

# POLITECHNIKA ŚLĄSKA w Gliwicach

---

WYDZIAŁ INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ

Sprawozdanie z przedmiotu  
uzupełniającego

## Numeryczne metody rozwiązywania równań różniczkowych

Wykonali: Kamila Kupidura, IwM

Gliwice, 28 kwietnia 2011

## **Spis treści**

<b>1</b>	<b>Cel ćwiczenia</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Wykonane zadania</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Wnioski</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Załączniki</b>	<b>4</b>

## 1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia była implementacja metod numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych I rzędu.

## 2 Wykonane zadania

Laboratorium obejmowało dwie części, pierwsza obejmowała metody jednokrokowe, natomiast druga to implementacja metod wielokrokowych. Wykonane w trakcie ćwiczeń metody mają na celu znalezienie przybliżonego rozwiązania, którym jest funkcja badanego równania.

Metody jednokrokowe do obliczenia  $x$  w kolejnym kroku  $t$  wykorzystują tylko wartości  $x$  z poprzedniego kroku (np. metoda Eulera, metoda Rungego-Kutty).

Metody wielokrokowe wykorzystują wartości  $x$  z kilku kroków wstecz (np. metoda Adamsa-Bashforda, metoda Adamsa-Stromera).

Rozwiązanie równań wyznaczamy w przedziale  $[t_0, t_f]$ , który dzielimy na  $N$  przedziałów o długości:

$$h = \frac{t_f - t_0}{N} \quad (1)$$

Wielkość  $h$  nazywamy długością kroku. Ustalamy  $t_k$  dla  $k=1, \dots, N$

## 3 Wnioski

Najprostszy algorytm Eulera polega na przybliżaniu krzywej przy pomocy prostych stycznych w kolejnych oddalonych od siebie o pewną odległość  $h$ . Wykorzystywana jest tylko informacja dostępna w bieżącym punkcie, np. w punkcie startowym danym przez warunek początkowy. Dokładność obliczeń zależy od wartości  $h$ . Jeżeli  $h \rightarrow 0$  to wynik teoretycznie jest zbieżny do wartości dokładnej, jednak należy pamiętać o błędach. Wadą algorytmu Eulera jest kumulacja błędów w kolejnych krokach i konieczność stosowania małych kroków symulacji, z powodu niedokładnego oszacowania kierunku pierwszej pochodnej. W zmodyfikowanej metodzie Eulera błąd będzie mniejszy gdyż w kolejnych krokach analizujemy punkty odległe o  $\frac{h}{2}$ , nie jak we wcześniejszym przypadku o  $h$ .

Algorytm Rungego-Kutty wykorzystuje dodatkową informację w pośrednich punktach próbnych. Przybliżenie rozwiązania jest uśrednieniem wartości wynikających ze wszystkich punktów próbnych. Ilość punktów próbnych decyduje o rzędzie metody. Dzięki wykorzystaniu dużej liczby informacji o funkcji Metoda Rungego-Kutty rzędu 4 pozwala otrzymać najdokładniejsze wyniki wśród metod samostartujących, nawet dla dużych wartości  $h$ . Metoda rzędu 2 wykorzystuje mniej informacji o funkcji – zatem jest też mniej dokładna.

Algorytm RK jest najczęściej wykorzystywany w symulacjach zjawisk dynamicznych zachodzących w systemach.

