فصل سوم

بخش معادلات

معادله الجبری: به مساوات الجبری گفته می شود که بنابر بعضی از قیمت های مجهول مربوط صدق نماید.

خواص معادله:

1) خاصیت انعکاسی $x \equiv x$

2) خاصیت تناظری $x = y \Leftrightarrow y = x$

3) خاصیت انتقالی $\left.\begin{matrix} x = y \\ y = z \end{matrix}\right\} \Rightarrow x = z$

4) اگر $x = y$ باشد ، پس

$$x + a = y + a$$
$$x - a = y - a$$

انواع معادلات الجبری: معادلات الجبری نظر به تعداد مجهول و درجه آن انواع مختلف دارند که بعضی آن ها قرار ذیل اند.

معادله یک مجهوله درجه اول: هرگاه a و b اعداد ثابت باشند (طوریکه $a \neq 0$) :

$$ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

معادلات قیمت مطلقه: در این نوع معادلات با استفاده تعریف قیمت مطلقه معادله را یکبار برای مثبت و بار دیگر منفی مطالعه می نماییم.

معادله دو مجهوله درجه اول: هرگاه b, a و c اعداد ثابت باشند (طوریکه $a,b \neq 0$) :

$$ax + by = c$$

سیستم معادلات دو مجهوله درجه اول (معادلات خطی):

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

توجه نمایید که گراف این نوع معادلات یک خط مستقیم می باشد.

مناقشه

1. هرگاه $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ باشد ، سیستم معادلات حل مشخص دارد . (خطوط مذکور در یک نقطه متقاطع اند)
2. هرگاه $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ باشد ، سیستم معادلات حل مشخص ندارد.

- هرگاه $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ باشد ، سیستم معادلات هیچ حل ندارد. (خطوط مذکور با هم موازی اند).
- هرگاه $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ باشد ، سیستم معادلات بی نهایت حل دارد. (خطوط مذکور با هم منطبق اند).

سیستم معادلات سه مجهوله درجه اول:

هرگاه $c\ ,b, a$ و d اعداد ثابت باشند ، سیستم معادلات سه مجهوله درجه اول به طور عموم قرار ذیل تعریف گردیده است.

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$$

حل سیستم معادلات دو مجهوله و سه مجهوله: می توان سیستم معادلات فوق الذکر را به طریقه های مساوی ساختن ضرایب (افنا) ، تعویض ، مساوات ، گراف ، متریکس و دیترمینانت حل نمود.

متریکس ها Matrixes: اشیاء اعداد و حروفی که به شکل سطری و ستونی به یک جدول مستطیلی ترتیب گردیده باشند متریکس نامیده می شود.

ترتیب متریکس: متریکسی که دارای m سطر و n ستون باشد متریکس $(m \times n)$ نامیده میشود. قابل یاد آوریست که متریکس $n\times m \neq m\times n$ است مانند متریکس های ذیل:

$$A=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix}_{2\times3} \Rightarrow A_{2\times3}$$

$$B=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{pmatrix}_{3\times2} \Rightarrow B_{3\times2}$$

انواع متریکس ها:

1) **متریکس سطری:** متریکس که تنها و تنها یک سطر داشته باشد ، متریکس سطری نامیده می شود مانند.

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}_{1\times3}$$

2) **متریکس ستونی:** متریکس که تنها و تنها یک ستون داشته باشد ، متریکس ستونی نامیده می شود مانند.

$$A=\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}_{3\times1}$$

3) **متریکس صفری:** متریکس که تمام عناصر آن صفر ها باشد ، متریکس صفری یاد می گردد، مانند.

$$A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

4) **متریکس مربعی:** متریکس که سطر و ستونهای آن با هم مساوی باشد ، متریکس مربعی نامیده میشود. مانند.

$$A=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 2 & 5\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

به خاطر داشته باشید که هر متریکس مربعی دارای دو قطر میباشد. یعنی در متریکس $A_{2\times 2}$ عناصر $(3,5)$ قطر اصلی ، عناصر $(2,-1)$ قطر فرعی نامیده می شوند.

5) **متریکس قطری:** متریکس که تمام عناصر آن به غیر از عناصر قطر اصلی صفر ها باشد مانند.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

6) **متریکس اسکالر:** آن متریکس قطری که عناصر قطر اصلی آن با هم مساوی باشند. مانند.

$$A=\begin{pmatrix}5 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 0\\ 0 & 0 & 5\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

7) **متریکس واحد:** متریکس اسکالر که عناصر قطر اصلی آن عدد یک باشند مانند.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

8) **متریکس متقابل (متضاد):** متریکس که دارای عین سطر و ستون اما عناصر آن متضاد همدیگر باشند مانند.

$$A=\begin{pmatrix}5 & -1\\ 2 & 3\\ -7 & -2\end{pmatrix}_{3\times 2}\Rightarrow -A=\begin{pmatrix}-5 & +1\\ -2 & -3\\ +7 & +2\end{pmatrix}_{3\times 2}$$

عملیات بالای متریکس ها

1) **جمع و تفریق متریکس ها:** متریکس های که دارای ترتیب های مساوی باشند با هم جمع یا تفریق میگردند طوریکه هر یک از عناصر همان سطر و ستون با هم جمع و تفریق میگردد.

