Mouvement dans un champ uniforme

I. La deuxième loi de Newton

1. Référentiel galiléen.

Principe d'inertie : tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme s'il est soumis à des forces qui se compensent.

- L'état de repos et le mouvement rectiligne uniforme sont tous deux caractérisés par un vecteur vitesse constant.

Donc $\Delta \vec{V} = \vec{0}$ or $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$ donc $\vec{a} = \dfrac{\vec{0}}{\Delta t} = \vec{0}$

- Un corps qui est soumis a des forces qui se compensent est dit **pseudo-isolé**

Un référentiel est dit galiléen si le principe de l'inertie y est vérifié.

2. Centre de masse d'un système.

Le centre **de masse G** d'un système et l'unique point de ce système ou peut toujours s'appliquer le principe d'inertie. C'est le point situé à la position **moyenne de la répartition de la masse du** système.
Dans le cas d'un solide homogène, le centre de masse est confondu avec le centre de symétrie du solide.

3. Deuxième loi

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse constante m est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération

$$\boxed{\sum \overrightarrow{\mathbf{F_{ext}}} = \mathbf{m}.\vec{\mathbf{a}} = \mathbf{m}\frac{\mathbf{d}\vec{\mathbf{V}}}{\mathbf{dt}}}$$

Seules les forces exercées par l'extérieur sur le système étudié sont à prendre en compte dans le bilan des forces.

4. Troisième loi : *Principe des actions réciproques*

Si un système A exerce sur un système B une force $\vec{F}_{A/B}$ alors le système B exerce sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que :

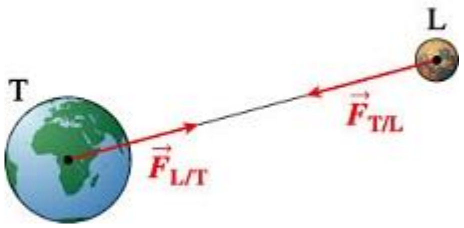
$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$

Ces deux forces ont donc même direction et même intensité mais sont de sens opposés.

Exemple :
La force exercée par la Terre sur la Lune a même direction et même intensité que la force exercée par la Lune sur la Terre.

$$F_{T/L} = F_{L/T} = G \cdot \frac{M_L \cdot M_T}{d_{T-L}^{\ 2}}$$

Par contre, ces deux forces sont de sens opposés.



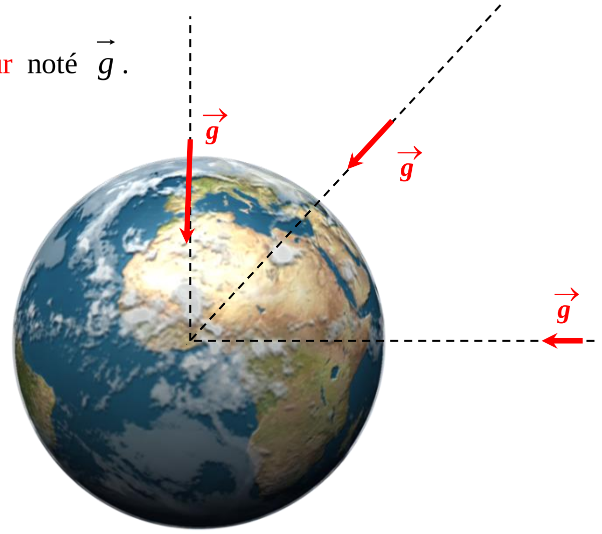
6, 10, 12, 13, 14, 15 p 329

II. Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

1 Champ uniforme

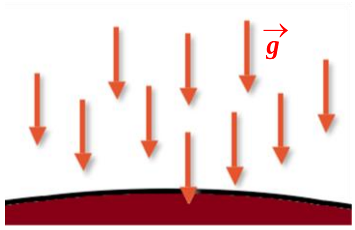
La Terre créé en son voisinage un champ de pesanteur noté $\vec{g}$.

$$\boxed{\frac{\vec{P}}{m} = \vec{g}} \quad \left| \begin{array}{l} P \text{ en } N \\ m \text{ en } kg \\ g \text{ en } N/kg \end{array} \right.$$



Les caractéristiques du champ de pesanteur terrestre sont :

- direction : radiale (verticale)
- sens : vers le centre de la Terre
- intensité : $g = 9{,}8\ N{\cdot}kg^{-1}$



A l'échelle de la Terre, le champ de pesanteur n'est pas uniforme.

