فصل ششم

متحول و تابع

متحول: یک سمبول بوده که به عوض هر عنصر یک س ت غیر خالی وضع گردد و یا به عباره دیگر کمیت که آزادانه و بدون قید و شرط قیمت های مختلف را به خود اختیار نماید متحول نامیده می شود.

مثلاً: $A=\{x/x\in IN, x\geq 3\}$ که درست مذکور x از 3 الی بی نهایت اعداد طبیعی را گرفته میتواند.

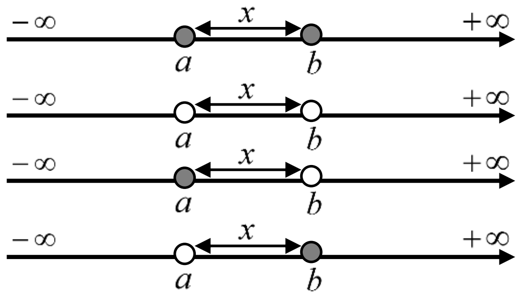
ثابت: چون قیمت یک عدد تغییر نمیکند مثلاً عدد 4 با عدد 3 و 5 هیچگاه مساوی نیست ، پس تمام اعداد حقیقی ثابت گفته می شوند.

انتروال: فاصله که در آن یک متحول تغییر و تحول می نماید بنام فاصله (ساحۀ تحول) یا انتروال یاد می گردد و به شکل دیده میشود.

1) انتروال بسته $a\leq x\leq b \Rightarrow [a,b]$

2) انتروال باز $a<x<b \Rightarrow (a,b)$

3) انتروال نیمه بسته (نیمه باز) $a\leq x<b \Rightarrow [a,b)$
$a<x\leq b \Rightarrow (a,b]$



رابطه: چون میدانیم (x,y) یک جوره مرتب روی سیستم کمیات وضعیه قایم می باشد، پس هرگاه A و B دو ست غیر خالی باشد ، هر ست فرعی $A\times B$ از A به B یک رابطه است ، یعنی $a\in A$ و $b\in B$ باشد ، و $(a,b)\in IR$ باشد پس گفته میشود که a به همرای b رابطه دارد به شکل (aRb) ارائه می گردد.

مثلاً اگر $A=\{2,3,5\}$ و $B=\{k,t\}$ باشد ، پس: $A\times B=\{(2,k),(2,t),(3,k),(3,t),(5,k),(5,t)\}$ ، پس هر ست فرعی این ست عبارت از یک رابطه است:

$$R_1=\{(2,k)\}$$
$$R_2=\{(2,k),(2,t),(3,k)\}$$
$$R_3=\{(3,k),(3,t),(2,k),(5,k)\}\cdots\cdots$$

که تعداد عناصر از A به B در حالیکه A به تعداد n عناصر و B به تعداد m عناصر داشته باشد عبارت از $n\times m$ است ، و تعداد روابط این ست عبارت از تعداد ست های فرعی آن می باشد که عبارت از $2^{n\times m}$ می باشد.

تابع: کمیت که تمام تحولات آن وابسطه به تحولات یک متحول باشد تابع نامیده میشود، و یا به عبارهٔ دیگر تابع چنان رابطه یا قاعده بین دو ست است که برای هر عنصر از ست اولی (ست ناحیه تعریف $Domian$) تنها و تنها یک عنصر در ست دومی (ست ناحیه قیمت ها $Range$) ارتباط داشته باشد.

به خاطر داشته باشید که $Range\subseteq codomain$ میباشد.

که برای بار اول مفهوم تابع و متحول توسط ایولر $(Euler)$ عالم سویسی به شکل ریاضی $y=f(x)$ ارائه گردید.

انواع توابع

توابع انواع مختلف دارد ، مانند:

تابع ثابت: که به شکل $f(x)=c$ ارائه میگردد طوریکه $c\in IR$ است ، مثلاً $y=2,\ y=-5,\cdots$

تابع پولینومیل: که به شکل $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0$ ارائه می گردد ، مثلاً $f(x)=2x+5,\ f(x)=x^2-5x+1,\ g(x)=2x^4-5x^2+3,\cdots$

بـــه خـــاطر داشـــته باشـــید کـــه تـــابع پولینومیـــل درجـــه اول را تـــابع خطـــی و درجـــه دوم را تـــابع پـــارابولی نیز یاد میکنند.

