Feynman’s proof of the Maxwell equations

Freeman J. Dyson

Narges Safari

402100872

Sharif University of Technology

Summer 1404

https://doi.org/10.1119/1.16188

https://doi.org/10.1119/1.16921

پیش زمینه تاریخی: فاینمن این اثبات را در سال ۱۹۴۸ کشف کرد اما هرگز آن را منتشر نکرد. نویسنده مقاله، فریمن جی. دایسون، آن را پس از سال‌ها به یاد آورده و برای انتشار ارائه کرده است. در آن زمان، بسیاری از فیزیکدانان بزرگ مانند یوکاوا، بورن و هایزنبرگ به دنبال اصلاحات اساسی در فیزیک بودند و فاینمن نیز در حال بررسی جایگزین‌هایی برای مکانیک کوانتومی استاندارد بود.

هدف فاینمن: فاینمن قصد نداشت معادلات ماکسول را دوباره اثبات کند، بلکه می‌خواست با حداقل مفروضات ممکن، نظریه‌ای جدید کشف کند. او به دنبال مدل‌های فیزیکی بود که با لاگرانژی‌ها و همیلتونی‌های معمول قابل توصیف نباشند. او فکر می‌کرد که مفروضات استاندارد (مانند رابطه جابجایی بین موقعیت و تکانه) محدودکننده هستند و به همین دلیل، اثبات خود را با مفروضات کمتری آغاز کرد.

فرضیات فاینمن:

۱.قانون حرکت نیوتن برای یک ذره غیرنسبیتی:

$$(1)\ m\ddot{x}_j = F_j(x, \dot{x}, t)$$

این معادله می‌گوید که جرم یک ذره ضرب در شتاب آن، برابر با نیرویی است که به آن وارد می‌شود. این فرض اساسی مکانیک کلاسیک است که فاینمن برای شروع اثبات خود از آن استفاده کرده است.

۲.روابط جابجایی:

$$(2)\ [x_j, x_k] = 0$$

این معادله به روابط جابجایی (Commutation Relations) در مکانیک کوانتومی مربوط می‌شود.

عملگر [A,B] (Operator) به صورت AB−BA تعریف می‌شود. اگر [A,B]=0 باشد، می‌گوییم A و B با هم جابجا می‌شوند.

این یعنی عملگرهای موقعیت در جهات مختلف با هم جابجا می‌شوند. به عبارت ساده، ترتیب اندازه‌گیری مؤلفه‌های مختلف موقعیت ذره اهمیتی ندارد. اگر ابتدا مختصات x را اندازه‌گیری کنید و بعد y را، یا برعکس، نتیجه نهایی یکسان خواهد بود. این یک فرض استاندارد در مکانیک کوانتومی است که موقعیت یک خاصیت کلاسیک دارد (یعنی می‌توان آن را بدون توجه به سایر مؤلفه‌های موقعیت اندازه‌گیری کرد).

$$(3)\ m[x_j, \dot{x}_k] = i\hbar\delta_{jk}$$

این نیز یک رابطه جابجایی کوانتومی است و هسته اصلی استدلال فاینمن را تشکیل می‌دهد. این معادله رابطه‌ای بین موقعیت و سرعت ذره برقرار می‌کند.

با استفاده از تعریف دلتای کرونکر این معادله بیان می‌کند که موقعیت و سرعت یک ذره در یک جهت با یکدیگر جابجا نمی‌شوند (ترتیب اندازه‌گیری مهم است و عدم قطعیت وجود دارد)، اما در جهات مختلف با یکدیگر جابجا می‌شوند .این رابطه اساساً نسخه فاینمن از عدم قطعیت کوانتومی بین موقعیت و سرعت است.