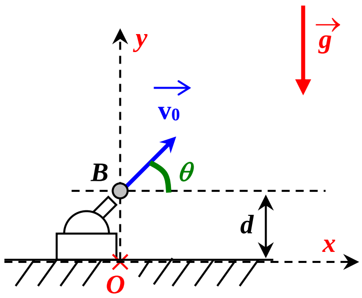
Néanmoins, à **l'échelle humaine,** ce champ peut raisonnablement être considéré comme uniforme → $\vec{g} = cste$

2 Mouvement dans le champ de pesanteur

Rappels :

Comme $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ et $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

Considérons un boulet de canon tiré au point B de coordonnées (0 ; d) à la date $t_0 = 0$. Le référentiel terrestre est supposé galiléen. La position du boulet est repéré à chaque instant par son centre de gravité G dans le repère (O, x, y)



D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire :

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = m\vec{a}}$$

En supposant que le boulet est en chute libre, on aura alors : $\Sigma\vec{F} = \vec{P} = m\vec{a}$

$$\Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a} \qquad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g} \qquad \text{Donc : } \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Comme le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, le vecteur vitesse est une primitive du vecteur accélération.

Ainsi, on **intègre** le vecteur accélération pour trouver le vecteur vitesse :

$$\vec{v}\begin{pmatrix} v_x = c \\ v_y = -gt + c' \end{pmatrix}$$

Dérivation *Dérivation*

Position Vitesse Accélération

Intégration *Intégration*

On regarde les conditions initiales pour déterminer les constantes

Or à $t = 0$, on a $\vec{v}\begin{pmatrix} v_0 \cos\theta \\ v_0 \sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -g \times 0 + c' \end{pmatrix}$ donc $c = v_0 \cos\theta$ et $c' = v_0 \sin\theta$.

D'où : $\vec{v}\begin{pmatrix} v_0\cos\theta \\ -gt + v_0\sin\theta \end{pmatrix}$

Comme le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, le vecteur position est une primitive du vecteur vitesse.

Ainsi, on **intègre** le vecteur vitesse pour trouver le vecteur position :

$\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} v_0\cos\theta \times t + c \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\theta \times t + c' \end{pmatrix}$ Même chose, on regarde les conditions initiales

Or à t = 0, le boulet G est en B (0 ; d) donc $c = 0$ et $c' = d$

D'où : $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} v_0\cos\theta \times t + 0 \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\theta \times t + d \end{pmatrix}$

A noter : Ce mouvement est plan car l'une des coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ ne dépend pas du temps.

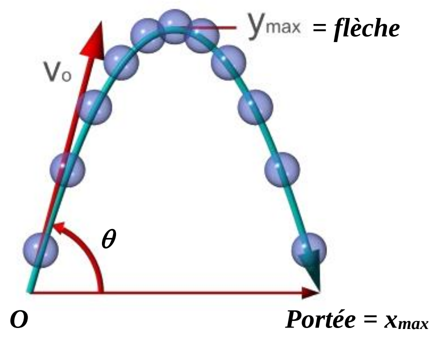
En exprimant y en fonction de x on obtient l'équation de la trajectoire $y(x)$:

$x(t) = v_0\cos\theta \times t \quad \Leftrightarrow \quad t = \dfrac{x}{v_0\cos\theta}$

En remplaçant dans $y(t)$, on obtient : $y(x) = -\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x}{v_0\cos\theta}\right)^2 + v_0\sin\theta \times \dfrac{x}{v_0\cos\theta} + d$

Soit, en simplifiant : $\boxed{y(x) = -\dfrac{g}{2\times v_0^2\cos^2\theta} \times x^2 + \tan\theta \times x + d}$

Equation de la trajectoire



A noter :
Cette trajectoire est une parabole car son équation est du type : $y(x) = ax^2 + bx + c$

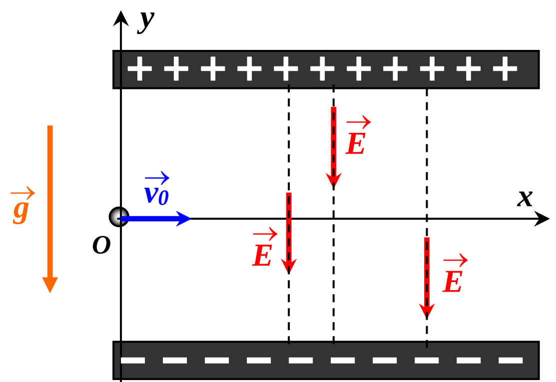
III. Mouvement dans un champ électrique uniforme

Soit une particule ponctuelle G de charge q et de masse m placée dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$.

