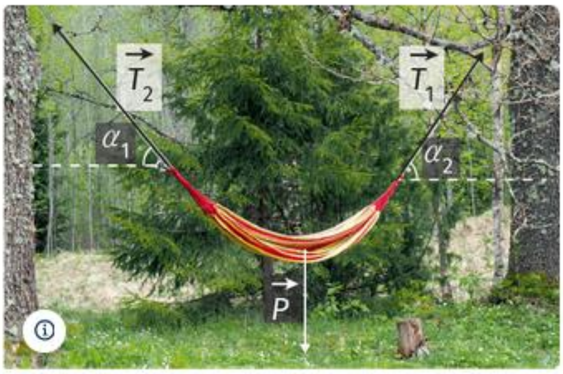
12 **Hamac**

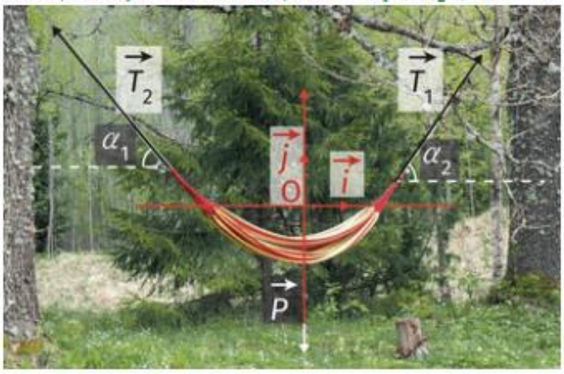
✓ *REA : Utiliser un modèle*

Une personne est allongée dans un hamac suspendu entre deux arbres.



1. Écrire la condition d'équilibre du système.

Pour que le système soit à l'équilibre : $\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{P} = \vec{0}$



2. Projeter la relation précédente sur les axes d'un repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

En projetant la condition d'équilibre sur l'axe (Ox) :
$-T_2 \cdot \cos(\alpha_1) + T_1 \cdot \cos(\alpha_2) = 0$

En projetant la condition d'équilibre sur l'axe (Oy) :
$T_2 \cdot \sin(\alpha_1) + T_1 \cdot \sin(\alpha_2) - P = 0$

3. En déduire les normes des tensions des cordes $\vec{T_1}$ et $\vec{T_2}$.

Il s'agit de résoudre un système de deux équations à deux inconnues. La première équation permet d'écrire :

$$T_1 = T_2 \cdot \frac{\cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2)}$$

En remplaçant T_1 par son expression dans la deuxième équation, on obtient :

$$T_2 \cdot \sin(\alpha_1) + T_2 \cdot \frac{\cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2)} \cdot \sin(\alpha_2) - P = 0$$
$$T_2 \cdot \sin(\alpha_1) + T_2 \cdot \cos(\alpha_1) \cdot \tan(\alpha_2) - P = 0$$
$$T_2 \cdot (\sin(\alpha_1) + \cdot \cos(\alpha_1) \cdot \tan(\alpha_2)) = P$$
$$T_2 = \frac{m \cdot g}{\sin(\alpha_1) + \cos(\alpha_1) \cdot \tan(\alpha_2)}$$

