Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Линейная алгебра

Матрицы. Матрицы. Виды матриц. Транспонирование. Сложение матриц и умножение матрицы на число, свойства этих операций. Умножение матриц, свойства умножения. Степень матрицы с натуральным показателем. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы. Приведение матрицы к треугольному виду.

Определители. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства. Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Различные способы вычисления определителей. Теорема Лапласа.

Обратная матрица, ее существование и вычисление.

Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

Векторная алгебра

Векторы на плоскости и в пространстве. Понятие вектора. Координаты вектора. Длина вектора. Линейные операции над векторами в векторной форме. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора в базисе.

Системы координат. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в прямоугольной декартовой системе координат. Линейные операции над векторами в координатной форме. Длина вектора в координатах. Полярная система координат.

Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Скалярное произведение векторов в геометрической и координатной форме, его свойства и физический смысл. Угол между двумя векторами и формула косинуса. Условие ортогональности двух векторов. Векторное его произведение векторов в геометрической и координатной формах. Свойства произведения И его геометрический смысл. Смешанное произведение векторов в векторной и координатной формах, его свойства и геометрический смысл. Правая и левая тройки векторов. Критерий компланарности трех векторов.

Аналитическая геометрия

Прямая и плоскость. Прямая на плоскости: различные виды уравнений. Плоскость в пространстве: различные виды уравнений. Прямая в пространстве: различные виды уравнений. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Кривые 2-го порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола: канонические уравнение, характеристики, изображения.

Поверхности 2-го порядка. Эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, конус, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, цилиндры (эллиптический, гиперболический, параболический вид уравнений поверхностей и их изображение.

Линейные пространства. Линейные операторы

Линейные пространства. Линейные пространства. Подпространство. Линейная зависимость и линейная независимость векторов, базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора.

Линейные операторы. Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Действия над линейными операторами.

Собственные векторы и собственные значения матриц. Собственные векторы и собственные значения матриц. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен матрицы. Преобразование координат вектора и матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.