Système étudié : particule G

Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

Inventaire des forces extérieures :



- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- la force électrique $\vec{F_e} = q \cdot \vec{E}$
- les forces de frottement de l'air $\vec{f} = k \cdot \vec{v}$
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = \rho_{air} \cdot V \cdot \vec{g}$

Avec V le volume de la particule, v sa vitesse, k une constante et ρ_{air} la masse volumique de l'air.

D'après la deuxième loi de Newton :

$\Sigma\vec{F} = \vec{F_e} = m\vec{a}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{pmatrix} 0 \\ -qE \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ D'où : $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{-qE}{m} \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -\dfrac{qE}{m} \end{pmatrix}$ En **intégrant** , on trouve le vecteur vitesse $\vec{v}\begin{pmatrix} cste \\ -\dfrac{qE}{m} \cdot t + cste' \end{pmatrix}$ Or à $t = 0$, le vecteur vitesse s'écrit : $\vec{v_0}\begin{pmatrix} cste \\ -\dfrac{qE}{m} \times 0 + cste' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cste \\ cste' \end{pmatrix}$

D'autre part, d'après l'énoncé, le vecteur vitesse initial s'écrit aussi $\vec{v_0}\begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix}$

D'où : $cste = v_0$ et $cste' = 0$

Donc $\vec{v}\begin{pmatrix} v_0 \\ -\dfrac{qE}{m} \cdot t \end{pmatrix}$ En **intégrant** , on trouve le vecteur position : $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} v_0 t + cste \\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m} \cdot t^2 + cste' \end{pmatrix}$

Or à $t = 0$, le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} 0 \times t + cste \\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m} \times 0^2 + cste' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cste \\ cste' \end{pmatrix}$ Et d'après l'énoncé la particule est en O à l'origine du temps, donc $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ D'où : $cste = cste' = 0$ Donc : $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} v_0 t \\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m} \cdot t^2 \end{pmatrix}$

Ainsi**,** les équations horaires de la position sont :

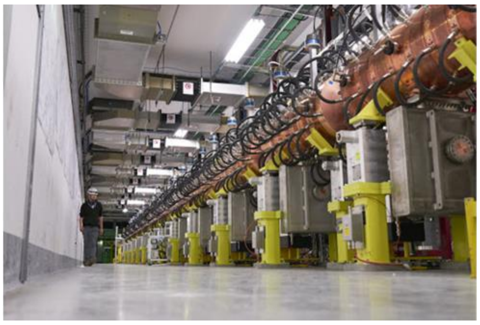
$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= v_0 t \\ y(t) &= -\frac{qE}{2m} \times t^2 \end{aligned}}$$

Et l'équation de la trajectoire est :

$$\boxed{y(x) = -\frac{qE}{2m \cdot {v_0}^2} \times x^2}$$

Cette trajectoire est aussi une parabole car son équation est du type :
$y(x) = ax^2 + bx + c$

Applications : les accélérateurs



Les accélérateurs de particules ont été inventés pour produire des particules chargées à grande vitesse (et donc de grande énergie) permettant à l'époque de sonder la structure du noyau des atomes.
Aujourd'hui, on utilise des accélérateurs linéaires de particules pour produire des rayons X utiles en médecine (imagerie médicale), ou dans l'industrie (contrôle non destructif de pièces, inspection de bagages, conteneurs…).
Les accélérateurs les plus grands et les plus puissants sont réservés à la recherche en physique fondamentale. Ces accélérateurs accélèrent des faisceaux de particules chargées (protons, électrons, positrons, …) à l'aide de champs électriques à des vitesses très élevées, proches de celle de la lumière, en les focalisent au moyen de champs magnétiques. Un accélérateur peut être en forme d'anneau (accélérateur circulaire), ou en ligne droite (accélérateur linéaire). Dans le premier cas, les faisceaux circulent en boucle, dans le deuxième, ils vont d'une extrémité de l'accélérateur à l'autre.
Au moment de l'impact avec la cible, lorsque les particules incidentes sont suffisamment énergétiques, il se produit un phénomène qui défie le sens commun : l'énergie de la collision se transforme en matière. Elle se matérialise sous forme de particules, dont les plus massives existaient dans l'Univers primordial. Ce phénomène, qui ne prévaut que dans l'infiniment petit, est décrit par la célèbre équation d'Einstein $E = mc^2$: la matière est une forme concentrée d'énergie et les deux sont interchangeables.