۳.معادلات ماکسول(به عنوان تعریف اولیه میدان‌ها):

$$(4)\ \nabla . H = 0$$

$$(5)\ \nabla \times E + \frac{\partial H}{\partial t} = 0$$

روند اثبات:

$$\left[x_j, F_k\right] = \left[x_j, m\ddot{x}_k\right]$$

$$\left[A, \frac{dB}{dt}\right] = \frac{d}{dt}[A, B] - [\frac{dA}{dt}, B]$$

اگر x_j=A و $\dot{x}_k$=B باشد آنگاه:

$$\left[x_j, \ddot{x}_k\right] = \frac{d}{dt}\left[x_j, \dot{x}_k\right] - \left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]$$

با استفاده از معادله (3):

$$\left[x_j, \ddot{x}_k\right] = \frac{d}{dt}(\frac{i\bar{h}}{m}\delta_{jk}) - \left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{i\bar{h}}{m}\delta_{jk}\right) = 0$$

$$\left[x_j, \ddot{x}_k\right] = -\left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]$$

با استفاده از خاصیت خطی جابجایی‌گرها:

$$\left[x_j, F_k\right] = m\left[x_j, \ddot{x}_k\right]$$

$$\left[x_j, F_k\right] = -m\left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]$$

و در نهایت:

$$(6)\ \left[x_j, F_k\right] + m\left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right] = 0$$

اتحاد ژاکوبی:

$$\left[A, [B, C]\right] + \left[B, [C, A]\right] + \left[C, [A, B]\right] = 0$$

با استفاده از مقادیر $A = x_i$ و $B = \dot{x}_j$ و $C = \dot{x}_k$:

$$(7)\ \left[x_i, \left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]\right] + \left[\dot{x}_j, \left[\dot{x}_k, x_i\right]\right] + \left[\dot{x}_k, \left[x_i, \dot{x}_j\right]\right] = 0$$

با استفاده از معادله (3) و خاصیت پادمتقارنی جابجایی‌گرها:

$$\left[\dot{x}_k, x_j\right] = -\left[x_j, \dot{x}_k\right] = -\frac{i\hbar}{m}\delta_{jk}$$

و با استفاده از معادله (6) :

$$\left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right] = -\frac{1}{m}\left[x_j, F_k\right]$$

با جایگذاری عبارت بالا در جمله اول اتحاد ژاکوبی و خارج کردن عبارت ثابت از داخل جابجایی‌گرها:

$$-\frac{1}{m}\left[x_i, \left[x_j, F_k\right]\right]$$

با استفاده از معادله (3) و جایگذاری در جمله دوم اتحاد ژاکوبی:

$$\left[\dot{x}_j, -\frac{i\hbar}{m}\delta_{jk}\right]$$

از آنجایی که $-\frac{i\hbar}{m}\delta_{jk}$ ثابت است، جابجایی‌گر هر عملگری با یک ثابت همیشه صفر است.

برای جمله سوم هم دقیقا همانند جمله دوم و در نهایت:

$$-\frac{1}{m}\left[x_i, \left[x_j, F_k\right]\right] = 0$$

و با ضرب طرفین در $-m$:

$$(8)\ \left[x_i, \left[x_j, F_k\right]\right] = 0$$

با استفاده از خاصیت پادمتقارنی جابجایی‌گرها و تعویض اندیس‌ها و معادله (6) :

$$(9)\ [x_j, F_k] = -[x_k, F_j]$$

معادله زیر تعریفی برای میدان H است:

$$(10)\ [x_j, F_k] = -(\frac{i\bar{h}}{m})\varepsilon_{jkl}H_l$$

با استفاده از معادله (10) و جایگذاری در معادله (8) و خارج کردن ثابت از جابجایی‌گر:

$$[x_l, \varepsilon_{jks}H_s] = 0$$

از آنجایی که این روابط برای هر $l \in \{1,2,3\}$ برقرار است میتوانیم نتیجه بگیریم برای هر l و m:

$$(11)\ [x_l, H_m] = 0$$

که به این معنی است که عملگرهای مولفه های میدان H با عملگرهای مولفه های موقعیت x جابجا میشوند. در مکانیک کوانتومی، این نشان میدهد که H یک تابع از موقعیت (x) و زمان (t) است و به تکانه $\dot{x}$ یا p بستگی ندارد.