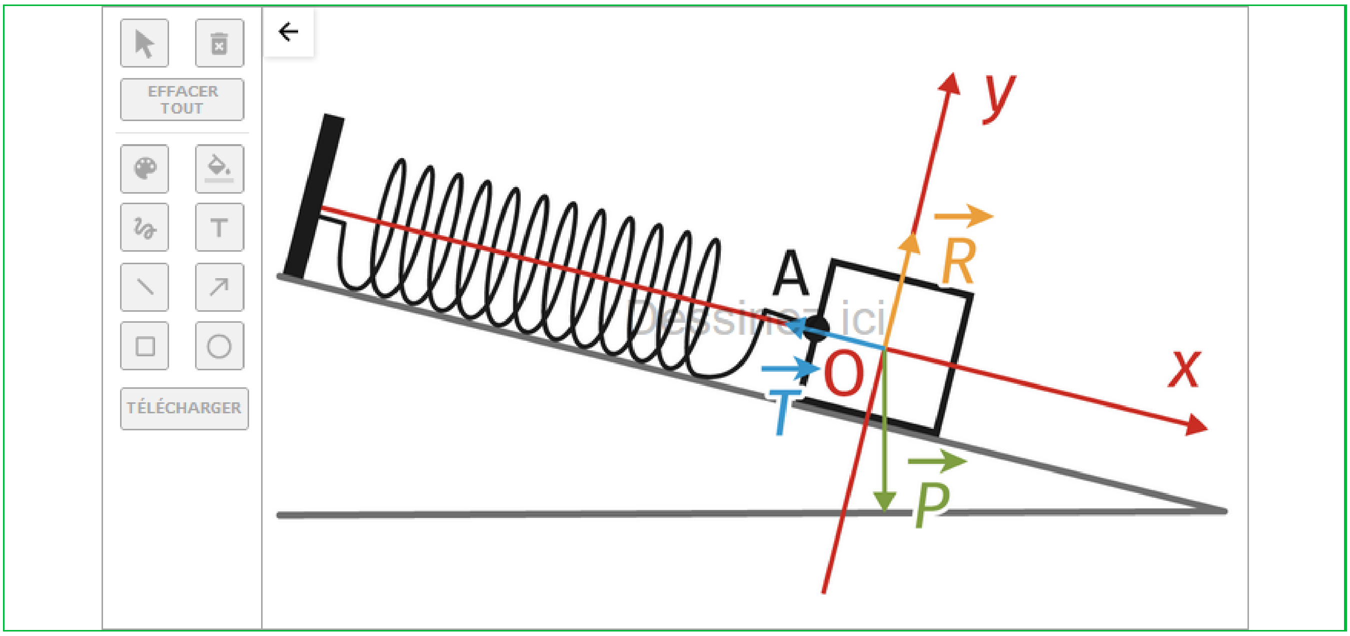
AN : $T_2 = \dfrac{70 \times 9,81}{sin(54) + cos(54) \times tan(50)} = 450$ N

$$T_1 = 450 \times \frac{\cos(54)}{\cos(50)} = 410 \text{ N}$$

Données

- **Masse de la personne et du hamac** : $m = 70$ kg
- **Intensité de pesanteur** : $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}
- **Angles considérés** : $\alpha_1 = 54°$ et $\alpha_2 = 50°$

1. Représenter les forces s'exerçant sur le solide.



2. Calculer l'angle d'inclinaison α de la pente.

Le solide est à l'équilibre donc : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$.

Par projection sur l'axe des abscisses du repère :

$-T + P \cdot \sin(\alpha) = 0$

$\sin(\alpha) = \dfrac{T}{P}$

$\alpha = \arcsin(\dfrac{T}{m \cdot g})$

AN : $\alpha = \arcsin(\dfrac{1,25}{0,250 \times 9,81}) = 30,6\ ^\circ$

Données

- **Masse du solide** : $m = 250$ g
- **Intensité de pesanteur** : $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}
- **Tension du ressort** : $T = 1{,}25$ N

3. Calculer la norme de la réaction du support.

Par projection sur l'axe des ordonnées du repère :

$R - m \cdot g \cdot \cos(\alpha) = 0$

$R = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$

AN : $R = 0,250 \times 9,81 \times \cos(30,6) = 2,11$ N

14 Ascenseur

✓ *REA : Appliquer une formule*

La cabine d'un ascenseur de masse $1\ 200$ kg se trouve au rez-de-chaussée et démarre pour monter dans les étages supérieurs. Son accélération est de $1{,}5$ m·s^{-2}, jusqu'à ce qu'elle atteigne une vitesse constante de $2{,}0$ m·s^{-1}.

1. Faire le bilan des forces exercées sur la cabine d'ascenseur dans le référentiel terrestre.

Les forces qui s'exercent sur la cabine d'ascenseur sont son poids $\vec{P}$ et la tension du câble $\vec{T}$.

2. Appliquer la deuxième loi de Newton afin de déterminer la valeur de la tension T du câble qui permet à la cabine de s'élever.

D'après la seconde loi de Newton appliquée à la cabine :

$m \cdot \vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$.

En projetant sur un axe vertical dirigé vers le haut :

$-P + T = m \cdot a$

$T = m \cdot a + P$

$T = m \cdot (a + g)$

AN : $T = 1\ 200 \times (1,5 + 9,81) = 14\ 000$ N

3. Déterminer la valeur de la tension lorsque la vitesse devient constante.

Lorsque la vitesse est constante, l'accélération est nulle, donc :