Le Grand Collisionneur de Hadrons LHC, l'accélérateur le plus puissant au monde (27 km de circonférence - 13 TeV), propulse ainsi des protons qui forment la matière que nous connaissons à une énergie de 6,5 TeV. Accélérés à une vitesse proche de la lumière, ils percutent d'autres protons accélérés en sens inverse. Ces collisions génèrent des particules massives, comme le boson de Higgs ou le quark top. La mesure de leurs propriétés permet de comprendre la matière et les origines de l'Univers. Ces particules massives n'existent qu'un instant fugace et ne sont pas observées directement. Elles se transforment instantanément en particules plus légères, qui se désintègrent à leur tour. Les particules issues des désintégrations successives sont identifiées dans les couches de grands détecteurs.

Détecteur Atlas du LHC

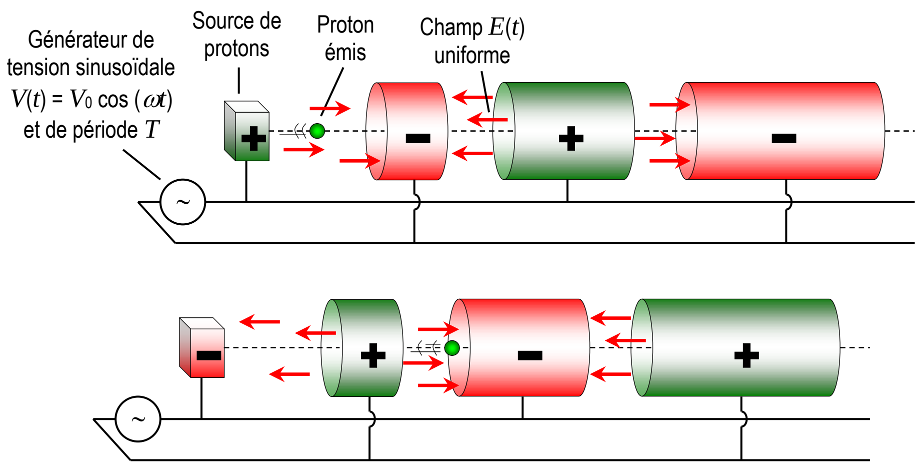
Source : https://home.cern/fr/science/accelerators

Principe d'un accélérateur linéaire

A la date $t = 0$, un proton est émis par la source. Attiré par l'électrode négative en forme de cylindre creux juste devant lui, et simultanément repoussé par la source elle-même, le proton accélère dans un champ électromagnétique uniforme mais variant dans le temps de manière sinusoïdale, car il subit une force électrostatique égale à :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F} = e \cdot \vec{E}$$

A la date $t = T/2$, lorsque le proton arrive au centre de la première électrode, la tension de toutes les électrodes devient momentanément nulle. Le proton n'est sur l'instant plus accéléré mais il poursuit son chemin entrainé par son inertie.



Mais, aussitôt, la polarité de chaque électrode s'inverse et leur tension augmente.

L'électrode contenant momentanément le proton devenant positive, elle expulse ce dernier de plus en plus fort vers l'avant. En même temps, l'électrode suivante étant devenue négative, elle attire le proton vers elle. Finalement, le proton ressort de la première électrode en étant à nouveau accéléré par un champ E uniforme.

Si le principe des accélérateurs linéaires est simple, la mise en pratique est complexe. Pour commencer, la particule chargée (ion ou électron) attirée par une électrode, doit aussi être repoussée par la précédente. Cela signifie que deux électrodes consécutives doivent être constamment à des potentiels opposés, et qu'il faut inverser les tensions à chaque fois que la particule passe d'une électrode à la suivante. Il faut donc inverser la tension au bon moment pour que les impulsions s'ajoutent toutes : on parle alors d'accélérateur « résonant ». Comme les particules accélérées vont de plus en plus vite alors que le temps de parcours entre deux électrodes successives reste le même ($T/2$), les électrodes doivent donc être de plus en plus longues.

III. Aspect énergétique

1. L'énergie potentielle

Tout système physique plongé dans un champ dispose alors d'une énergie potentielle s'il possède la grandeur physique qui le couple à ce champ.