$$A_{m\times n}+B_{m\times n}=C_{m\times n}$$
$$A_{m\times n}-B_{m\times n}=C_{m\times n}$$

2) **ضرب اسکالر با متریکس:** هرگاه $K\in IR$ یک اسکالر را با هر یک از عناصر یک متریکس ضرب نماییم ضرب اسکالر با متریکس میباشد. مثلاً

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}_{2\times 2}\Rightarrow KA=\begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

3) **ضرب دو متریکس:** حاصل ضرب دو متریکس یک متریکس بوده به شرط که تعداد عناصر ستونهای متریکس اول مساوی به تعداد عناصر سطر های متریکس دوم باشد. یعنی:

$$A_{m\times n}\cdot B_{n\times p}=C_{m\times p}$$

ترتیب اجرا عملیه ضرب طوریست که سطر اول متریکس اول را به تمام عناصر ستون های متریکس دوم به نوبت ضرب نموده و با هم جمع می نمایم و به حیث سطر متریکس حاصل ضرب قرار میدهیم و این عملیه را تا اخیر ادامه میدهیم. به خاطر داشته باشید عملیه ضرب متریکس ها خاصیت تبدیلی ندارد.

ترانسپوز متریکس Transpose of Matrix: هرگاه سطر و ستون یک متریکس تبدیل گردد متریکس $A_{m\times n}$ به متریکس ترانسپوز متریکس ${A^T}_{n\times m}$ تبدیل می گردد . در نتیجه هرگاه یک متریکس به متریکس ترانسپوز مساوی باشند به نام متریکس متناظر یاد میگردد.

به خاطر داشته باشید که ترانسپوز یک متریکس خواص ذیل را دارا می باشد.

1) $\left(A^T\right)^T=A$
2) $\left(A\pm B\right)^T=A^T\pm B^T$
3) $\left(A\cdot B\right)^T=\pm B^T\cdot A^T$, $\left(\alpha\cdot B\right)^T=\alpha\cdot A^T$
4) $\left(-A\right)^T=-A^T$

متوصلهٔ متریکس Adjoint Matrix: متریکس مربعی که جای عناصر قطر اساسی آن تبدیل و اشاره قطر فرعی آن تغییر نماید ، متریکس حاصله را متوصلهٔ یک متریکس مینامند. یعنی:

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow Adj\ A=\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

معکوس ضربی یک متریکس: هرگاه حاصل ضرب دو متریکس مربعی یک متریکس واحد گردد متریکس یکدیگر نامیده می شوند.

طوریکه $A\cdot A^{-1}=I$

که متریکس معکوس به اساس رابطه $A^{-1}=\dfrac{AdjA}{|A|}$ به دست میآید طوریکه $|A|\neq 0$ ، دیترمینانت یک متریکس نامیده می شود. همچنان اگر $|A|=0$ متریکس مربعی مذکور منفرد و $|A|\neq 0$ باشد ، غیر منفرد یاد می گردد.

دیترمینانت 2×2: به ترتیب اعدادی گفته می شود که دارای دو سطر و دو ستون باشد و همچنان دارای یک قطر اصلی a_1 ، b_2 و یک قطر فرعی a_2 ، b_1 می باشد که قیمت این دیترمینانت عبارت است از:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$$

دیترمینانت 3×3 : به ترتیب اعدادی گفته می شود که دارای سه سطر و سه ستون بوده و همچنان دارای سه قطر اصلی و سه قطر فرعی می باشد که قیمت آن عبارت از:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=a_1b_2c_3-b_1c_2a_3+c_1a_2b_3-\left(a_3b_2c_1+b_3c_2a_1+c_3a_2b_1\right)$$

هرگاه A یک متریکس $m\times n$ باشد برای $|A|$ خواص ذیل را در نظر داشته باشید:

1) هرگاه تمام عناصر یک سطر یا ستون صفر باشد ، پس $|A|=0$
2) هرگاه دو سطر یا دو ستون یکسان یا متناسب باشند ، پس $|A|=0$
3) یک دیترمینانت با ترانسپوز خود مساوی است. یعنی $|A|=|A^T|$

حل سیستم معادلات دو مجهوله به طریقه دیترمینانت: با در نظر داشت تعریف سه دیترمینانت Δ , Δx , Δy می توان قیمت مجهول x و y را قرار فورمول های ذیل دریافت نمود. و در صورتیکه $\Delta = 0$ باشد سیستم معادلات حل ندارد.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta \neq 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \\ \Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \end{array}\right\} x = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad , \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta}$$

حل سیستم معادلات سه مجهوله به طریقه دیترمینانت: با در نظر داشت تعریف چهار دیترمینانت Δ , Δx , Δy , Δz می توان قیمت مجهول x, y و z را قرار فورمول های ذیل دریافت نمود.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta \neq 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \\ \Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \\ \Delta z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \end{array}\right\} x = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad , \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} \quad , \quad z = \frac{\Delta z}{\Delta}$$

اگر $\Delta = 0$ باشد سیستم معادلات حل ندارد.

معادلات نمائی: به معادله گفته می شود که مجهول در نما (طاقت نما) قرار داشته باشد گرچه به طور عموم می توان چنین معادلات را به کمک لوگارتم حل نمود اما می توان به طور خاص معادلات که در اطراف مساوات قاعده ها با هم مساوی باشد پس طاقت نما ها نیز مساوی است ، استفاده نموده به حل این گونه معادلات می پردازیم.