$-P + T = 0$

$T = m \cdot g$

AN : $T = 1\ 200 \times 9,81 = 12\ 000$ N

Donnée

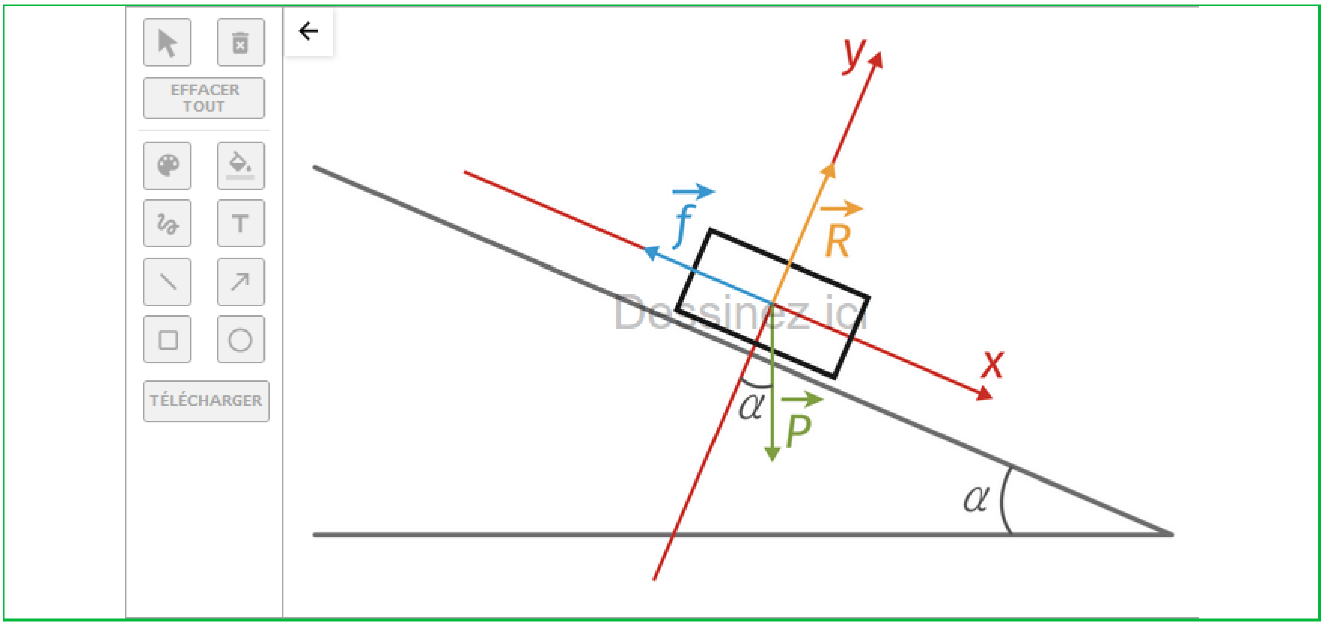
- **Intensité de pesanteur** : $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}

15 **Descente en luge**

✓ APP : *Faire un schéma*

Un enfant est assis sur une luge immobile en haut d'une pente enneigée, inclinée d'un angle $\alpha = 15^\circ$.

1. Représenter sur l'image les forces qui s'exercent sur le système constitué par l'enfant et sa luge.



2. Déterminer l'intensité de la force de frottement f exercée par la neige sur la luge afin que le système formé par l'enfant et la luge reste immobile.

Le système est immobile donc : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = \vec{0}$.

Par projection sur l'axe (Ox) :
$-f + P \cdot \sin(\alpha) = 0$
$f = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$
AN : $f = 38 \times 9,81 \times \sin(15) = 96$ N

Un adulte pousse l'enfant afin de lui permettre de s'élancer. Une fois que la luge glisse seule, la force de frottement s'exerçant pendant la descente a pour valeur :

$f = k \cdot R$

k : coefficient de frottement égal à $0{,}80$
R : réaction normale de la pente (N)

3. a. En considérant que la luge reste toujours en contact avec la pente, déterminer la valeur de la réaction de la pente $\vec{R}$.

D'après la seconde loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$
.
Par projection sur l'axe (Oy) :
$-P \cdot \cos(\alpha) + R = 0$
$R = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$
AN : $R = 38 \times 9,81 \times \cos(15) = 360$ N

b. En déduire la valeur de la force de frottement $\vec{f}$.

D'après l'expression donnée pour f :
$f = k \cdot R$
AN : $f = 0,80 \times 360 = 290$ N

c. Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ du système.

Par projection sur l'axe (Ox) :
$-f + P \cdot \sin(\alpha) = m \cdot a_x$
$a_x = \dfrac{m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - f}{m}$
AN : $a_x = \dfrac{38 \times 9,81 \times \sin(15) - 290}{38} = -5,1$
m·s $^{-2}$
Le vecteur accélération a la direction de la pente, son sens est vers le haut de la pente puisque $a_x < 0$ m·s^{-2}.

d. Préciser la nature du mouvement.

Le mouvement est rectiligne décéléré.

Données

- **Masse de l'enfant et de la luge** : $m = 38$ kg
- **Intensité de pesanteur** : $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}