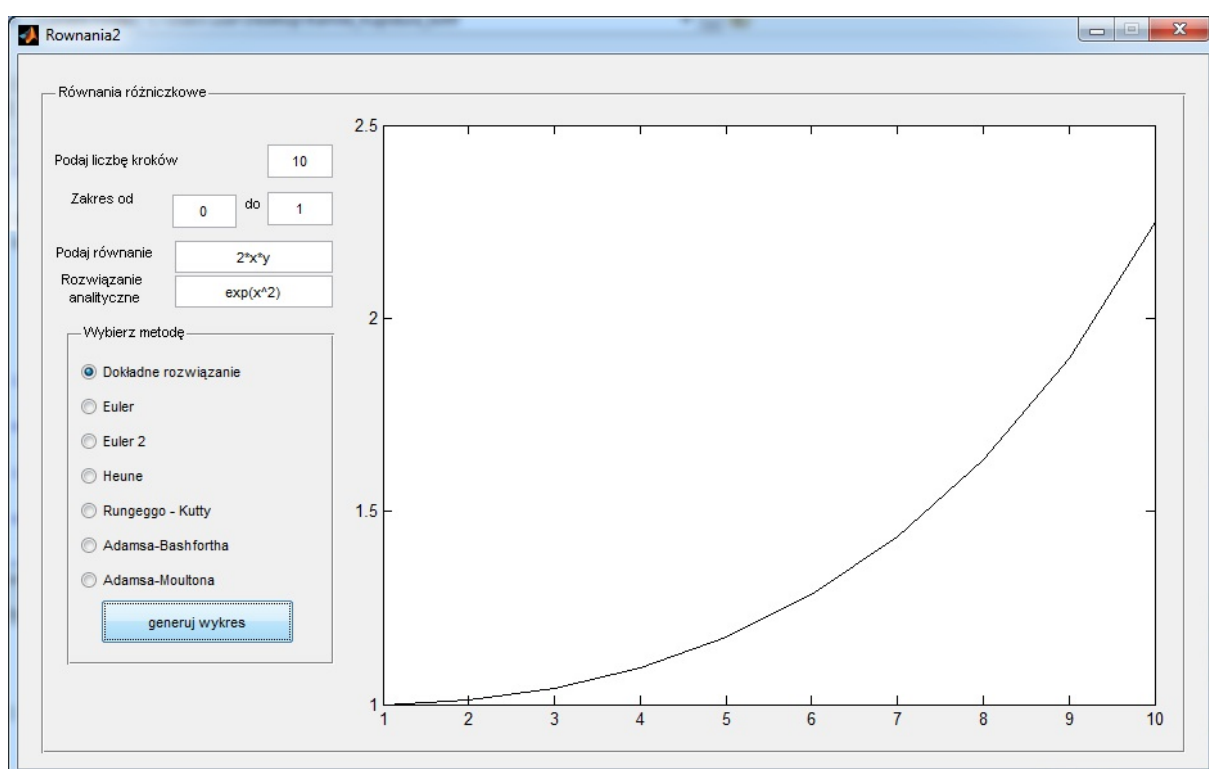
Metoda Adamsa-Bashfortha ma charakter ekstrapolacyjny, tzn. nie mają równania uwikłanego. Metoda Adamsa-Moultona to metoda interpolacyjna, wykorzystuje informację o pochodnej w szacowanym punkcie startu, wymaga więc rozwiązania uwikłanego.

Do wystartowania tych metod kilka pierwszych wartości stanu wyznacza się metodą samostartującą, np. Eulera lub RK.

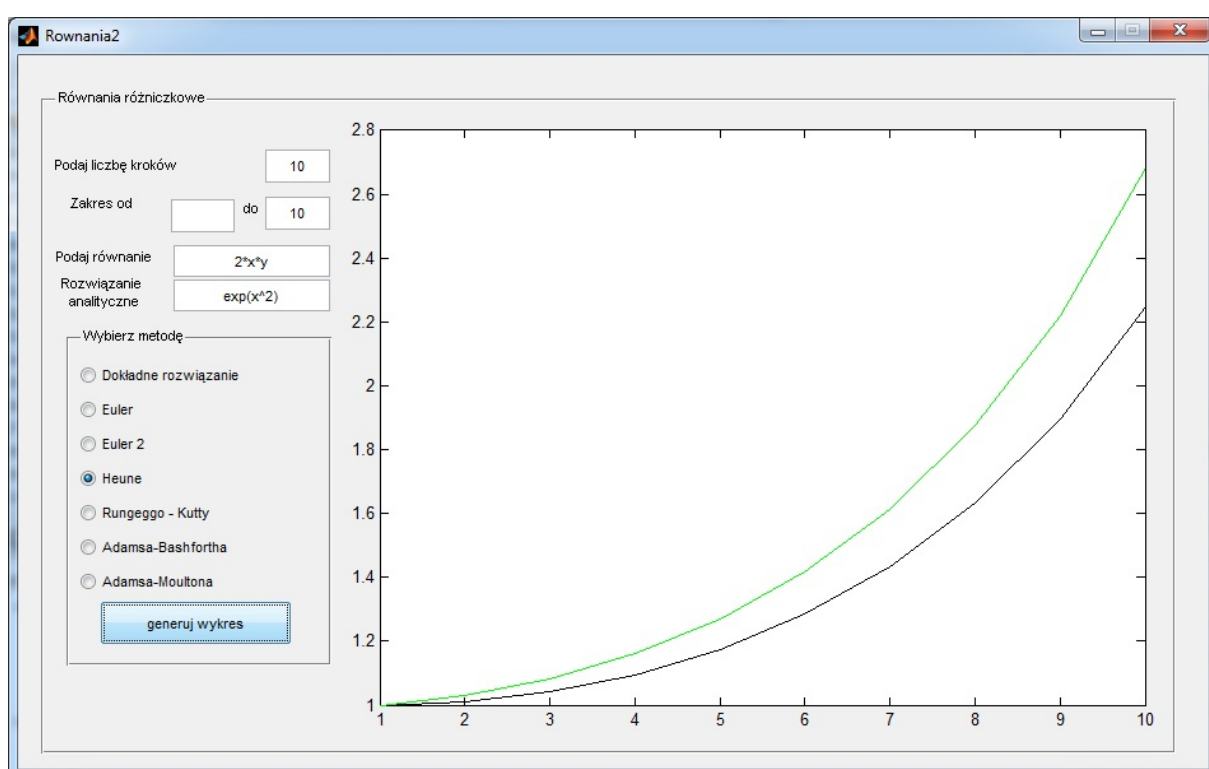
Dokładność danej metody zależy przede wszystkim od ilości informacji wykorzystywanych w danej metodzie. Algorytmy oparte na znajomości wartości w więcej niż jednym punkcie lub dodatkowo na znajomości wartości pochodnych prowadzą do dokładniejszych rozwiązań.