معادلات عبارتی یا فکری: به معادلاتی گفته می شود که رابطه بین معلوم و مجهول به شکل جملات غیر الجبری ارائه گردیده باشد که می توان با استعمال حروف و درک مجهول اصلی مسایل مذکور را در شکل افاده های الجبری ارائه نموده و از طریق مساوات به حل آنها اقدام نمود.

به خاطر داشته باشید که برای ارائه اعداد در شکل افاده های الجبری می توان چنین نوشت.

1) اعداد مسلسل طبیعی

$1,2,3,4,5, \dots , n$

عدد اول x , عدد دوم $x+1$, عدد سوم $x+2$, ...

2) اعداد مسلسل طبیعی جفت

$2,4,6,8, \dots , 2n$

عدد اول $2x$, عدد دوم $2x+2$, عدد سوم $2x+4$, ...

3) اعداد مسلسل طبیعی طاق

$1,3,5,7, \dots , 2n+1$

عدد اول $2x+1$, عدد دوم $2x+3$, عدد سوم $2x+5$, ...

4) اعداد از نظر طبقه بندی : در حالیکه y, x و z . . . ارقام را ارائه نماید .

عدد یک رقمی x , عدد دو رقمی $10y+x$, عدد سه رقمی $100z+10y+x$, ...

معادلات یک مجهوله درجه دوم: درحالیکه $a \neq 0$ ، c, b اعداد ثابت اند ، شکل عمومی معادلات فوق عبارت از : $ax^2+bx+c=0$ بوده که می توان معادلات فوق را به طریقه تجزیه و یا به کمک فورمول محمد بن موسی قرار روابط ذیل حل نمود.

$$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

مناقشه

1) اگر $0<\Delta$ باشد ، معادله دو جذر حقیقی مختلف $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$ دارد.

2) اگر $0=\Delta$ باشد ، معادله دو جذر حقیقی مساوی $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ دارد.

3) اگر $0>\Delta$ باشد ، معادله جذر حقیقی ندارد. (دو جذر موهومی دارد)

رابطه بین جذور معادله درجه دوم از جنس ضرایب آن:

1) حاصل جمع جذور $S = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$

2) حاصل ضرب جذور $P = x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$

3) حاصل تفریق جذور $x_1 - x_2 = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{a}$

4) حاصل جمع معکوس جذور $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = -\dfrac{b}{c}$

5) معکوس حاصل جمع جذور $\dfrac{1}{x_1 + x_2} = -\dfrac{a}{b}$

6) معکوس حاصل ضرب جذور $\dfrac{1}{x_1 \cdot x_2} = \dfrac{a}{c}$

7) حاصل جمع مربعات جذور $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$

8) حاصل جمع مکعبات جذور $x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$

تشکیل معادله درجه دوم: در صورت x_1 و x_2 جذور معادله یا حاصل جمع جذور S و حاصل ضرب جذور P موجود باشد ، میتوان معادله درجه دوم را چنین تشکیل نمود.

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$
$$x^2 - Sx + P = 0$$
$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

یادداشت

1) معادله درجه دوم که جذور آن m چند جذور معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد عبارت است از:

$$ax^2 + bmx + cm^2 = 0$$

2) معادله درجه دوم که جذور آن معکوس جذور معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد عبارت است از:

$$cx^2 + bx + a = 0$$

3) معادله درجه دوم که جذور آن مختلف الاشاره جذور معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد ،عبارت است از:

$$ax^2 - bx + c = 0$$

تعیین اشاره جذور معادلات درجه دوم

1) روش دیکارت: در صورتیکه $\Delta \geq 0$ باشد.

- هرگاه بین حدود معادله هیچ تحول علامه نباشد ، معادله دو جذر هم علامه منفی دارد.
- هرگاه بین حدود معادله یک تحول علامه باشد ، معادله دو جذر مختلف العلامه دارد.
- هرگاه بین حدود معادله دو تحول علامه باشد ، معادله دو جذر هم علامه مثبت دارد.

2) روش نسبت ضرایب: در صورتیکه $\Delta \geq 0$ باشد.

1) $\frac{c}{a} < 0$ دو جذر مختلف العلامه دارد در این صورت :

- $-\frac{b}{a} > 0$ جذر بزرگ مثبت و جذر کوچک منفی
- $-\frac{b}{a} < 0$ جذر بزرگ منفی و جذر کوچک مثبت
- $-\frac{b}{a} = 0$ دو جذر مساوی مختلف العلامه

2) $0 > \frac{c}{a}$ دو جذر هم علامه دارد در این صورت:

- $0 > \frac{b}{a}-$ دو جذر هم علامه مثبت
- $0 < \frac{b}{a}-$ دو جذر هم علامه منفی

3) $\frac{c}{a} = 0$ ، $x_1 = 0$ و $x_2 = \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 & \text{جذر دوم مثبت است} \\ -\frac{b}{a} < 0 & \text{جذر دوم منفی است} \end{cases}$

معادلات پارامتریک یک مجهوله درجه دوم

به معادلات گفته می شود که بر علاوه مجهول مربوط در آن یک یا چند حرف اضافی دیگر که قیمتهای عددی آن تعیین نگردیده ، موجود باشد ، مانند.

$$(2m+1)x^2 - 3mx + 2 = 0$$

که در معادله فوق m پارامتر نامیده می شود و میتوان با استفاده از شرطی که در سوال مطرح گردیده و در مسایل مربوط معادلات درجه دوم راجع به آنها معلومات داریم به حل آن اقدام نمود.