بیان دیگر معادله نیروی لورنتس:

$$F_j = E_j + \varepsilon_{jkl}\dot{x}_k H_l$$

با استفاده از خاصیت خطی بودن جابجایی گرها:

$$[A, B - C] = [A, B] - [A, C]$$

$$[x_m, E_j] = [x_m, F_j - \varepsilon_{jkl}\dot{x}_k H_l] = [x_m, F_j] - [x_m, \varepsilon_{jkl}\dot{x}_k H_l]$$

در جمله دوم با بیرون آوردن ثابت از داخل جابجایی گر و استفاده از قاعده ضرب جابجایی گرها:

$$[A, BC] = [A, B]C + B[A, C]$$

$$\varepsilon_{jkl}([x_m, \dot{x}_k]H_l + \dot{x}_k[x_m, H_l])$$

و با استفاده از معادله (11) میفهمیم که جمله دوم درون پرانتز صفر میشود.

همچنین با استفاده از معادله (3) جمله دوم به صورت زیر در می آید:

$$\varepsilon_{jkl}(\frac{i\bar{h}}{m}\delta_{mk}H_l)$$

وجود δ_{mk} به این معنی است که تنها زمانی که m=k باشد این عبارت غیرصفر است. پس میتوانیم k را با m جایگزین کنیم:

$$\left[x_m, \varepsilon_{jkl}\dot{x}_k H_l\right] = \frac{i\bar{h}}{m}\varepsilon_{jml}H_l$$

و با استفاده از معادله (10) و خاصیت پادمتقارنی نماد لوی-چیویتا جمله اول معادله ی بالاتر به صورت زیر در می آید:

$$\left[x_m, F_j\right] = (\frac{i\bar{h}}{m})\varepsilon_{jml}H_l$$

و در نهایت:

$$\left[x_m, E_j\right] = \left(\frac{i\bar{h}}{m}\right)\varepsilon_{jml}H_l - \left(\frac{i\bar{h}}{m}\right)\varepsilon_{jml}H_l = 0$$

$$(12)\ \left[x_m, E_j\right] = 0$$

این اثبات نشان می‌دهد که مؤلفه‌های میدان الکتریکی (E) نیز مانند میدان مغناطیسی (H) با مؤلفه‌های موقعیت جابجا می‌شوند، به این معنی که E نیز فقط تابعی ازx و t است.

حالا با استفاده از معادله (6) و (10) :

$$m\left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right] = (\frac{i\bar{h}}{m})\varepsilon_{jkl}H_l$$

و با استفاده از خاصیت نماد لوی-چیویتا ($\varepsilon_{jkl}\varepsilon_{jkm} = 2\delta_{lm}$) و ضرب دو طرف معادله در ε_{pqm} :

$$\sum\nolimits_{p,q}\varepsilon_{pqm}m\left[\dot{x}_p, \dot{x}_q\right] = \sum\nolimits_{p,q}\varepsilon_{pqm}\,(\frac{i\bar{h}}{m})\varepsilon_{pql}H_l$$

سمت راست معادله به صورت زیر در می آید:

$$\sum\nolimits_{p,q}\varepsilon_{pqm}\left(\frac{i\bar{h}}{m}\right)\varepsilon_{pql}H_l = \left(\frac{i\bar{h}}{m}\right)\sum\nolimits_{l}(2\delta_{ml}\,H_l)$$

و برای زمانی که m=l :

$$\sum\nolimits_{p,q}\varepsilon_{pqm}m\left[\dot{x}_p, \dot{x}_q\right] = 2\left(\frac{i\bar{h}}{m}\right)H_m$$

و با حل معادله بالا برای H_m و از آنجایی که $1/_i = -i$:

$$H_m = -\left(\frac{im^2}{2\bar{h}}\right)\sum\nolimits_{p,q} \varepsilon_{pqm}\left[\dot{x}_p, \dot{x}_q\right]$$

$$(13)\ H_l = -\left(\frac{im^2}{2\bar{h}}\right)\varepsilon_{jkl}\left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]$$

این اثبات نشان می‌دهد که مؤلفه‌های میدان H چگونه به جابجایی‌گرهای سرعت مرتبط هستند.