## 4 Załączniki

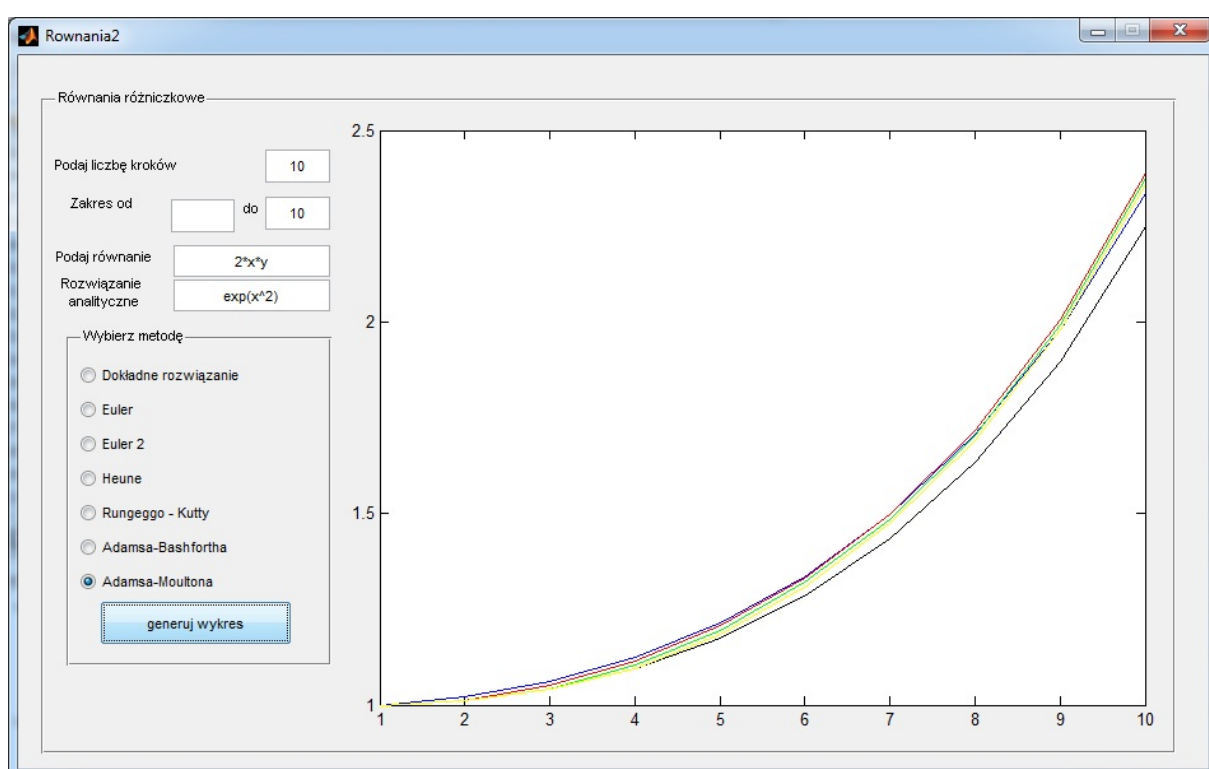
W załączniku do sprawozdania m-file z kodem programu, oraz aplikacja okienkowa.



Rys. 1: Aplikacja okienkowa, przykład rozwiązania dokładnego



Rys. 2: Metoda jednokrokowa i rozwiązanie dokładne



Rys. 3: Metoda wielokrokowa i rozwiązanie dokładne