اعداد موهومی

طوریکه میدانیم معادلات مانند $x^2 + 49 = 0$ در ساحه اعداد حقیقی دارای حل نمیباشد. یعنی $x = \sqrt{-49}$ میگردد ، بناً این گونه اعداد را موهومی مینامند. پس به طور عموم عدد a_i یک عدد موهومی است اگر $a \in IR$ و $i = \sqrt{-1}$ واحد اعداد موهومی باشد مثلاً

$$\sqrt{-49} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{-1} = \pm 7i$$

به خاطر داشته باشید که:

$$i = \sqrt{-1}$$
$$i^2 = -1$$
$$i^3 = -\sqrt{-1}$$
$$i^4 = +1$$
$$\vdots$$

و همچنان اعداد موهومی قابلیت اجرای عملیات اساسی را دارا میباشد.

اعداد مختلط

مجموعه الجبری اعداد حقیقی و موهومی را اعداد مختلط مینامند. طوریکه :

$C = \{z / z = a + bi$ و $a, b \in IR$ و $i = \sqrt{-1}\}$

بخاطر داشته باشید که اگر $Z = a + bi$ یک عدد مختلط باشد مزدوج آن $\overline{Z} = a - bi$ می باشد.

به همین ترتیب معکوس ضربی $Z = a + bi$ عبارت از $Z^{-1} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{bi}{a^2 + b^2}$ می باشد.

مطالعه اشاره بینوم ها ، ترینوم ها و ساحه حل نامساوات ها

تعیین اشاره بینوم ها

شکل عمومی بینوم $y = ax + b$ بوده که به قیمت $x = -\frac{b}{a}$ بی اشاره گردیده و هدف اینست که بینوم مذکور به کدام قیمت های x دارای اشاره مثبت و به کدام قیمت های x دارای اشاره مثبت میباشد، برای این منظور دو حالت ذیل وجود دارد.

حالت اول

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$y = ax + b$		$-$	0	$+$

حالت دوم

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$y = ax + b$		$+$	0	$-$

تعیین اشاره ترینوم ها

شکل عمومی ترینوم های درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ بوده و هدف اینست که ترینوم مذکور به کدام قیمت های x دارای اشاره مثبت و به کدام قیمت های x دارای اشاره منفی میباشد. بناً برای این منظور با تشکیل Δ سه حالت ذیل وجود دارد:

1) هرگاه $\Delta < 0$ باشد ترینوم اشاره a را دارا است یعنی:

- اگر $a > 0$ باشد ترینوم به تمام قیمت های x اشاره مثبت دارد.
- اگر $a < 0$ باشد ترینوم به تمام قیمت های x اشاره منفی دارد.

2) هرگاه $\Delta = 0$ باشد به جز از قیمت $x = -\frac{b}{2a}$ که در آن بی اشاره می گردد ، به سایر قیمت های x ترینوم اشاره a را دارا می باشد. یعنی:

- اگر $a > 0$ باشد ترینوم به جز از $x = -\frac{b}{2a}$ به تمام قیمت های x اشاره مثبت دارد.
- اگر $a < 0$ باشد ترینوم به جز از $x = -\frac{b}{2a}$ به تمام قیمت های x اشاره منفی دارد.

3) هرگاه $\Delta > 0$ باشد ترینوم به جز از جذور خویش یعنی x_1 و x_2 که در آن بی اشاره می گردد به سایر قیمت های x نظر به اشاره a می توان دریافت نمود که داخل جذور خلاف اشاره a و خارج جذور هم اشاره a می باشد. یعنی :

- هرگاه $a > 0$ باشد ، داخل جذور اشاره منفی و خارج جذور اشاره مثبت دارد.
- هرگاه $a < 0$ باشد ، داخل جذور اشاره مثبت و خارج جذور اشاره منفی دارد.

نامساوات

هرگاه aو b دومقدار یا کمیت را ارائه نماید ، افادهٔ $a > b$ یا $a < b$ را نامساوات یا غیر تساوی می نامند.

خواص نامساوات:

1) هرگاه $a > b$ یا $a < b$ بوده $n \in IR$ را در داشته باشیم ، پس خواهیم داشت:

$$a < b \qquad\qquad a > b$$
$$a + n < b + n \qquad\qquad a + n > b + n$$

2) هرگاه $a > b$ یا $a < b$ بوده و $n > 0$ باشد.

$$a < b \qquad a > b$$
$$a \cdot n < b \cdot n \qquad a \cdot n > b \cdot n$$
$$\frac{a}{n} < \frac{b}{n} \qquad \frac{a}{n} > \frac{b}{n}$$

3) هرگاه $a > b$ یا $a < b$ بوده و $n < 0$ باشد.

$$a > b \qquad a > b$$
$$a \cdot n < b \cdot n \qquad a \cdot n < b \cdot n$$
$$\frac{a}{n} < \frac{b}{n} \qquad \frac{a}{n} < \frac{b}{n}$$

4) در صورتیکه $a > b$ باشد پس $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ خواهد بود ، همچنان هرگاه $a < b$ باشد ، پس $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ خواهد بود.

