فصل دوازدهم

انتیگرال

قبل بر اینکه بر مفهوم انتیگرال وارد شویم میخواهیم بدانید زمانیکه مساحت سطح که توسط یک منحنی گراف تابع $y = f(x)$ که در یک انتروال بسته $[a, b]$ متمادی و تعریف گردیده است و دارای شکل هندسی نمی باشد چطور قابل ملاحظه می باشد؟ تیوری این نوع محاسبه اولاً توسط ارشمیدس و بعداً به کمک انتیگرال توسط علمای دیگر مانند برنولی ، نیوتن ، لایبنز ، کوشی ، مالکورین ... دنبال گردید است انتروال بسته $[a, b]$ منحنی تابع مذکور را به n مستطیل ها تقسیم می نماییم طوریکه عرض مستطیل ها از رابطه $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ و طول این مستطیل ها عبارت از قیمت تابع در همان نقطه می باشد پس (با در نظر مجموع ریمان این مجوع عبارت از $\sum_{i=1}^{n}\left(f\left(x_i\right)\cdot \Delta x\right)$ بوده که اگر از مجموعه مذکور لیمت بگیریم یعنی $\lim_{x\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left(f\left(x_i\right)\cdot \Delta x\right)$ می توان مساحت سطح را که توسط منحنی احاطه گردیده دریافت نماییم.

پس می توان گفت انتیگرال عبارت از تابع است که مشتق آن معین می باشد و یا به عبارۀ دیگر انتیگرال عبارت از لیمت مجموعۀ عددی است (مجموع ریمان را انتیگرال می نامند) که به وسیله علامه ($\int$) ارائه می گردد. یعنی:

$$\lim_{x\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left(f\left(x_i\right)\cdot\Delta x\right)=\int f(x)dx$$

که در رابطه فوق $f(x)$ را تابع و dx را متغیر انتیگرال گیری نظر به متحول x می گویند.

انتیگرال ها معمولاً بدو نوع اند : انتیگرال غیر معین و انتیگرال معین که هر یک را توضیح می نماییم.

انتیگرال غیر معین:

تعریف: هرگاه تابع $f(x)$ در انتروال بسته $[a,b]$ تعریف و $F(x)$ یک تابع اولیه از $f(x)$ باشد ، ست توابع $f(x)+C$ (درحالیکه C یک عدد ثابت اختیاری است) بنام انتیگرال غیر معین از تابع $f(x)$ گفته می شود ، و چنین ارایه می گردد.

$$\int f(x)dx=F(x)+C$$

خواص اولیه انتیگرال غیر معین:

1. در صورتیکه K یک عدد ثابت باشد ، داریم که:

$$\int Kdx=K\int dx=Kx+c$$

2. در صورتیکه $n\neq-1$ باشد ، داریم که:

$$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$$

3. در حالیکه K یک عدد ثابت و $f(x)$ یک تابع را ارایه نماید ، داریم که:

$$\int K\cdot f(x)dx=K\int f(x)dx$$

4. هرگاه $f(x)$ و $g(x)$ توابع را ارائه نمایند ، پس حاصل جمع و حاصل تفریق آنها تحت انتیگرال عبارت از:

$$\int\left(f(x)\pm g(x)\right)dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$$

5. انتیگرال ترادف توابع مساوی است به مجموع انتیگرال هر حد آن ، یعنی:

$$\int [f_1(x)+f_2(x)+\cdots+f_n(x)]dx=\int f_1(x)dx+\int f_2(x)dx+\cdots+\int f_n(x)dx$$

به خاطر داشته باشید که:

1) $\int f(x)\cdot g(x)dx \neq \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$

2) $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx \neq \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}, g(x)\neq 0$

انتیگرال های اساسی: با در نظر داشت مشتقات توابع ، انتیگرال بعضی توابع اساسی را بحیث اولین منبع انتیگرال گیری برای ساده ترین شکل راه حل سوالات انتیگرال قرار ذیل در نظر گرفت.