با استفاده از اتحاد ژاکوبی زیر:

$$\left[A, [B, C]\right] + \left[B, [C, A]\right] + \left[C, [A, B]\right] = 0$$

و جایگذاری مقادیر زیر در اتحاد بالا:

$$\dot{x}_l = A\ , \dot{x}_j = B\ , \dot{x}_k = C$$

$$\left[\dot{x}_l, \left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]\right] + \left[\dot{x}_j, \left[\dot{x}_k, \dot{x}_l\right]\right] + \left[\dot{x}_k, \left[\dot{x}_l, \dot{x}_j\right]\right] = 0$$

حالا هر سه جمله این معادله را در ε_{jkl} ضرب میکنیم و روی اندیس های تکراری جمع میزنیم:

$$\sum\nolimits_{jkl} \varepsilon_{jkl}\left[\dot{x}_l, \left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]\right] + \sum\nolimits_{jkl} \varepsilon_{jkl}\left[\dot{x}_j, \left[\dot{x}_k, \dot{x}_l\right]\right] + \sum\nolimits_{jkl} \varepsilon_{jkl}\left[\dot{x}_k, \left[\dot{x}_l, \dot{x}_j\right]\right] = 0$$

ما می‌دانیم که نماد لوی-چیویتا دارای خاصیت تقارن چرخشی است: $\varepsilon_{jkl} = \varepsilon_{klj} = \varepsilon_{ljk}$

با جاگزین کردن ε_{jkl} با ε_{klj} و تغییر اندیس ها به صورت چرخشی جمله دوم دقیقا شبیه به جمله اول میشود و با جاگزین کردن ε_{jkl} با ε_{ljk} و تغییر اندیس ها به صورت چرخشی جمله سوم نیز دقیقا مشابه جمله اول میشود پس:

$$3\varepsilon_{jkl}\left[\dot{x}_l, \left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]\right] = 0$$

$$(14)\ \varepsilon_{jkl}\left[\dot{x}_l, \left[\dot{x}_j, \dot{x}_k\right]\right] = 0$$

و در نهایت با استفاده از معادله (13) و (14) معادله زیر را بدست می آوریم:

$$\left[\dot{x}_l, H_l\right] = 0$$

با استفاده از تعریف H_l در معادله (13) و جایگذاری در معادله بالا و بیرون آوردن ثابت از آن:

$$[\dot{x}_l, H_l] = -(\frac{im^2}{2\bar{h}})[\dot{x}_l, \varepsilon_{jkl}[\dot{x}_j, \dot{x}_k]]$$

و با توجه به صفر بودن عبارت داخل جابجایی گر:

$$(15)\ [\dot{x}_l, H_l] = 0$$

در مکانیک کوانتومی عملگر سرعت به صورت زیر تعریف میشود:

$$\dot{x}_l = -\frac{i\bar{h}}{m}\frac{\partial}{\partial x_l}$$

$$[\dot{x}_l, H_l] = \left[-\frac{i\bar{h}}{m}\frac{\partial}{\partial x_l}, H_l\right]$$

که در این حالت به معنای اعمال عملگر مشتق بر H_l است و معادل است با:

$$\sum_{l=1}^{3}(-\frac{i\bar{h}}{m}\frac{\partial H_l}{\partial x_l}) = 0$$

$$\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial H_l}{\partial x_l} = \frac{\partial H_1}{\partial x_1} + \frac{\partial H_2}{\partial x_2} + \frac{\partial H_3}{\partial x_3} = 0$$

این معادله از دیدگاه عملگری در مکانیک کوانتومی، به طور مستقیم به معنای صفر بودن واگرایی میدان مغناطیسی است یعنی:

$$\nabla . H = 0$$

که همان معادله ماکسول (4) است.

و در ادامه برای اثبات معادله ماکسول (5) با استفاده از معادله (13) و مشتق گرفتن از آن:

$$\frac{dH_l}{dt} = \frac{\partial H_l}{\partial t} + \dot{x}_m \frac{\partial H_l}{\partial x_m}$$

(میدان H فقط به مکان و زمان وابسته است)

حالا با مشتق گیری از سمت راست معادله:

$$\frac{d}{dt}\left(-\left(\frac{im^2}{2\bar{h}}\right)\varepsilon_{jkl}[\dot{x}_j, \dot{x}_k]\right) = -(\frac{im^2}{2\bar{h}})\varepsilon_{jkl}\frac{d}{dt}[\dot{x}_j, \dot{x}_k]$$