توابع مثلثاتی: مانند
$\cdots,\ f(x)=\sec^2(2x+1),\ f(x)=5\tan x,\ f(x)=\cos x^3,\ f(x)=\sin x$

توابع لوگارتمی: مانند $\cdots,\ g(x)=\ln x,\ f(x)=\log_a x$

توابع اکسپونیشل (نمایی): مانند $f(x)=a^x$ (درحالیکه $a>1$ است)
$\cdots,\ g(x)=5^x$

تابع ناطق (کسری): مانند
$$\cdots,\ h(x)=\frac{5x^2+x^3-1}{x^3+4x},\ g(x)=\frac{3x^3}{\ln x^2},\ f(x)=\frac{\sin^2 x}{4+\cos x}$$

تابع غیر ناطق (جذری): مانند
$$\cdots\ w(x)=\sqrt{\log_4(x^2+4)},\ h(x)=\sqrt[4]{\tan^3 x},\ g(x)=\sqrt[5]{\sin^3 x},\ f(x)=\sqrt[3]{x^2+1},\ f(x)=\sqrt{5x^2+4}$$

تابع عینیت : که قیمت های متحول و تابع با هم مساوی باشد:

$f(x)=x$

تابع قیمت مطلقه: مانند :

$f(x)=|x|$

تابع زینه ی: تابع که برای یک انتروال معین متحول x ، قیمت تابع ثابت باشد مانند:

$f(x)=[x]$

که در انتقال پول ، کمیشن بانکی ، انتقال پست و پارسال و غیره از آن استفاده میگردد.

ساحه موجودیت توابع:

1. **تابع متمادی (ساحه تعریف توابع):** هرگاه در تابع $y=f(x)$ برای متحول x قیمت وضع گردد و برای تابع مربوط قیمت دریافت گردد ، تابع به همان قیمت یا قیمتها متمادی گفته میشود، یا تعریف گردیده و گراف تابع آن متصل میباشد.
2. **تابع غیر متمادی (ساحه عدم تعریف توابع):** هرگاه در تابع $y=f(x)$ برای متحول x قیمت وضع گردد و برای تابع مربوط قیمت دریافت نگردد ، تابع به همان قیمت یا قیمتها غیر متمادی گفته می شود ، یا به همان قیمتها تعریف نگردیده و گراف تابع مربوطه آن منفصل میباشد.

یادداشت:

1. توابع پولینومیل به تمام قیمت های متحول متمادی بوده و گراف آن متصل میباشد و به هیچ قیمت غیر متمادی نمی باشد.
2. یک تابع ناطق (کسری) زمانی متمادی است که مخرج کسر خلاف صفر باشد ، هرگاه مخرج کسر برای قیمت یا قیمتهای متحول صفر گردد ، به همان قیمت ها تابع غیر متمادی گفته میشود و تعریف نگردیده ، ویا به عبارهٔ دیگر همان قیمت ها شامل ناحیه تعریف نمی باشد.
3. یک تابع غیر ناطق به جذر های جفت زمانی متمادی است که افاده تحت جذر بزرگتر یا مساوی به صفر باشد و غیر متمادی است که تحت جذر کوچکتر از صفر باشد.
   در حالیکه توابع مذکور به جذر نما طاق به تمام قیمت های x متمادی می باشد.

تابع جفت و تاق: هرگاه در تابع $y=f(x)$ قیمت تابع $f(x)=f(-x)$ گردد تابع جفت و هرگاه $f(-x)=-f(x)$ گردد تابع تاق نامیده می شود.

ترکیب توابع: هرگاه دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ را در نظر بگیریم طوریکه یک تابع حیثیت متحول تابع دیگر را اختیار نماید ، گفته می شود توابع مذکور ترکیب گردیده اند.