1) $\int k dx = kx + c$

2) $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c$ $\int u^a du = \frac{u^{a+1}}{a+1} + c, a \neq -1$

3) $\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$ $\int \frac{du}{u} = \ln u + c, u \neq 0$

4) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$ $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c, a > 1$

5) $\int e^x dx = e^x + c$ $\int e^u du = e^u + c$

6) $\int \cos x dx = \sin x + c$ $\int \cos u du = \sin u + c$

7) $\int \sin x dx = -\cos x + c$ $\int \sin u du = -\cos u + c$

8) $\int \tan x dx = \ln|\sec x| + c$ $\int \tan u du = \ln|\sec u| + c$

9) $\int \sin^2 u du = \frac{1}{2}u - \frac{1}{4}\sin 2u + c$

10) $\int \frac{du}{\cos^2 u} = \tan u + c$

11) $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\cot u + c$

12) $\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin u + c$

13) $\int \frac{du}{1+u^2} = \arctan u + c$

14) $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm 1}} = \ln\left(\left|u + \sqrt{u^2 \pm 1}\right|\right) + c$

15) $\int \frac{du}{u^2 - 1} = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{u-1}{u+1}\right| + c$

16) $\int xe^{-ax} dx = -\frac{1}{a^2}(ax+1)e^{-ax} + c$

17) $\int x^2 e^{-ax} dx = -\frac{1}{a^3}\left(a^2x^2 + 2ax + 2\right)e^{-ax} + c$

18) $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \ln\left(u + \sqrt{u^2 + a^2}\right) + c$

19) $\int \frac{xdx}{\left(x^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{\left(x^2 + a^2\right)^{\frac{1}{2}}} + c$

20) $\int \frac{dx}{\left(x^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a^2\left(x^2 + a^2\right)^{\frac{1}{2}}} + c$

21) $\int \frac{xdx}{x + d} = x - d\left(\ln x + d\right) + c$

انتیگرال گیری بوسیله تعویض: با درنظر داشت مشتق توابع مرکب یعنی:

$$\frac{dF(g(x))}{dx} = F^{`}(g(x)) \cdot g^{`}(x)$$

می توان انتیگرال آنرا چنین نوشت:

$$\int F^{`}(g(x)) \cdot g^{`}(x) dx = F(g(x)) + c$$

رابطه اخیر که اساس انتیگرال گیری بوسیله تعویض را بیان می نماید طوریکه اگر $g(x) = u, F^{`} = f$ تعویض گردد ، پس $du = g^{`}(x) \cdot dx$ خواهد گردید ، بناً می توان نوشت:

$$\int f(g(x)) \cdot g^{`}(x) dx = \int f(u) du = F(u) + c = F(g(x)) + c$$

بناً در این طریقه توجه گردد که متحول تابع تحت انتیگرال از جنس یک متحول مناسب طوری تعویض گردد که انتیگرال مربوط آن نظر به متحول جدید پیشبینی شده بتواند که باید بعد از دریافت انتیگرال ، متحول قبلی در تابع اولیه مجدداً گذاشته شود.

انتیگرال های قسمی: با استفاده از مشتق حاصل ضرب دو تابع $u = f(x)$ و $v = g(x)$ می توان نوشت:

$$(u \cdot v)^{`} = u^{`} \cdot v + u \cdot v^{`}$$
$$v^{`} \cdot u = (u \cdot v)^{`} - u^{`} \cdot v$$
$$\int v^{`} \cdot u dx = \int (u \cdot v)^{`} - \int u^{`} \cdot v dx$$
$$\Rightarrow \int u dv = u \cdot v - \int v du$$

محاسبه انتیگرال بوسیله کسور قسمی: با استفاده از تجزیه کسر ها به کسور قسمی آن که قبلاً مطالعه نمودیم ، می توان انتیگرال بعضی از توابع را به چند انتیگرال تبدیل نموده و به حل آن اقدام نماییم ، بطور مثال:

1) $\int \frac{x+5}{x^2+4}dx = ?$

$$\Rightarrow \int \frac{x+5}{x^2+4}dx = \int \left(\frac{x}{x^2+4}+\frac{5}{x^2+4}\right)dx = \underbrace{\int \frac{xdx}{x^2+4}}_{I_1} + \underbrace{\int \frac{5dx}{x^2+4}}_{I_2}$$

$$I_1 = \int \frac{xdx}{x^2+4} = ?$$

$$\left.\begin{array}{l} u = x^2+4 \\ du = 2xdx \\ \frac{du}{2} = xdx \end{array}\right\} \Rightarrow \int \frac{xdx}{x^2+4} = \int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c_1$$

$$= \int \frac{xdx}{x^2+4} = \frac{1}{2}\ln\left|x^2+4\right| + c_1$$

$$I_2 = \int \frac{5dx}{x^2+4} = ?$$

$$\Rightarrow \int \frac{5dx}{x^2+4} = 5\int \frac{dx}{4\left(\left(\frac{x}{2}\right)^2+1\right)} = \frac{5}{4}\int \frac{dx}{\left(\frac{x}{2}\right)^2+1}$$