همچنین با استفاده از قاعده مشتق زمانی جابجایی گرها:

$$\frac{d}{dt}[A,B] = [\dot{A},B] + [A,\dot{B}]$$

$$\frac{d}{dt}[\dot{x}_j,\dot{x}_k] = [\ddot{x}_j,\dot{x}_k] + [\dot{x}_j,\ddot{x}_k]$$

پس:

$$\frac{dH_l}{dt} = -\left(\frac{im^2}{2\bar{h}}\right)\varepsilon_{jkl}\left([\ddot{x}_j,\dot{x}_k] + [\dot{x}_j,\ddot{x}_k]\right)$$

با استفاده از خاصیت ضدتقارنی ε_{jkl} میتوان 2 را حذف کرد و در نهایت نوشت:

$$\varepsilon_{jkl}\left([\ddot{x}_j,\dot{x}_k] + [\dot{x}_j,\ddot{x}_k]\right) = 2\varepsilon_{jkl}[\ddot{x}_j,\dot{x}_k]$$

$$(16)\ \ \frac{\partial H_l}{\partial t} + \dot{x}_m\frac{\partial H_l}{\partial x_m} = -\left(\frac{im^2}{\bar{h}}\right)\varepsilon_{jkl}[\ddot{x}_j,\dot{x}_k]$$

با استفاده از معادله نیروی لورنتس:

$$F_j = E_j + \varepsilon_{jmn}\dot{x}_m H_n$$

و معادله (1) در سمت راست معادله (16) و چایگذاری در معادله بالا :

$$= -\left(\frac{im}{\bar{h}}\right)\varepsilon_{jkl}[F_j,\dot{x}_k]$$

$$= -\left(\frac{im}{\bar{h}}\right)\varepsilon_{jkl}[E_j + \varepsilon_{jmn}\dot{x}_m H_n,\dot{x}_k] = -\left(\frac{im}{\bar{h}}\right)\varepsilon_{jkl}\left([E_j,\dot{x}_k] + [\varepsilon_{jmn}\dot{x}_m H_n,\dot{x}_k]\right)$$

با بیرون آوردن ثابت از جمله دوم و استفاده از هویت دوگانه لوی-چیویتا و اعمال دلتای کرونکر:

$$\varepsilon_{jkl}\varepsilon_{jmn} = \delta_{km}\delta_{ln} - \delta_{kn}\delta_{lm}$$

$$\varepsilon_{jkl}\varepsilon_{jmn}[\dot{x}_m H_n,\dot{x}_k] = [\dot{x}_k H_l,\dot{x}_k] - [\dot{x}_l H_k,\dot{x}_k]$$

پس در نهایت:

$$= -\left(\frac{im}{\bar{h}}\right)\left(\varepsilon_{jkl}[E_j,\dot{x}_k] + [\dot{x}_k H_l,\dot{x}_k] - [\dot{x}_l H_k,\dot{x}_k]\right)$$

در مکانیک کوانتومی و همانطور که بالاتر گفته شد:

$$[A(x), \dot{x}_k] = \frac{i\bar{h}}{m}\frac{\partial A}{\partial x_k}$$

پس ترم اول معادله بالا به صورت:

$$[E_j, \dot{x}_k] = \frac{i\bar{h}}{m}\frac{\partial E_j}{\partial x_k}$$

$$= -i^2 \varepsilon_{jkl}\frac{\partial E_j}{\partial x_k} = \varepsilon_{jkl}\frac{\partial E_j}{\partial x_k}$$

ترم دوم معادله بالا به صورت:

$$[\dot{x}_k H_l, \dot{x}_k] = \dot{x}_k[H_l, \dot{x}_k] + H_l[\dot{x}_k, \dot{x}_k]$$

جمله دوم عبارت بالا صفر است و در ادامه:

$$[H_l, \dot{x}_k] = \frac{i\bar{h}}{m}\frac{\partial H_l}{\partial x_k}$$

$$= -i^2 \dot{x}_k\frac{\partial H_l}{\partial x_k} = \dot{x}_k\frac{\partial H_l}{\partial x_k}$$

