Tema 1 (III) - Matrices y sistemas de ecuaciones lineales (2^{a} parte)

1. Hallar todos los vectores columna $\mathbf{x}$ tales que $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. *a)* En los casos siguientes, usando transformaciones elementales, hallar (cuando sea posible) A^{-1}.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Descomponer A en producto de matrices elementales (cuando sea posible).

3. Usar la factorización LU de A para resolver el sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ en los siguientes casos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 6 & -14 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ 6 & -3 & 8 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

4. Aplicando las leyes de Kirchhoff, hallar los datos que faltan en cada circuito.