 10^6 \text{ N}$$




**2.** Le mouvement du système {ISS} est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

En appliquant la deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{\mathrm{T/ISS}} = m_{\mathrm{ISS}} \times \vec{a},$$

donc : $a = \dfrac{F_{\mathrm{T/ISS}}}{F_{\mathrm{ISS}}} = \dfrac{3{,}62 \times 10^6}{420 \times 10^3} = 8{,}63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

**3.** L'accélération est centripète donc :

$$\vec{a} = a_{\mathrm{N}} \times \vec{N}, \text{ avec } a_{\mathrm{N}} = \frac{v^2}{(R_{\mathrm{T}} + h)}.$$

D'où : $v = \sqrt{a \times (R_{\mathrm{T}} + h)} = \sqrt{8{,}63 \times (6\,400 \times 10^3 + 400 \times 10^3)}$

$$= 7{,}66 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**4.** La station ISS fait un tour complet en une période à la vitesse $v$ :

$$v = \frac{2\pi(R_{\mathrm{T}} + h)}{T},$$

donc $T = \dfrac{2\pi(R_{\mathrm{T}} + h)}{v} = 5{,}58 \times 10^3 \text{ s} = 87{,}5 \text{ min}$

## 27 Le télescope Hubble

**1.** D'après la première loi de Kepler, dans le référentiel géocentrique, la trajectoire du télescope Hubble est une ellipse dont l'un des foyers est le centre de la Terre.

**2.** Le mouvement du système {télescope spatial Hubble} est étudié dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen.
On fera l'approximation que le mouvement du télescope est circulaire. $\vec{F}_{\mathrm{T/H}} = -\dfrac{G \times M_{\mathrm{T}} \times m}{r^2} \vec{u}_{\mathrm{TH}} = m \times \vec{a},$

d'où : $\vec{a} = -\dfrac{G \times M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2} \vec{u}_{\mathrm{TH}} = \dfrac{G \times M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2} \vec{N},$

avec dans le repère de Frenet $\vec{a} = a_{\mathrm{N}} \times \vec{N} + a_{\mathrm{T}} \times \vec{T}$.

Ici $\vec{a}$ est uniquement suivant $\vec{N}$, donc $a_{\mathrm{T}} = 0$. Or $a_{\mathrm{T}} = \dfrac{dv}{dt}$,

donc $\dfrac{dv}{dt} = 0$, $v$ est constante, le mouvement est uniforme.

**3.** On fait l'approximation que Hubble est à la distance $d$ du Soleil.

$$F_{\mathrm{S/H}} = \frac{G \times M_{\mathrm{S}} \times m}{d^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30} \times 11 \times 10^3}{(149{,}6 \times 10^9)^2}$$

$$= 65 \text{ N}$$

$$F_{\mathrm{T/H}} = \frac{G \times M_{\mathrm{T}} \times m}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24} \times 11 \times 10^3}{(6\,370 \times 10^3 + 600 \times 10^3)^2}$$

$$= 9{,}0 \times 10^4 \text{ N}$$

$$\frac{F_{\mathrm{T/H}}}{F_{\mathrm{S/H}}} = \frac{9{,}0 \times 10^4}{65} = 1{,}4 \times 10^3$$

$F_{\mathrm{S/H}}$ est donc bien négligeable devant $F_{\mathrm{T/H}}$.

**4.** Dans le **2**, on a montré que $\vec{a} = a_{\mathrm{N}} \times \vec{N} = \dfrac{G \times M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2} \vec{N}$ or par définition, $a_{\mathrm{N}} = \dfrac{v^2}{R_{\mathrm{T}} + h}$, donc :

$$\frac{v^2}{R_{\mathrm{T}} + h} = \frac{G \times M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2}, \text{ d'où : } v = \sqrt{\frac{G \times M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}} + h}}$$

**5.** Durant une période $T$, le télescope parcourt la distance $2\pi(R_{\mathrm{T}} + h)$ à la vitesse $v$, d'où :

$$v = \frac{2\pi(R_{\mathrm{T}} + h)}{T}, \text{ soit : } T = \frac{2\pi(R_{\mathrm{T}} + h)}{v}$$

**6.** Troisième loi de Kepler : pour toutes les planètes du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution (durée pour qu'elle effectue un tour complet autour du Soleil) de la planète $T$ et le cube du demi grand axe a de l'orbite elliptique est constant :

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

**T** : période de révolution en s

**a** : demi grand axe en m

**k** : constante indépendante de la planète considérée mais qui dépend de l'astre attracteur

**7.** $T = \dfrac{2\pi(R_{\mathrm{T}} + h)}{v}$ et $v = \sqrt{\dfrac{G \times M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}} + h}}$, ainsi :

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R_{\mathrm{T}} + h)^2}{v^2} = \frac{4\pi^2(R_{\mathrm{T}} + h)^2}{\left(\dfrac{G \times M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}} + h}\right)} = \frac{4\pi^2(R_{\mathrm{T}} + h)^3}{G \times M_{\mathrm{T}}}$$

D'où : $\dfrac{T^2}{(R_{\mathrm{T}} + h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \times M_{\mathrm{T}}}$, soit $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \times M_{\mathrm{T}}}$, avec $r = R_{\mathrm{T}} + h$.

**8.** $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_{\mathrm{T}} + h)^3}{G \times M_{\mathrm{T}}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(6\,370 \times 10^3 + 600 \times 10^3)^3}{6{,}6 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}}$

$$= 5{,}79 \times 10^3 \text{ s} = 9{,}6 \text{ min}$$