انواع نامساوی ها: بطور عموم نامساوی ها را در سه حالت ذیل مطالعه می نماییم.

1) ساحه حل نامساوی های یک مجهوله درجه اول

شکل عمومی نامساوی یک مجهوله درجه اول $ax + b > 0$ یا $ax + b < 0$ بوده که با استفاده از خواص نامساوی های می توان انتروال حل آنها را روی خط اعداد تعیین نمود.

2) ساحه حل نامساوی های دو مجهوله درجه اول

طوریکه می دانیم معادله $ax + by = c$ روی سیستم کمیات وضعیه قایم یک خط مستقیم را ترسیم می نماید بناً ساحه حل نامساوی دو مجهوله درجه اول عبارت از بی نهایت جوره مرتب (x, y) بوده که بناً بر آن یک جهت ساحه خط مستقیم که روی سیستم کمیات قرار دارد ، را صدق نماید که این امر برای سیستم نامساوی های دو مجهوله درجه اول نیز قابل تطبیق می باشد.

3) ساحه حل نامساوی های درجه دوم

شکل عمومی نامساوی های درجه دوم $ax^2 + bx + c > 0$ بوده جهت دریافت ساحه حل نامساوی مذکور به تشکیل Δ میتوان سه حالت ذیل را در نظر داشت.

- $\Delta > 0$، جذور x_1 و x_2 را دریافته. علامه a و اشاره نامساوی مطالعه میگردد
  - مخالف – در داخل جذور حل دارد
  - موافق – در خارج جذور حل دارد.
- $\Delta = 0$، به استثنای $x = -\frac{b}{2a}$. علامه a و اشاره نامساوی مطالعه میگردد
  - مخالف – به هیچ قیمت x حل ندارد.
  - موافق – به تمام قیمت های x حل دارد..
- $\Delta < 0$، علامه a و اشاره نامساوی مطالعه میگردد
  - مخالف – به هیچ قیمت x حل ندارد.
  - موافق – به تمام قیمت های x حل دارد.

سوالات

1. در معادله $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{4}\cdots\cdots\sqrt{n}=2\sqrt{30}$ قیمت n عبارت است از:

1) 2   2) 3   3) 5   4) 8

2. سیستم مساوات دو مجهوله $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=3\\ \dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{8}{3}\end{cases}$ چند حل دارد:

1) یک حل   2) دو حل

3) بی نهایت   4) حل ندارد

3. در سیستم معادلات $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{4}{y}=11\\ \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=24\end{cases}$ مقدار $\frac{1}{y}+\frac{1}{x}$ عبارت است از:

1) 5   2) 6   3) 7   4) 8

4. حل سیستم سه معادله و سه مجهوله $\begin{cases}2x-3y+z=1\\ 3x+y+z=12\\ x-y+2z=3\end{cases}$ عبارت از:

1) $\begin{cases}x=3\\ y=2\\ z=1\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x=2\\ y=3\\ z=1\end{cases}$

3) $\begin{cases}x=1\\ y=2\\ z=2\end{cases}$ 4) $\begin{cases}x=2\\ y=1\\ z=3\end{cases}$

.5 سیستم معادلات $\begin{cases} x - 2y + 5z = 3 \\ x + 4y + 5z = 1 \\ 3x - 6y + 15z = 2 \end{cases}$ چند حل دارد؟

1) یک حل
2) دو حل
3) حل ندارد
4) بی نهایت حل

.6 اگر دیترمینانت ضرایب معادلات خطی سه مجهوله $\Delta = 3$ و دیترمینانت مجهول های آنها $N_x = 12$, $N_y = -15$, و $N_z = -11$ باشد پس:

1) $(12, -15, -11)$
2) $\left(-5, 4, -\frac{11}{3}\right)$
3) $\left(4, -5, -\frac{11}{3}\right)$
4) $\left(4, -5, \frac{11}{3}\right)$

.7 اگر $B = \begin{pmatrix} 3x & 2 \\ 5x & 6 \end{pmatrix}$ باشد، پس B^{-1} باری کدام قیمت x تعریف نشده است:

1) $x = 0$
2) $x = 8$
3) $x = 2$
4) $x = 1$

.8 اگر $A = (a_{ij})_{4\times 4} = (3i - 5j)_{4\times 4}$ یک متریکس باشد، پس مجموعه سطر اول این متریکس عبارت از:

1) 71
2) -36
3) -38
4) 38

.9 اگر $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ و $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ باشد، پس $(B \cdot A)^T$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix} 29 & 9 \\ 26 & 10 \end{pmatrix}$
2) $\begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 29 & 26 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 26 & 19 \\ 10 & 9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 26 & 10 \\ 29 & 9 \end{pmatrix}$

10. کدام یک از متریکس های ذیل یک متریکس متناظر است:

1) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

11. اگر $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ و $\det(A) = 0$ باشد، پس قیمت a مساوی است به:

1) $a = \pm 2$ 2) $a = \pm 3$

3) $a = \pm 9$ 4) $a = \pm \frac{1}{3}$

12. در متریکس $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{5} & \sqrt{7} \\ 8 & 10 & 13 \\ x & \sqrt{20} & \sqrt{28} \end{bmatrix}$ قیمت x را طوری تعیین کنید که متریکس A معکوس پذیر نباشد:

1) $x = 10$ 2) $x = \sqrt{5}$

3) $x = \sqrt{7}$ 4) $x = \sqrt{8}$

13. اگر $A = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 1 \\ 9 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ باشد، پس $|A|$ مساوی است به:

1) 9 2) 9 3) 0 4) -9

14. متریکس $A = \begin{pmatrix} 10 & 2x \\ 2 & 4x+1 \end{pmatrix}$ برای کدام قیمت x متریکس منفرد است:

1) $x = \frac{5}{18}$
2) $x = \frac{18}{5}$
3) $x = -\frac{18}{5}$
4) $x = -\frac{5}{18}$

15. اگر $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 7 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ و $B = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ باشد، پس کدام یکی از روابط ذیل درست است:

1) $|A| = -|B|$
2) $|A| = 3|B|$
3) $|A|^3 = |B|^3$
4) $|A| = 4|B|$

16. اگر مرتبه مریکس A، 5×1 و متریکس B، 4×5 باشد، پس مرتبه متریکس $A \cdot B$ مساوی است به:

1) 1×4
2) 1×5
3) 4×1
4) 5×1

17. کدام یک از متریکس های زیر یک متریکس مربعی است:

1) $A = (a_{ij})_{3\times5}$
2) $A = (a_{ij})_{5\times7}$
3) $A = (a_{ij})_{k\times k}$
4) $A = (a_{ij})_{3\times9}$

18. اگر A یک متریکس باشد، پس بین $|A|$ و $|A^T|$ کدام یکی از رابطه های ذیل وجود دارد:

1) $|A^T| > |A|$
2) $|A^T| = -|A|$

3) $|A^T| < |A|$ 4) $|A^T| = |A|$

19. اگر $A = \begin{pmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ و $B = \begin{pmatrix} \cos^2 x & \sin^2 x \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ باشند، پس $A + B$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) هیچکدام

20. اگر $A_{m\times n}$ یک متریکس واحد باشد، پس کدام یک از گزینه های ذیل درست است:

1) $I = \begin{cases} 1, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases}$ 2) $I = \begin{cases} 0, i \neq j \\ -1, i = j \end{cases}$

3) $I = \begin{cases} 0, i \neq j \\ 1, i = j \end{cases}$ 4) $I = \begin{cases} 2, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases}$

21. دیترمینات متریکس $A = \begin{pmatrix} 5 & \cos^2 x \\ -5 & \sin^2 x \end{pmatrix}$ مساوی است به:

1) 5 2) 11

3) $5 \sin 2x$ 4) $-5 \cos 2x$

22. اگر $A = \begin{pmatrix} \ln 2 & \ln 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ باشد، پس $200|A|$ مساوی است به:

1) 3 2) $2 \ln 200$

3) 0 4) $200 \ln 3$

23. هرگاه B, A دو متریکس مربعی باشند، پس $|AB| = 1$ است، اگر:

1) هردو متریکس های منفرد باشند
2) هر دو متریکس متناظر باشند
3) یک متریکس معکوس متریکس دیگری باشد
4) هر دو متریکس های غیر منفرد باشند

24. اگر $A = (a_{ij})_{2\times3} = (i)_{2\times3}$ باشد ، پس متریکس A مساوی است به:

1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

25. کدام یکی از متریکس های ذیل یک متریکس متناظر است:

1) $\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$
2) $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$
3) $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$
4) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

26. اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$ باشد، درینصورت $|A|$ عبارت است از:

1) 25
2) 5
3) 10
4) 21

.27

اگر $A=\begin{bmatrix}3\\4\\2\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-3\\4\\-2\end{bmatrix}$ باشد، پس $A-B$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}6\\0\\4\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}-6\\0\\4\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}4\\0\\6\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}6\\0\\-4\end{bmatrix}$

.28

اگر $A=\begin{bmatrix}3\\-1\\4\end{bmatrix}$ باشد، پس A^T مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}-1 & 3 & 4\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}3 & -1 & 4\end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix}4\\-1\\3\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}4 & 3 & -1\end{bmatrix}$

.29

متریکس ضریب های سیستم $\begin{cases}3x-y=4\\x+y=7\end{cases}$ عبارت است از:

1) $\begin{bmatrix}3 & 4\\1 & 7\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1 & 3\\1 & 1\end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix}3 & -1\\1 & 1\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}1 & 1\\3 & -1\end{bmatrix}$

.30

اگر $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}11\\3\\7\end{bmatrix}$ باشد، پس مرتبه $A\cdot B$ مساوی است به:

1) 3×3 2) 2×2 3) 1×1 4) 1×3

.31 اگر $\left((3A)^T\right)^T = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ باشد، پس $(3A)^T$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

.32 اگر $A = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 19 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، پس A^{-1} مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 19 & 10 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -19 & 10 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -19 & 10 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 19 & 2 \end{bmatrix}$

.33 متریکس معکوس $A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ عبارت است از:

1) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 8 & 0 & 5 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

3) هیچکدام 4) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 8 & 4 & 6 \\ 7 & 2 & 8 \end{pmatrix}$