Exemples :
- dans le cas du champ de pesanteur, cette grandeur est la masse
- dans le cas du champ électrique, cette grandeur est la charge électrique.
- dans le cas d'un champ magnétique, cette grandeur est le moment magnétique de l'aimant

Energie potentielle de pesanteur : $\boxed{E_{PP} = mgh}$

E en J
m en kg
g en N/kg
h en m

Energie potentielle électrique : $\boxed{E_{Pél} = qV}$

E en J
q en C
V en V

2. L'énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un système est l'énergie qu'il possède du fait de sa vitesse par rapport à un référentiel donné. Sa valeur dépend donc elle aussi de la référence choisie.

Energie cinetique : $\boxed{E_C = \frac{1}{2}mv^2}$

E en J
m en kg
v en m/s

A noter :

Cette expression est valable pour tout système non relativiste, c'est-à-dire pour tout système ayant une vitesse telle que $v < 0{,}1\ c$.

Dans le cas contraire, on utilise alors la formule plus générale :

$$E_C = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \times mc^2 \quad \Leftrightarrow \quad E_C = (\gamma - 1) \cdot mc^2$$

Exercice :

Calculer la variation de l'énergie cinétique d'une voiture de masse 1,2 t dans le référentiel terrestre lorsqu'elle passe de 100 à 0 km/h et préciser ce qu'est devenue cette énergie.

3. L'énergie mécanique

L'énergie mécanique d'un système est la somme des énergies macroscopiques de ce système.

Energie mécanique : $\boxed{E_m = E_C + \Sigma E_P}$

> *A retenir :*
> Un système uniquement soumis à son poids est dit en chute libre.

L'énergie mécanique d'un système se conserve s'il n'y a pas de perte (par frottement par exemple) ou de gain (moteur) d'énergie.

Exercice :

Une pomme de rayon r = 4,0 cm et e masse m = 220 g tombe d'une branche située à h = 6,7 m du sol. On prendra g = 10 N/kg et ρair=1,2kg/m^3.

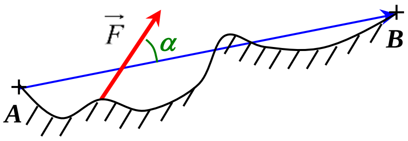
a) En ne négligeant aucune force, faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la pomme durant sa chute.
b) Calculer la valeur du poids P et de la poussée d'Archimède Π qui s'exercent sur la pomme.
c) En supposant que seul le poids ne soit pas négligeable, déterminer l'expression littérale de la vitesse d'impact v_F de la pomme avec le sol dans le référentiel terrestre. Calculer sa valeur.
d) A quelles conditions peut-on considérer qu'un objet est en chute libre dans l'atmosphère de la Terre ?
e) Représenter de manière qualitative l'évolution des énergies mécanique, cinétique et potentielle d'une pomme en chute libre.

4. Travail d'une force

Le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force $\vec{F}$ **constante** dont le point d'application se déplace de A vers B est égal au produit scalaire $\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}$

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\alpha}$$

F en N
AB en m
W en J



A noter :

- Le travail d'une force peut être positif, nul ou négatif selon la valeur de l'angle entre cette force et son vecteur déplacement.
- Le travail pour une force conservative ne dépend pas du trajet empreinté par le point d'application pour aller de A à B. C'est pour cette raison que l'on choisit alors de prendre le trajet direct AB dans le calcul du travail.
- Si le travail est positif, on parle de travail moteur, s'il est négatif, on parle de travail résistant.

Théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique d'un système matériel en mouvement entre deux points A et B est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures qui lui sont appliquées lors de ce déplacement.

$$\boxed{\Delta E_C = \Sigma W_{AB}(\vec{F})}$$

Exercice :

Une voiture de masse m = 1,40 t, libérée en A avec une vitesse initialement nulle, descend sans freiner et moteur éteint une pente rectiligne de longueur AB = 500 m et de dénivelé h = 50,0 m.

a) En négligeant les forces de frottement et en tenant compte du fait que l'énergie mécanique de la voiture se conserve donc, calculer sa vitesse en km/h lorsqu'elle passe par B.
b) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la voiture dans ce cas de figure.
c) Calculer la variation de l'énergie cinétique de la voiture lors de ce trajet.
d) Calculer le travail du poids. Que remarque-t-on ?

Lorsqu'on reproduit réellement cette expérience, la voiture franchit B avec une vitesse de 87,5 km/h.

e) Quelle force peut expliquer la différence entre la vitesse de la voiture calculée précédemment et la vitesse réellement observée ?
f) Donner l'expression du travail de cette force notée f que l'on supposera constante durant la descente.
g) En tenant compte de la remarque faite de la question d, retrouver la valeur de cette force.