اگر تابع $g(x)$ در f ترکیب گردیده باشد به شکل $gof(x)$ یا $g(f(x))$ ارائه میگردد.

یعنی :

$$x \xrightarrow{g} g(x) \xrightarrow{f} f(g(x))$$
$$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g(f(x))$$

تابع یک به یک: تابع $f(x)$ تابع یک به یک نامیده میشود ، زمانی که اگر:

$$a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b) \qquad \wedge \qquad a = b \Rightarrow f(a) = f(b)$$

مثلاً: $f(x) = 5x + 1$ تابع یک به یک است ، زیرا :

اگـــر بـــرای $x = 2$ و $x = 3$ ، یعنـــی $a = 2$ و $b = 3$ قیمـــت گـــذاری گـــردد در ایـــن صـــورت داریم که:

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 5(2) + 1 = 11$$
$$x = 3 \Rightarrow f(3) = 5(3) + 1 = 16$$
$$\Rightarrow 2 \neq 3,\ f(2) \neq f(3)$$

اما تابع $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ تابع یک به یک نیست ، زیرا :

$$x = 2 \Rightarrow g(2) = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$
$$x = -2 \Rightarrow g(-2) = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$
$$\Rightarrow 2 \neq -2,\ g(2) = g(-2)$$

تـــابع معکـــوس: معکـــوس رابطـــه (x, y) عبـــارت از رابطـــه (y, x) اســـت ، اگـــر ســـاحه تعریـــف تـــابع معکـــوس ســـاحه قیمـــت هـــای تـــابع و ســـاحه قیمـــت هـــای تـــابع معکـــوس ســـاحه تعریـــف تـــابع باشـــد ، یعنی :

$$domian\ f^{-1} = Range \qquad f$$
$$Range\ f^{-1} = domain \qquad f$$

معکوس تابع f به شکل f^{-1} نشان داده میشود ،یٔ–ن

بخاطر داشته باشید که :

$$f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)}$$

اگـــــر $f(x)=\{(3,1),(5,3),(-2,7)\}$ باشـــــد ، پـــــس تـــــابع معکـــــوس آن $f^{-1}(x)=\{(1,3),(3,5),(7,-2)\}$ است.

امـــــا اگـــــر $f(x)=\{(4,2),(5,9),(-1,2)\}$ باشـــــد ، پـــــس معکـــــوس آن $f^{-1}(x)=\{(2,4),(9,5),(2,-1)\}$ نیست.

زیـــرا $f(2)=1,\ f(2)=4$ ، پـــس بـــرای $x=2$ دو تصـــویر مختلـــف در ســـاحه قیمـــت هـــا *Range* بوجـود مـی آیـد پـس در نتیجـه معکـوس هـر تـابع یـک تـابع نیسـت، یـا بـه عبـارهٔ دیگـر هـر تابع معکوس پذیر نیست.

تعریـــف تـــابع معکـــوس: هرگـاه f تـابع یـک بـه یـک باشـد ، طوریکـه x ناحیـه تعریـف و y ناحیـه قیمـت هـای آن باشـد ، پـس تـابع g معکـوس تـابع f اسـت ، طوریکـه y ناحیـه تعریـف و x ناحیه قیمت های آن باشد.

مثال 1: هر گاه $f(x)=3x-5$ باشد ، معکوس تابع مذکور $f^{-1}(x)$ را دریابید؟

$$y=f(x)$$

چون:

$$y=3x-5$$
$$x=3y-5 \Rightarrow 3y=x+5 \Rightarrow y=\frac{x+5}{3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+5}{3}$$

مثال 2: معکوس تابع $f(x)=x^3+12$ را دریابید؟

$$y=x^3+12 \Rightarrow x=y^3+12 \Rightarrow y^3=x-12$$
$$y=\sqrt[3]{x-12} \Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-12}$$

انتقال عمودی: هرگاه c یک عدد مثبت باشد.

1. اگــر گــراف تــابع $y=f(x)$ بــه انــدازه c واحــد بــه شــکل عمــودی بــه طــرف بــالا انتقــال نماید ، در این صورت تابع $y=f(x)+c$ حاصل میگردد.
2. اگــر گــراف تــابع $y=f(x)$ بــه انــدازه c واحــد بــه شــکل عمــودی بــه طــرف پــائین انتقــال نماید ، در این صورت تابع $y=f(x)-c$ حاصل میگردد.