$$\left.\begin{array}{l} u = \frac{x}{2} \\ du = \frac{1}{2}dx \\ dx = 2du \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{5}{4}\int \frac{dx}{\left(\frac{x}{2}\right)^2+1} = \frac{5}{4}\int \frac{2du}{u^2+1} = \frac{5}{2}\int \frac{du}{u^2+1} = \frac{5}{2}\arctan u + c_2$$

$$= \int \frac{5dx}{x^2+4}dx = \frac{5}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c_2$$

$$\Rightarrow \int \frac{x+5}{x^2+4}dx = I_1 + I_2$$

$$\Rightarrow \int \frac{x+5}{x^2+4}dx = \frac{1}{2}\ln\left|x^2+4\right| + \frac{5}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

انتیگرال معین: لیمت مجموع ریمان تابع $f(x)$ در انتروال بسته $[a,b]$ زمانیکه $n \to \infty$ و بزرگترین طول انتروال های فرعی Δx به طرف صفر تقرب نماید ، انتیگرال معین تابع $f(x)$ از $x = a$ الی $x = b$ یاد می گردد ،

یعنی:

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \cdot \Delta x = \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

که a را سرحد پایینی و b را سرحد بالایی انتیگرال مذکور می نامند.

خواص انتیگرال معین:

1) $\int_a^a f(x)dx = 0$

2) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

3) $\int_a^b K \cdot f(x)dx = K\int_a^b f(x)dx, K = cons\tan t$

4) $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

5) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

6) $m \le f(x) \le M \Rightarrow m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$

مثال 1: قیمت انتیگرال ذیل را دریابید؟

$$\int_1^3 5x^2 dx = ?$$

$$\int_1^3 5x^2 dx = 5\int_1^3 x^2 dx = 5 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1}|_1^3 = \frac{5}{3}x^3 |_1^3 = \frac{5}{3}(3^3 - 1^3) = \frac{5}{3}(27-1) = \frac{130}{3} = 43.3$$

سوالات

1. $\int \frac{\ln^2 x^8 dx}{\ln^2 x^4}$ مساوی است به:

1) $\frac{1}{2}\ln^2 x^8 + c$ 2) $4x + c$ 3) $2x + c$ 4) $\frac{1}{2}\ln x^4 + c$.

2. $\int \sqrt{3^x}3^x dx$ مساوی است به:

1) $5\sqrt[3]{3^x}$ 2) $\frac{2}{3}\left(\sqrt{3^x}\right)^3$

3) $\frac{2}{\ln 27}3^{2x}\sqrt{3^x} + c$ 4) $\frac{2\cdot 3^{x-1}}{\ln 3}\sqrt{3^x} + c$

3. انتیگرال $\int (ax^2 + x + 1)^5(2ax + 1)dx$ مساوی است به:

1) $-\frac{(ax^2+x+1)^6}{6} + c$ 2) $\frac{(ax^2+x+1)^2}{6} + c$

3) $\frac{(ax^2+x+1)^6}{6} + c$ 4) $\frac{(ax^2+x+1)^6}{6} + c$

4. $\int \frac{(x+2)^2-16}{x+6}dx$ مساوی است به:

1) $\frac{x^2}{2} - 6x + c$ 2) $-\frac{x^2-4x}{2} + c$

3) $-\frac{4x^2-x}{2} + c$ 4) $\frac{x^2}{2} + 6x + c$

5. $\int \tan x\, d(\tan x)$ مساوی است به:

1) $-\ln|\cos x| + c$ 2) $\frac{\tan^2 x}{2} + c$ 3) $\ln|\cos x| + c$ 4) $\tan^2 x = c$

.6 $\int \frac{(x^6-1)(x^6+1)}{x^8}dx$ مساوی است به:

1) $x^5 + x^{-7} + C$

2) $\frac{x^5}{5} + \frac{1}{7x^7} + C$

3) $x^5 - x^{-7} + C$

4) $\frac{x^5}{5} - \frac{1}{7x^7} + C$

.7 $\int 10^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x dx$ مساوی است به:

1) $\frac{5^x}{\ln 5} + C$

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x + C$

3) $\frac{10^x}{\ln 10} + C$

4. $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right) + C$

.8 $\int \sqrt{\tan x}\sec^2 x\, dx$ مساوی است به:

1) $\frac{2}{3}\tan x\sqrt{\tan x} + c$

2) $\frac{2}{3}\sqrt{\tan x^3 + c}$

3) $\frac{2}{3}\sqrt{\tan^3 x} + c$

4) $\frac{3}{2}\sqrt{\tan^3 x} + c$

.9 $\int \sin x^2\, d(x^2)$ مساوی است به:

1) $-\cos x^2 + c$

2) $\frac{\sin^2 x}{2} + c$

3) $-\cos^2 x + c$

4) $-\cos x + c$

.10 $\int e^x\sqrt{e^x + 2}\, dx$ مساوی است به:

1) $\frac{2e^x+4}{3}\sqrt{e^x + 2} + c$

2) $\frac{3}{2}\sqrt{(e^x + 2)3} + c$

3) $\frac{2}{5}\sqrt[3]{e^x + 3} + c$

4) $\frac{2}{3}e^x\sqrt{e^x + 2} + c$

.11 $\int xe^{x^2}dx$ مساوی است به:

1) $2xe^{x^2}+c$ 2) $\frac{1}{2}e^{x^2}+c$ 3) $-\frac{1}{2x}e^{x^2}+c$ 4) $\frac{1}{2x}e^{x^2}+c$

.12 حاصل انتیگرال $\int \tan^2 x\, dx$ مساوی است به:

1) $\tan x - x + c$ 2) $\tan x + x + c$ 3) $\tan x$ 4) $\cot x$

.13 $x > 0, \int e^{e^{\ln x}}dx$ مساوی است به:

1) $e^{\ln x}$ 2) $e^{\ln x}+c$

3) $\ln x e^{\ln x}+c$ 4) $\frac{1}{\ln x}e^{\ln x}+c$

.14 $\int \frac{dx}{\sqrt{x}csc\sqrt{x}}$ مساوی است به:

1) $\frac{2}{\sqrt{x}\csc\sqrt{x}}$ 2) $-\frac{1}{2\sec\sqrt{x}}+c$

3) $-\frac{2}{\sec\sqrt{x}}+c$ 4) $\frac{1}{2\sec\sqrt{x}}+c$

.15 $x \neq 1, x > 0, \int \frac{dx}{\log_x 7}$ مساوی است به:

1) $\frac{x}{\log_7 x}+c$ 2) $\frac{x}{\log_7\left(\frac{x}{c}\right)}+c$ 3) $x\log_{\frac{x}{3}}7+c$ 4) $x\log_7\frac{x}{e}+$

.16 $\int \ln 2x dx$ مساوی است به:

1) $x(\ln|2x|-1)+c$ 2) $2xln\ 2x+c$

3) $xln\ 2x+c$ 4) $xln(2x+1)+c$

.17 $\int \ln\left(\sqrt{x}\right)^7 dx$ مساوی است به:

1) $\frac{7}{2}x(\ln|x|-1)+C$

2) $-\frac{2}{7}x(\ln|x|-1)+C$

3) $\frac{2}{7}x(\ln|x|-1)+C$

4) $-\frac{7}{2}x(\ln|x|-1)+C$

.18 انتیگرال $\int_1^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{8}\right)dy$ مساوی است به:

1) 4

2) $\frac{\pi}{4}$

3) $\frac{\pi}{8}$

4) 1

.19 نتیگرال $\int_0^2 3^x dx$ مساوی است به:

1) $\frac{9}{\ln 3}$

2) $\frac{11}{\ln 3}$

3) $\frac{10}{\ln 3}$

4) $\frac{8}{\ln 3}$

.20 $\int_{\frac{4\pi}{8\sqrt{10}}}^{\frac{\pi}{\sqrt{40}}} dx$ مساوی است به:

1) 0

2) 1

3) -1

4) $\pi/\sqrt{40}$

.21 حاصل انتیگرال $\int_0^1 e^{-x}dx+\int_1^0 e^{-x}dx$ مساوی است به:

1) 1

2) 0

3) e^{-1}

4) $2e^{-1}$

.22 $\int_0^1 x^2(1+2x^3)^5 dx$ مساوی است به:

1) $\frac{183}{9}$

2) $\frac{184}{9}$

3) $\frac{182}{9}$

4) $\frac{180}{9}$

.23 حاصل $\int_{-2}^{-1}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)dx$ مساوی است به:

1) $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{5}{8}$ 3) $\frac{7}{8}$ 4) $\frac{9}{8}$

.24 اگر $\int_{8}^{12} f(x)dx = 7$ و $\int_{0}^{8} f(x)dx = 9$ باشد، پس $\int_{0}^{12} f(x)dx$ مساوی است به:

1) 18 2) 16 3) 17 4) 14

.25 $\int_{0}^{2}\frac{dx}{(3-2x)^2}$ مساوی است به:

1) $x=\frac{1}{3}$ 2) $x=\frac{1}{2}$ 3) $x=\frac{1}{5}$ 4) $x=-\frac{2}{3}$

.26 مساحت سطح محصور شده توسط دو منحنی

$f(x)=-x^2+4x+2$ و $g(x)=x^2-2x+2$ مساوی است به:

1) 16 2) 9 3) $\frac{1}{6}$ 4) $\frac{1}{5}$

.27 $\int_{e}^{\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin^2 x-\cos^2 x)}{\cos 2x}dx$ مساوی است به:

1) $-\pi$ 2) $-\frac{\pi}{2}$ 3) 2μ 4) 0

.28 مساحت محصور شده توسط منحنی $y=\frac{1}{5}-\frac{1}{5}x^2$ و محور x مساوی است به:

1) $\frac{4}{15}$ 2) $\frac{6}{15}$ 3) $\frac{15}{4}$ 4) $\frac{15}{6}$

29. اگر سطحی توسط دو منحنی $y_1 = y_1(x)$ و $y_2 = y_2(x)$ محصور شده باشد طوریکه $y_1 > y_2$ باشد، مساحت سطح مذکور از کدام رابطه دریافت می گردد؟

1) $A = \int_a^b (y_1 + y_2)dx$

2) $A = \int_a^b (y_2 - y_1)dx$

3) $A = \int_a^b (y_1 - y_2)dx$

4) $A = \int_a^b (y_2 - y_1)dx$

30. مساحت بین منحنی $y = \sin x$ و محور x و خطوط $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{4}$ عبارت است از:

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) $\sqrt{2}$

3) 2

4) $\frac{1}{2}$

31. مساحت سطحی که به منحنی $y = \frac{(x+1)^2}{4}$ در انتروال $[0,1]$ و بین محور x واقع است، مساوی است به:

1) $\frac{7}{12}$

2) 12

3) $\frac{5}{12}$

4) $\frac{1}{12}$

32. مساحت سطحی که به منحنی $y = \frac{(x+1)^2}{4}$ در انتروال $[0,1]$ و بین محور x واقع است، مساوی است به:

1) $\frac{7}{12}$

2) 12

3) $\frac{5}{12}$

4) $\frac{1}{12}$

33. حجم جسمی که از دوران مساحت بین منحنی $y = \sqrt{x}$ و خط $y = 2$ حول محور y به دست می آید مساوی است به:

1) $\frac{32}{5}\pi$

2) $\frac{1}{3}\pi$

3) $\frac{5}{3}\pi$

4) $\frac{2}{3}\pi$

34. حجم جسمی که از دوران مساحت بین منحنی $y = x^3$ و خط $y = 1$ حول محور y بدست می آید مساوی است به:

1) $\frac{3\pi}{5}$ 2) $\frac{3\pi}{10}$ 3) $\frac{3\pi}{15}$ 4) $\frac{3\pi}{4}$

35. حجم جسمی را که از دوران منحنی $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2$ و خط $y = 1$ به حول محور y به دست می آید عبارت است از:

1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\frac{3\pi}{2}$ 3) $\frac{2\pi}{5}$ 4) $\frac{5\pi}{2}$

36. حجم جسمی که از دوران منحنی $y = \left(\frac{x}{\sqrt{6}}\right)^2$ و خط $y = 1$ به حول محور y تشکیل می شود مساوی است به:

1) 2π 2) 3π 3) 5π 4) 4π

37. حجم جسم از دوران سطح تحت منحنی $y = \sin x$ در انتروال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ حول محور x عبارت است از:

1) $\frac{\pi^2}{4}$ 2) $\frac{\pi^2}{8}$ 3) $\frac{\pi^2}{2}$ 4) π^2

38. طول قوس تابع $x = \sqrt{3}y + 5$ در انتروال $[9,10]$ مساوی است به:

1) 2 2) 4 3) 3 4) 1

39. تغییرات متوسط تابع $f(x) = 10x^2 + 10$ در انتروال $[2,5]$ مساوی است به:

1) 72 2) 70 3) 80 4) 90

40. تغییرات متوسط تابع $f(x) = 100x + 100$ در انتروال $[1,2]$ مساوی است به:

1) 150 2) 100 3) 300 4) 1401

41. انتیگرال $\int \sin^3 x\, dx$ عبارت از:

1) $-\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x + c$
2) $-\cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x + c$
3) $\cos x + \frac{1}{3}\sin^3 x + c$
4) $\cos x - \sin^3 x + c$

42. انتیگرال $\int \cos^2 x\, dx$ عبارت از:

1) $\frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}x + c$
2) $\frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{2}x + c$
3) $\frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{2}x + c$
4) $\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{2}x + c$

43. هرگاه $\int x^2 \cdot f(x)dx = x^5 + 8x^3$ داده شده باشد قیمت $f'(1)$ عبارت از:

1) 5
2) 8
3) 10
4) 12

44. قیمت $\frac{d}{dx}\int(3^x + \ln x)dx$ عبارت از:

1) $3^x - \ln x$
2) $3^x + \ln x$
3) $3x - \ln x$
4) $3x + \ln x$

45. حاصل $\int[f(x)]^2 \cdot f'(x)dx$ عبارت از:

1) $[f(x)]^3 + c$
2) $\frac{1}{2}[f(x)]^3 + c$
3) $\frac{1}{3}[f(x)]^3 + c$
4) $\frac{1}{4}[f(x)]^3 + c$

46. هرگاه $F(x) = \int(x^2 - 1)e^{x^3-3x}dx$ و $F(\sqrt{3}) = 3$ باشد، در این صورت تابع $F(x)$ عبارت از:

1) $e^{x^2-3x} + \frac{3}{4}$
2) $\frac{1}{3}e^{x^3-3x} + \frac{8}{3}$
3) $(x^2 - 1)e^{x^2-1} + \frac{9}{4}$
4) $\frac{1}{3}e^{x^3-3x} + \frac{11}{3}$

.47 هرگاه $f(x)=\frac{2x}{x^2+5}$ و $f(1)=\frac{1}{3}$ و $\int d\left(\frac{2x}{x^2+5}\right)=\frac{3}{7}$ باشد، قیمت $\sum x$ عبارت از:

1) 4 2) $\frac{13}{3}$ 3) $\frac{14}{3}$ 4) 5

.48 هرگاه $\int f(2x+1)dx=3x^2-4x+5$ داده شده باشد، در این صورت $f(5)$ عبارت از:

1) 6 2) 7 3) 8 4) 10

.49 هرگاه $f(x)=\int \sin^3 x\cdot\cos^5 x\,dx$ داده شده باشد، در این صورت $f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ عبارت از:

1) 3 2) 2 3) 1 4) 0

.50 قیمت عددی انتیگرال معین $\int_{-4}^{1}|x+2|dx$ عبارت از:

1) $\frac{5}{2}$ 2) $\frac{7}{2}$ 3) $\frac{9}{2}$ 4) $\frac{13}{2}$

.51 قیمت عددی انتیگرال معین $\int_{-3}^{3}|x^2-4|dx$ عبارت از:

1) $\frac{46}{3}$ 2) $\frac{44}{3}$ 3) $\frac{38}{3}$ 4) $\frac{29}{3}$

.52 هرگاه $f(x)\begin{cases}x^{-1}, & x<e\\ x, & x\geq e\end{cases}$ داده شده باشد، در این صورت $\int_{1}^{3} f(x)dx$ عبارت از:

1) $\ln 3$ 2) $\ln 3+\frac{9}{2}$ 3) $\frac{1}{2}-e$ 4) $11-\frac{e^2}{2}$

.53 قیمت a در انتیگرال معین $\int_{0}^{1}(x^2+4x+a)dx=\frac{1}{3}$ عبارت از:

1) -3 2) -2 3) 2 4) 3

.54 هرگاه $\int_{2}^{16} f(x)dx=20$ و $\int_{6}^{16} f(x)dx=8$ باشد در این صورت $\int_{6}^{2} f(x)dx$ عبارت از:

1) -6 2) -12 3) 6 4) 12

.55 قیمت عددی انتیگرال معین $\int_{0}^{4} x^2\cdot \operatorname{sgn}(2x)dx$ عبارت از:

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{10}{3}$ 3) $\frac{64}{3}$ 4) $\frac{37}{3}$