# HW1

Dima Nartov

September 2022

## 1 Task 1

Если $f_1(n) = \mathcal{O}(g_1(n))$ и $f_2(n) = \mathcal{O}(g_2(n))$, то $f_1(n) + f_2(n) = \mathcal{O}(g_1(n) + g_2(n))$.
$f_1(n) \leq c_1 \cdot g_1(n)$
$f_2(n) \leq c_2 \cdot g_2(n)$
$f_1(n) + f_2(n) \leq c_3 \cdot (g_1(n) + g_2(n))$
$c_1 \cdot g_1(n) + c_2 \cdot g_2(n) \leq c_3 \cdot (g_1(n) + g_2(n))$ При $c_3 = c_1 + c_2$ имеем верно равенство - утверждение доказано.

## 2 Task 2

$\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$
$c_1 \cdot (f(n) + g(n)) \leq \max(f(n), g(n)) \leq c_2 \cdot (f(n) + g(n))$
При $c_1 = \frac{1}{2}$ и $c_2 = 1$ утверждение верно, так максимум - дает максимальное из двух, следовательно второе число либо равно, либо меньше. Наибольшую сумму мы будем получать, если $f(n) = g(n)$, поэтому поделив на 2, мы получим имеено максимум. Точно также оцениваем сверху.

## 3 Task 3

$\sum\limits_{i=1}^{n+5} 2^i = \frac{2(2^{(n+5)}-1)}{2-1} = 2^{(n+6)} - 2$
$2^{(n+6)} - 2 = \mathcal{O}(2^n)$
$2^{(n+6)} - 2 \leq c \cdot 2^n$ При $2^7$ получаем верное равенство!

## 4 Task 4

$\frac{n^3}{6} - 7n^2 = \Omega(n^3)$
$\frac{n^3}{6} - 7n^2 \geq c \cdot n^3$
$c \geq \frac{42-n}{6n}$ Всегда существует положительное $c$, значит утверждение доказано!

## 5 Task 5

$1$, $(\frac{3}{2})^2$, $n^{\frac{1}{\log n}}$, $\log\log n$, $\sqrt{\log n}$, $\log^2 n$, $(\sqrt{2})^{\log n}$, $n$, $2^{\log n}$, $\log(n!)$, $n \log n$, $n^2$, $4^{\log n}$, $n^3$, $(\log n)!$, $n^{\log\log n}$, $(\log n)^{\log n}$, $n \cdot 2^n$, $e^n$, $n!$, $(n+1)!$, $2^{2^n}$, $2^{2^{n+1}}$