و ترم سوم معادله بالا به صورت:

$$= \left(\frac{im}{\bar{h}}\right)[\dot{x}_l H_k, \dot{x}_k] = \left(\frac{im}{\bar{h}}\right)(\dot{x}_l[H_k, \dot{x}_k] + H_k[\dot{x}_l, \dot{x}_k])$$

$$[H_k, \dot{x}_k] = \frac{i\bar{h}}{m}\frac{\partial H_k}{\partial x_k}$$

$$= i^2 \dot{x}_l\frac{\partial H_k}{\partial x_k} = -\dot{x}_l\frac{\partial H_k}{\partial x_k}$$

و در نهایت:

$$(17) \quad = \varepsilon_{jkl}\frac{\partial E_j}{\partial x_k} + \dot{x}_k\frac{\partial H_l}{\partial x_k} - \dot{x}_l\frac{\partial H_k}{\partial x_k} + \left(\frac{im}{\bar{h}}\right)H_k[\dot{x}_l, \dot{x}_k]$$

با برابر قرار دادن معادله (16) و (17) :

$$\frac{\partial H_l}{\partial t} + \dot{x}_m\frac{\partial H_l}{\partial x_m} = \varepsilon_{jkl}\frac{\partial E_j}{\partial x_k} + \dot{x}_k\frac{\partial H_l}{\partial x_k} - \dot{x}_l\frac{\partial H_k}{\partial x_k} + \left(\frac{im}{\bar{h}}\right)H_k[\dot{x}_l, \dot{x}_k]$$

جمله آخر سمت راست به دلیل تقارن برابر با صفر است.

با استفاده از معادله ماکسول (4) و اثباتی که در بالاتر گفتیم جمله سوم نیز برابر با صفر است.

جمله دوم هر دو طرف معادله نیز با یکدیگر برابرند و ساده میشوند.

و در نهایت:

$$(18)\ \frac{\partial H_l}{\partial t} = \varepsilon_{jkl}\frac{\partial E_j}{\partial x_k}$$

و با استفاده از خاصیت $\varepsilon_{jkl} = -\varepsilon_{lkj}$ معادله بالا دقیقا برابر است با :

$$\nabla \times E + \frac{\partial H}{\partial t} = 0$$

که همان معادله ماکسول (5) است.

در نهایت فاینمن به دنبال چه چیزی بود؟

فاینمن به دنبال یک کشف بنیادی بود: اثبات معادلات ماکسول (قوانین کلاسیک الکترومغناطیس) از دل اصول بنیادین مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی. این ایده به خودی خود شگفت‌انگیز است و به نوعی یک "معجزه" تلقی می‌شود.

وحدت بخشی بنیادی: در زمان فاینمن، مکانیک کوانتومی و الکترومغناطیس کلاسیک به عنوان دو ستون مجزا از فیزیک در نظر گرفته می‌شدند. فاینمن به دنبال نشان دادن این بود که اگر شما اصول کوانتوم مکانیک (مانند روابط جابجایی عملگرهای مکان و تکانه) را بپذیرید و فرض کنید ذرات باردار با نوعی "میدان" برهم‌کنش دارند، آنگاه قوانین حاکم بر آن میدان (یعنی معادلات ماکسول) ناگزیر از همین اصول کوانتومی نتیجه می‌شوند.

طبیعت استنتاجی، نه استقرایی: این به معنای آن است که معادلات ماکسول، لزوماً قوانینی نیستند که صرفاً از مشاهدات تجربی استخراج شده باشند (استقرا)، بلکه می‌توان آن‌ها را از یک پایه نظری عمیق‌تر و بنیادی‌تر (مکانیک کوانتومی) استنتاج کرد. این بینش، عمق و زیبایی خاصی به فیزیک نظری می‌بخشد.

میدان به عنوان پدیده ای برآمده: این اثبات نشان می‌دهد که میدان‌های الکترومغناطیسی و پویایی آن‌ها (آنطور که معادلات ماکسول توصیف می‌کنند)، پدیده‌هایی برآمده (emergent phenomena) از رفتار کوانتومی ذرات هستند، نه اینکه صرفاً خواص مستقل و اولیه جهان باشند.