.34 اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 5 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درینصورت کدام یکی از رابطه های ذیل درست است:

1) $|A| = 2|B|$ 2) $|A| = |B|$

3) $|A| = -|B|$ 4) $|A|^2 = |B|^2$

35. ست عناصر ستون چهارم متریکس $B = (b_{ij})_{3\times 4} = (2i)_{3\times 4}$ عبارت است از:

1) $\{2,-4,6\}$ 2) $\{2,4,6\}$

3) $\{-2,4,6\}$ 4) $\{2,4,-6\}$

36. اگر $(a_{ij})_{3\times 3} = (i+j)_{3\times 3}$ باشد، پس متریکس A مساویست به:

1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ 2) $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

3) $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 6 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ 4) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

37. کدام یک از متریکس های زیر یک متریکس غیر منفرد است:

1) $A = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$ 4) $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$

38. در متریکس $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{5} & \sqrt{7} \\ 8 & 10 & 13 \\ x & \sqrt{20} & \sqrt{28} \end{bmatrix}$ قیمت x را طوری تعیین کنید که متریکس A معکوس پذیر نباشد:

1) $x = 10$ 2) $x = \sqrt{5}$

3) $x = \sqrt{7}$ 4) $x = \sqrt{8}$

.39 اگر $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 20 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ باشد، پس $\left|\frac{1}{18} 200 (A^T)^T\right|$ مساوی است به:

1) $\cos 90°$ 2) $\frac{1820}{18}$ 3) $\frac{1720}{18}$ 4) $\frac{1819}{18}$

.40 هرگاه $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد قیمت A^{18} عبارت از:

1) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 & -72 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 1 & -54 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 1 & -32 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

.41 در متریکس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ قیمت M_{21} عبارت است از:

1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

.42 در افاده جذری $\sqrt[x+1]{\sqrt[x-1]{81}} = \sqrt{3}$ قیمت x عبارت است از:

1) 2   2) 3   3) 4   4) 5

.43 در معادله $5^{-x-2} = 125$ قیمت x مساوی است به:

1) -4 2) -5 3) 5   4) 4

44. در معادله $8^{x+2} = 16^{x-1}$ قیمت x مساوی است به:

1) $x = 12$ 2) $x = 10$ 3) $x = 11$ 4) $x = 8$

45. اگر یک عدد x و دیگری $x - 20$ باشد، پس قیمت x باید چند باشد تا که $x(20 - x)$ بزرگترین قیمت را داشته باشد:

1) $x = 10$ 2) $x = 9$ 3) $x = 5$ 4) $x = 8$

46. در معادله $2^{x+1} = 8$ مساوی است به:

1) 2   2) 5   3) 3   4) -2

47. قیمت x در معادله $\sqrt[3]{2^{x-1}} - 2 = 0$ مساوی است به:

1) 3   2) 4   3) 2   4) 5

48. در معادله $2^x + 2^{x+1} - m \cdot 2^{x+2} = 0$ قیمت m مساوی است به:

1) $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{1}{8}$

49. جذر معادله $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{2}}\right)^{x} = \frac{1}{8}$ عبارت از:

1) $x = 15$ 2) $x = 10$

3) $x = -10$ 4) $x = -15$

.50 قیمت x در معادله $\frac{3\cdot2^{x-1}-3\cdot2^{x}+2^{x+1}}{2^{x}}=2^{x-1}$ عبارت از:

1) -1 2) 0 3) 1 4) 2

.51 در معادله $\left(\frac{0.06}{0.03}\right)^{x+1}=\left(\frac{0.00048}{0.00012}\right)^{x-2}$ قیمت x عبارت از:

1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

.52 در معادله $15^{12}.625^{x}=3^{12}$ قیمت x عبارت از:

1) $x=-6$ 2) $x=-5$

3) $x=-3$ 4) $x=3$

.53 قیمت x در معادله $2\left(\frac{1}{x}-1\right)^{2}+5\left(\frac{1}{x}-1\right)=3$ عبارت از:

1) $\left\{-\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right\}$ 2) $\left\{\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right\}$

3) $\left\{\frac{1}{2},-\frac{2}{3}\right\}$ 4) $\{1,-1\}$

.54 اگر متریکس های ضرایب، ثوابت و مجهولات باالترتیب $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ ، $B=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ ، $C=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ باشد، پس سیستم مذکور عبارت است از:

1) $\begin{cases}x+2y=-1\\3x-4y=2\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+2y=-1\\3x+4y=2\end{cases}$

3) $\begin{cases}x-2y=-1\\3x+4y=2\end{cases}$ 4) $\begin{cases}x-2y=-1\\3x+4y=2\end{cases}$

.55 جذور معادله $(x^2+x)^2-18(x^2+x)+72=0$ عبارت است از:

1) $x=\pm3\,, x=\pm4$ 2) $x=\pm4\,, x=\pm2$

3) $x=\pm2\,, x=\pm4$ 4) $x=\pm3\,, x=+2\,, x=-4$

.56

حاصل جمع جذور معادله $\left(x-\frac{1}{x}\right)^4+5=2x^2+\frac{2}{x^2}$ عبارت است از:

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) 1 4) 0

.57 قیمت B در کسرهای $\frac{1}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$ مساوی است به:

1) $\frac{1}{2}$ 2) -2 3) 2 4) $-\frac{1}{2}$

.58 قیمت B در تجزیه کسور قسمی $\frac{x-3}{9x^2-1}=\frac{A}{3x-1}+\frac{B}{3x+1}$ عبارت است از:

1) $\frac{4}{3}$ 2) $-\frac{5}{3}$ 3) $\frac{5}{3}$ 4) $-\frac{4}{3}$

.59 قیمت n در معادله $\frac{n!(n-2)!}{(n-3)!}:\frac{n!(n-2)}{n}=15$ مساوی است به:

1) 1 2) 12 3) 15 4) 17

.60 اگر $x_1=\frac{1}{2}$ و $x_2=-\frac{3}{2}$ جذور معادله باشند معادله مذکور عبارت است از ؟

1) $4x^2+4x-3=0$ 2) $4x^2-4x-3=0$

3) $4x^2+4x+3=0$ 4) $4x^2-4x+3=0$

.61 هرگاه $f(x)=x^{10}+1$ باشد، پس $f(i)$ مساوی است به:

1) 0 2) 1 3) -1 4) i

.62 افاده $y=x^2-2x+4$ برای کدام قیمت های x دارای اشاره مثبت است؟

1) $x>0$ 2) $x<0$

3) $2<x<1$ 4) تمام اعداد حقیقی

.63 کدام یک از قیمت های x سیستم نامساوات $1\le\left|1-\frac{1}{x}\right|$ را صدق می نماید:

1) $x\ge\frac{1}{2}$ 2) $x\le\frac{1}{2}$

3) $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$ 4) حل ندارد

.64 حاصل جمع جذور تام نامساوات $\begin{cases}|x+2|<4\\|x-1|>3\end{cases}$ عبارت است از:

1) 6 2) 7 3) -9 4) -12

.65 ست حل غیرمساوات $(2x-8)(3x-12)\ge 0$ عبارت است از:

1) $2<x\le 3$ 2) $8<x<12$

3) $-\infty<x<+\infty$ 4) $x>8$

.66 کدام یکی از نقاط ذیل ، نامساوات دو مجهوله $\begin{cases} 2x - y > 2 \\ x + y < 0 \end{cases}$ را صدق می کند؟

1) $(0,-3)$ 2) $(6,5)$ 3) $(0,5)$ 4) $(4,5)$

.67 ست حل غیر مساوات $4x^2 - 5x + 8 > 3x^2 + x$ عبارت است از:

1) $(-\infty,-2) \cup (4,\infty)$ 2) $(-\infty,4) \cup (2,+\infty)$

3) $(-\infty,2) \cup (4,+\infty)$ 4) $3 < x < 4$

.68 ست حل نامساوات $(3-x)^2(x^2+3x+7) \geq 0$ عبارت است از:

1) $(-5,\infty)$ 2) $(-7,-4) \cup [3,4)$ 3) $(-7,-4) \cup (3,4)$ 4) IR

.69 حل نامساوات $\sqrt{x^2+x} < \sqrt{x+2}$ عبارت است از:

1) $x = \frac{2+\sqrt{5}}{2}$ 2) $-1 < x < 1$

3) $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ 4) $-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$

.70 اگر $z = x + yi$ باشد، پس قیمت $|z-2|$ مساوی است به:

1) x 2) $\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

3) y^2 4) $\sqrt{x^2 + y^2}$

.71 حل های معادله $x^2+3ix-2=0$ عبارت است از:

1) $\begin{cases} x_1=i \\ x_2=2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1=i \\ x_2=-2i \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1=-i \\ x_2=-2i \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x_1=-i \\ x_2=2i \end{cases}$

.72 اگر $m\in Z$ باشد ، حاصل جمع جذور معادله $\frac{|2m-1|-9}{|m-3|}<0$ عبارت است از:

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

.73 ست حل نامساوی $|x+3|<|x-2|$ عبارت است از:

1) $(-\infty,-1)$ 2) $(-1,1)$

3) $\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$ 4) $\left(-\frac{1}{2},1\right)$

.74 حل نامساوات $x<|x^2-4x|$ عبارت است از:

1) $0<x<3$ 2) $2<x<3$

3) $3<x<5$ 4) $0<x<5$

.75 هرگاه $x\in Z$ و $0<\frac{(x^3+1)(x^2-4)}{|x-5|}$ باشد کمترین قیمت x عبارت از:

1) -2 2) -1

3) 2 4) 3

76. هرگاه z یک عدد مختلط باشد در افاده $3+\bar{z}=(1+3i)z$ قیمت z عبارت از:

1) $\frac{2}{3}+i$
2) $\frac{2}{3}-i$
3) $\frac{3}{2}-i$
4) $\frac{3}{2}+i$

77. هرگاه z یک عدد مختلط باشد در افاده $z+3i=\bar{z}\cdot 4i$ قیمت z عبارت از:

1) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$
2) $\frac{4}{5}+\frac{1}{5}i$
3) $\frac{1}{3}-\frac{4}{3}i$
4) $\frac{3}{7}-\frac{1}{7}i$

78. هرگاه $Z_1=x+5i$ و $Z_2=3-4i$ طوریکه $|Z_1-Z_2|=15$ در این صورت $\sum x$ عبارت از:

1) 3
2) 6
3) 9
4) 10