بــه طــور مثــال: اگــر گــراف تــابع $y=x^2$ بــه طــور عمــودی بــه انــدازه 2 واحــد بطــرف بــالا و پــائین انتقال نماید ، تابع انتقال یافته آن را دریابید؟

انتقال عمودی بطرف بالا $y=x^2 \Rightarrow y=x^2+2$

انتقال عمودی بطرف پایین $y=x^2 \Rightarrow y=x^2-2$

انتقال افقی: هرگاه c یک عدد مثبت باشد.

1. اگــر گــراف تــابع $y=f(x)$ بــه انــدازه c واحــد بــه شــکل افقــی بــه طــرف راســت انتقــال نماید ، در این صورت تابع $y=f(x-c)$ حاصل میگردد.
2. اگــر گــراف تــابع $y=f(x)$ بــه انــدازه c واحــد بــه شــکل افقــی بــه طــرف چــپ انتقــال نماید ، در این صورت تابع $y=f(x+c)$ حاصل میگردد.

بطــور مثــال: اگــر گــراف تــابع $y=x^2$ را بــه شــکل افقــی بــه انــدازه 2 واحــد بطــرف راســت و چــپ انتقال نماید ، تابع انتقال یافته آنرا دریابید؟

انتقال افقی بطرف چپ $y=x^2 \Rightarrow y=(x+2)^2$

انتقال افقی بطرف راست $y=x^2 \Rightarrow y=(x-2)^2$

یادداشت: هرگاه گراف تابع $y=f(x)$ را روی سیستم کمیات وضعیه در نظر بگیریم در سه حالت ذیل منحنی مذکور متناظر است:

1. اگر $x=-x$ تبدیل گردد گراف تابع نظر به محور y متناظر است.
2. اگر $y=-y$ تبدیل گردد ، گراف تابع نظر به محور x متناظر است.
3. اگر $x=-x$ و $y=-y$ تبدیل گردد ، گراف نظر به مبدأ کمیات متناظر است.

عملیات توابع (الجبره توابع): هرگاه $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع را ارائه نماید ، پس عملیات توابع فوق چنین تعریف گردیده است.

1) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$

$dom(f+g)(x)=dom\ f\cap dom\ g$

2) $(f-g)(x)=f(x)-g(x)$

$dom(f-g)(x)=dom\ f\cap dom\ g$

3) $(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$

$dom(f\cdot g)(x)=dom\ f\cap dom\ g$

4) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)},(g(x)\neq 0)$

$dom\left(\frac{f}{g}\right)(x)=dom\ f\cap dom\ g-\{x\setminus g(x)=0\}$

انواع مجانب ها: بطور عموم مجانب ها به سه نوع عمودی ، افقی و مایل مشاهده میگردد.

هرگاه $P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0$ و $g(x)=b_mx^m+b_{m-1}x^{m-1}+\cdots+b_0$ دو تابع پولینومیلی و $f(x)=\frac{p(x)}{g(x)}$ یک تابع ناطق را ارائه نماید ، پس مجانب های تابع $y=f(x)$ چنین بدست می آید:

1. **مجانب عمودی:** یک تابع ناطق زمانی دارای مجانب عمودی می گردد که $y\to\pm\infty$ نماید ، و این زمانی ممکن است که $g(x)=0$ گردد.

2. **مجانـــب افقـــی:** یــک تــابع نــاطق زمــانی دارای مجانــب افقــی میگــردد کــه $x \to \pm\infty$ نماید ، و این زمانی ممکن است که:

- هرگاه $n = m$ باشد ، مجانب افقی آن $y = \frac{a_n}{b_m}$ می باشد.
- هرگاه $n < m$ باشد ، مجانب افقی آن $y = 0$ (خط محور x) می باشد.
- هرگاه $n > m$ باشد ، تابع مجانب افقی ندارد.