چرا فاینمن آن را یک "شکست" می‌دانست؟

عدم دستیابی به فیزیک جدید: فاینمن به دنبال کشف یک نظریه جدید بود، نه بازآفرینی نظریه‌های قدیمی .او امیدوار بود که با شروع از فرض‌های محدودتر خود و اجتناب از مفروضات استانداردتر مانند وجود تکانه و لاگرانژی، بتواند به مدل‌های فیزیکی جدیدی برسد که با همیلتونی‌ها و لاگرانژی‌های معمولی قابل توصیف نباشند.

اثبات نشان داد که "به فیزیک جدیدی منجر نمی‌شوند": اثبات معادلات ماکسول به فاینمن نشان داد که مفروضات اولیه او (یعنی قانون نیوتن برای حرکت و رابطه جابجایی بین مکان و سرعت یک ذره) در نهایت به همان فیزیک استاندارد الکترومغناطیس منجر می‌شوند که قبلاً از روش‌های دیگر شناخته شده بود. به عبارت دیگر، مسیری که او در حال کاوش آن بود، "بن‌بست" بود و به "فیزیک جدیدی" که امیدش را داشت، ختم نمی‌شد.

اما اگرچه فاینمن آن را یک شکست می‌دانست، دایسون با این دیدگاه مخالف است. او معتقد است که این اثبات هنوز ارزش انتشار را دارد.

همچنین ریچارد هیوز در مقاله ای دیگر، اثبات فاینمن برای معادلات ماکسول را تحلیل می‌کند و به نتایج مهمی می‌رسد:

۱.عمومیت نتیجه، فراتر از الکترومغناطیس:

هیوز استدلال می‌کند که اثبات فاینمن منحصر به برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی نیست.

در واقع، این اثبات بیشتر یک بازآفرینی از محدودیت‌ها و قیوداتی است که بر نیروهای تعمیم‌یافته وابسته به سرعت تحمیل می‌شود تا بتوان آن‌ها را در یک فرمالیسم لاگرانژی متعارف جای داد .به عبارت دیگر، هر نیروی وابسته به سرعتی که از یک لاگرانژی/همیلتونی متعارف قابل استخراج باشد، باید شکلی مشابه نیروی لورنتس (یا معادلات ماکسول) داشته باشد.

۲.مشابهت در مکانیک کلاسیک:

هیوز نشان می‌دهد که نسخه‌ای از این نتیجه در مکانیک کلاسیک نیز صادق است. این بدان معناست که شکل خاص نیروی لورنتس و ارتباط آن با پتانسیل‌ها، نه یک ویژگی صرفاً کوانتومی است و نه منحصر به الکترومغناطیس، بلکه نتیجه ساختار خود مکانیک متعارف است.

۳.مثال‌هایی از عمومیت:

برای اثبات این عمومیت، هیوز مثال‌هایی مانند حرکت ذره در قاب مرجع غیر اینرسی (که نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز را شامل می‌شود) یا در میدان گرانشی ضعیف را بررسی می‌کند. او نشان می‌دهد که نیروهای حاکم بر این سیستم‌ها نیز وابسته به سرعت هستند و می‌توان آن‌ها را در یک چارچوب لاگرانژی مشابه توصیف کرد و به محدودیت‌های یکسانی که اثبات فاینمن نشان می‌دهد، منجر می‌شوند.

۴.تأیید دلیل "شکست" فاینمن:

دیدگاه هیوز به خوبی توضیح می‌دهد که چرا فاینمن اثبات خود را "شکست" می‌دانست. فاینمن به دنبال کشف فیزیک جدیدی بود که از حداقل مفروضاتش نشأت بگیرد و از چارچوب‌های استاندارد فراتر رود. اما نتیجه نهایی، به جای یک کشف منحصر به فرد در الکترومغناطیس، صرفاً نشان داد که مفروضات او به همان ساختار کلی نیروهای قابل توصیف در مکانیک متعارف (چه کلاسیک و چه کوانتومی) منجر می‌شوند.

گرچه هیوز اثبات‌های ریاضیاتی دقیق‌تری را برای بسط دیدگاه خود ارائه کرده است، این اثباتها خارج از حوصله و محدوده این بحث خواهد بود. لذا، به همین توضیحات مفهومی ارائه شده اکتفا میکنیم.