بطــور عمــوم مــی تــوان مجانــب افقــی را بــه وســیله $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{p(x)}{g(x)} \Rightarrow y = c$ دریافــت نمود ، که بعداً به کمک لیمت توابع آنرا می توان دریافت نمود.

3. **مجانــب مایــل:** یــک تــابع نــاطق زمــانی دارای مجانــب مایــل مــی گــردد کــه درجــه متحــول صــورت (n) بــه انــدازه یــک واحــد بیشــتر از درجــه متحــول مخــرج (m) باشــد کــه بــرای دریافــت آن حاصــل تقســیم $\frac{p(x)}{g(x)}$ را دریافــت مــی نمــاییم کــه ایــن حاصــل تقســیم یــک تابع خطی $y_1 = mx + b$ به دست می آید که معادله مجانب مایل تابع می باشد..
بــه خــاطر داشــته باشــید کــه یــک تــابع مجانــب افقــی داشــته باشــد مجانــب مایــل نــدارد و برعکس آن اگر تابع مجانب مایل داشت ، مجانب افقی ندارد.

سوالات

1. اگر $A=\{0\}$ و $B=IN$ باشد، پس $A\times B$ مساوی است به:

1) $((0,n)/n\in Q)$ 2) $\{(0,n)/n\in R\}$
3) $\{(n,0)/n\in IN\}$ 4) $\{(0,n)/n\in IN\}$

2. اگر $R=\left\{(x,y)/y=\frac{x}{2}\right\}$ و ناحیه تصاویر این رابطه $(2,5,7)$ باشد، پس ناحیه تعریف آن مساوی است به:

1) $\{4,10,7\}$ 2) $\{4,10,4\}$
3) $\{20,10,1\}$ 4) $\{3,8,10\}$

3. تابع $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ در کدام نقطه متمادی نیست:

1) $x=-1$ 2) $x=1$ 3) $x=0$ 4) $x=-3$

4. ناحیه تعریف تابع $g(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{6-x}$ عبارت است از:

1) $(1,6)$ 2) $(1,6]$ 3) $[1,6]$ 4) $[1,6)$

5. ناحیه قیمت های تابع $f(x)=\sin\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}$ عبارت است از:

1) $\{1\}$ 2) IR 3) $[-1,1]$ 4) $(-1,1)$

6. $f(x)=\begin{cases}5 & ;\ 0\le x<1\\ 1 & ;-4<x<0\end{cases}$ باشد، پس ناحیه تصاویر این تابع مساوی است به:

1) $\{2,1\}$ 2) $\{4,6\}$ 3) $\{5,1\}$ 4) $\{1,0\}$

.7 اگر $f(x)=3^{-x}$ باشد، پس $f(5x)$ مساوی است به:

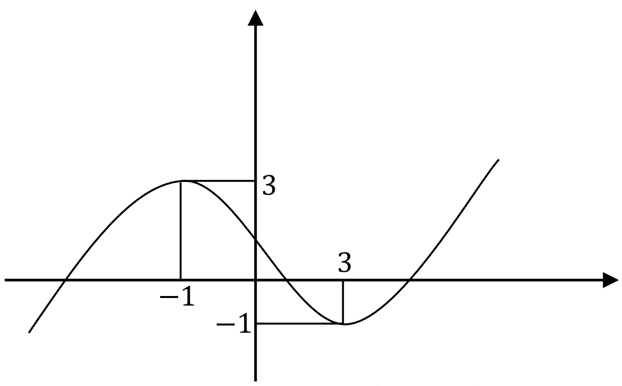
1) هیچکدام
2) $f(5x)=\frac{\frac{1}{2}\log_2 4}{3^{5x}}$
3) $f(5x)=\frac{1}{5^{3x}}$
4) $f(5x)=3^{-5x^2}$

.8 اگر $f(-1)=1\,,f(1)=3$ باشد تابع $f(x)=ax+b$ مشخص کننده کدام تابع ذیل است؟

1) $f(x)=x-2$
2) $f(x)=2x+2$
3) $f(x)=x+2$
4) $f(x)=2x-2$

.9 قیمت $f\big(f(-1)\big)$ در گراف ذیل عبارت از:

1) 3
2) 1
3) -3
4) -1



.10 اگر $M(x,y)$ نقطه ای از گراف تابع $y=x^3$ باشد تناظر این نقطه نسبت به مبدا مختصات عبارت از:

1) $M`(-x,y)$
2) $M`(x,y)$
3) $M`(x,-y)$
4) $M`(-x,-y)$

.11 اگر $g(x)=4-x\,,f(x)=\sqrt{x+3}$ پس $(f-2g)(1)$ عبارت از:

1) -4
2) 4
3) 6
4) -6

.12 اگر $A=[0,3]$ و $B=[0,2]$ باشد، پس $A\times B$ مساوی است به:

1) $A\times B=\{(0,0),(3,0),(0,2),(2,3)\}$
2) $A\times B$ ممکن نیست
3) $A\times B=\{(x,y)/0\le x\le 3\wedge 0\le x\le 2\}$
4) $A\times B=\{(0,0),(0,3),(2,0),(2,3)\}$

13. گراف کدام یک از توابع زیر نظر به محور Y متناظر است :

1) $y = |x|$
2) $y = \frac{1}{2}$
3) $y = x$
4) $y = \sin x$

14. ناحیه تعریف $y = \log_{10} x$ عبارت است از:

1) $(0, \infty)$
2) $(-\infty, 0)$
3) $(-1,1)$
4) IR

15. کدام یک از توابع زیر در انتروال $(-\infty, +\infty)$ یک به یک است:

1) $y = |2x + 1|$
2) $y = 2x + 10$
3) $y = \cos x$
4) $f(x) = \frac{99}{\sqrt{99}} x^2 + 99$

16. ناحیه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{x}$ مساوی است به:

1) $D_f = IR^+ \cup P\{0\}$
3) $D_f = IR^-$
3) $D_f = IR$
4) $D_f = \{0, \infty\}$

17. مجانب عمودی تابع $f(x) = \frac{5x+9}{0.036x-0.072}$ عبارت است از:

1) $x = 2$
2) مجانب عمودی ندارد
3) $x = 0$
4) $x = -2$

18. تابع $f(x) = |600x|$ در انتروال $(-\infty, 0)$ دارای خاصیت زیر است:

1) تابع تاق است
2) یک به یک است
3) تابع جفت است
4) گراف از نقطه $(1,600)$ عبور میکند

19. تابع $\begin{matrix} f: IR \to IR \\ f(x) = x^7 + 1 \end{matrix}$ دارای خاصیت زیر است :

1) یک به یک است
2) تاق است
3) جفت است
4) متناقص است

.20 تابع $f(x) = (7x-7)^{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}$ در نقطه ذیل متمادی نیست:

1) نقطه غیر متمادی ندارد　　2) $x = \frac{2}{3}$

3) $x = 1$　　4) $x = \frac{3}{2}$

.21 ناحیه قیمت های تابع $f(x) = 2x^2 + 3$ عبارت است از:

1) IR　　2) $[0, \infty]$

3) $[2, \infty]$　　4) $[3, \infty]$

.22 اگر $f: IR \to IR$ یک تابع تاق و $f(5) = 4k - 10$ و $f(-5) = k$ باشند، پس قیمت k مساوی است به:

1) $k = 2$　　2) $k = -5$

3) $k = -2$　　4) $k = 5$

.23 هرگاه تابع $y = x^2 + 4$ در انتروال $[0, \infty)$ تعریف شده باشد، پس معکوس این تابع:

1) $y^{-1} = (4-x)^2$　　2) $y^{-1} = \sqrt{x-4}$

3) $y^{-1} = \sqrt{x+4}$　　4) $y^{-1} = (4+x)^2$

.24 هرگاه $f(x) = |x-4| - x \cdot sgn\,(x-2)$ و $g(x) = 4 + sgn\,(x+1)$ باشد قیمت $fog(x^2)$ عبارت از:

1) -6　　2) -4　　3) 6　　4) 4

.25 هرگاه $f(x) = [|x + [|x-2|]|] + sgn\,(x-6) + x - 1$ باشد، قیمت $f(3)$ عبارت از:

1) 4　　2) 5　　3) 6　　4) 7

.26 هرگاه $f(x) = [|x-e|] + [|x+1-\pi|] + x - 3$ باشد قیمت $f(2)$ عبارت از:

1) 3　　2) 2

3) -2　　4) -3

.27 ساحه حل $sgn\,(x^2-3x-10)+1=0$ عبارت از:

1) $(-\infty,2)$ 2) $(5,\infty)$
3) $(-2,5)$ 4) $(-5,2)$

.28 دومین رابطه $R=\{(\sin\frac{3\pi}{2},1),(\ln 2,2),(1,2)\}$ عبارت است از:

1) $\{\sin\frac{3\pi}{2},1,2\}$ 2) $\{1,-1,\ln 2\}$ 3) $\{1,\ln 2\}$ 4) $\{\sin\frac{3\pi}{2},1\}$

.29 اگر $R=\{(x,y),(a,b),(c,d)\}$ باشد،پس R^{-1} مساوی است به:

1) $R^{-1}=\{(c,d)\}$ 2) $R^{-1}=\{(y,x),(c,d)\}$
3) $R^{-1}=\{(y,x),(b,a),(d,c)\}$ 4) $R^{-1}=\{x,a,c\}$

.30 اگر $f(x)=\begin{cases}x^2+1 \ , \ x\le 0\\ 2x-1 \ , \ x>0\end{cases}$ باشد، پس $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ مساوی است به:

1) $\frac{4}{5}$ 2) $\frac{5}{4}$ 3) $-\frac{4}{5}$ 4) $-\frac{5}{4}$

.31 اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3+x}{x} \ , \ x\ne 3\\ 4 \ , \ x=3\end{cases}$ باشد، پس $f(3)$ مساوی است به:

1) 5 2) 4 3) 2 4) 3

.32 امپلیتود تابع $f(x)=\frac{5}{11}\cos\frac{13}{3}x$ عبارت است از :

1) $\frac{3}{13}$ 2) $\frac{13}{3}$ 3) $\frac{10}{22}$ 4) $\frac{5}{22}$

.33 ناحیه تعریف تابع $y=\log_{10}100$ عبارت است از :

1) $(-\infty,2)$ 2) $(0,\infty)$ 3) $(0,-\infty)$ 4) IR

.34 ناحیه تعریف تابع $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{-5x}$ عبارت از:

1) $[0,\infty)$ 2) IR 3) $(-\infty,0)$ 4) $(-7,\infty)$

.35 ناحیه تعریف تابع $f(x)=\sin\left(\frac{10}{3}x\right)$ یکی از انتروال های ذیل است:

1) $(-\infty,+\infty)$ 2) $(0,\infty)$ 3) $[-1,1]$ 4) $(-1,1)$

.36 ناحیه تعریف تابع $h(x)=3x^2-2x+1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ عبارت است از:

1) IR 2) $IR-\{-1,+1\}$

3) $IR-\{-1\}$ 4) همه درست است

.37 اگر $f(x)=\begin{cases}2 & ,x>1\\ 0 & ,x=0\\ -2 & ,x<-1\end{cases}$ باشد پس ناحیه تصاویر این تابع مساوی است به:

1) $\{-1,0,1\}$ 2) $\{-2,0,2\}$ 3) $\{-\infty,\infty\}$ 4) $\{0,\infty\}$

.38 ناحیه قیمت های تابع $f(x)=\left|\sin\frac{4\pi}{4}\right|$ عبارت است از:

1) $\left\{\frac{2}{\sqrt{2}}\right\}$ 2) $\{0\}$ 3) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ 4) IR

.39 ناحیه قیمت های تابع $y=\frac{\cos x}{5}$ عبارت است از:

1) $[-5,5]$ 2) $\left[0,\frac{1}{5}\right]$ 3) $\left[-\frac{1}{5},5\right]$ 4) $\left[-\frac{1}{5},\frac{1}{5}\right]$

.40 تابع $f(x)=3e^x$ محور y را در نقطه ذیل قطع میکند:

1) $(0,1)$ 2) $(3,0)$ 3) $(1,0)$ 4) $(0,3)$

.41 تابع $y = 2\tan x$ در تمام ناحیه تعریف دارای کدام خاصیت ذیل میباشد:

1) متناقص است 2) نه متزاید ونه متناقص 3) ثابت است 4) متزاید است

.42 تابع $f(x) = 33x^2$ طوریکه $(-\infty, 0)$ باشد، دارای کدام خاصیت است :

1) تابه متزاید 2) تابع یک به یک 3) تابع جفت 4)تابع طاق

.43 گراف کدام یک از توابع زیر نظر به محور Y متناظر است :

1) $y = |x|$ 2) $y = \frac{1}{2}$ 3) $y = x$ 4) $y = \sin x$

.44 تابع $\begin{cases} f: IR \to IR \\ f(x) = x^5 + x^3 \end{cases}$ دارای خاصیت زیر است:

1) تاق است 2) جفت است

3) نه جفت است و نه تاق است 4) متناقص است

.45 معکوس تابع $f(x) = \frac{x+0.8}{x+2)5}$ عبارت است از:

1) $\frac{0.8-2)5x}{x-1}$ 2) $\frac{0.8+2)5x}{x+1}$ 3) $\frac{0.8-2)5x}{x+1}$ 4) $\frac{0.8+2)5x}{x-1}$

.46 کدام یک از توابع زیر در انتروال $(-\infty, +\infty)$ یک به یک است:

1) $y = |2x + 1|$ 2) $y = 2x + 10$

3) $y = \cos x$ 4) $f(x) = \frac{99}{\sqrt{99}}x^2 + 99$

.47 اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = 1 + x$ باشد، درینصورت $(fog)(x)$ مساوی است به:

1) $(1 + x)^2$ 2) $1 + x^2$

3) $x^2 - 1$ 4) $1 + (1 + x)^2$

.48 $f(x)=\frac{x^2-2}{x^2+1}$ و $g(x)=\tan^2 x$ باشد، پس $(fog)\left(\frac{\pi}{4}\right)$ مساوی است به:

1) $\frac{1}{8}$ 2) $-\frac{1}{2}$ 3) 2 4) 8

.49 اگر $f(x)=x^2-1$ باشد، پس $fof(x)$ مساوی است به:

1) $(x^2-1)^2$ 2) $(x^2-1)^2-1$ 3) $(1-x^2)^2$ 4) x^2-1

.50 هرگاه $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ و $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$ باشد، پس $fog(x)$ عبارت است از:

1) 1 2) -1 3) $-x$ 4) x

.51 مجانب عمودی تابع $f(x)=\frac{5x+9}{0.036x-0.072}$ عبارت است از:

1) $x=2$ 2) مجانب عمودی ندارد 3) $x=0$ 4) $x=-2$

.52 مجانب افقی تابع $f(x)=\frac{5x^2-x}{3x^4+14}$ عبارت است از:

1) $y=0$ 2) $x=0$

3) $x=\frac{14}{3}$ 4) مجانب افقی ندارد

.53 مجانب مایل تابع $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ عبارت است از:

1) $y=ax$ 2) $y=cx$

3) $y=bx$ 4) مجانب مایل ندارد

.54 در تابع $f(x)=\frac{x^2+5}{x+1}$ مجانب مایل عبارت است از:

1) $y=x+1$ 2) $x=$

3) $y=-x$ 4) $y=x-1$

.55 رأس گراف تابع $f(x) = (x + 7)^2 + 10$ عبارت است از:

1) $(7,-10)$ 2) $(-2,10)$ 3) $(-7,10)$ 4) $(7,10)$

.56 نقطه $p\left(\cos\frac{15\pi}{4}, \sin\frac{15\pi}{4}\right)$ در کدام ناحیه واقع است؟

1) ناحیه چهارم 2) ناحیه سوم 3) ناحیه اول 4) ناحیه دوم

.57 در تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ مجانب مایل عبارت است از:

1) 1 2) مجانب مایل ندارد 3) -1 4) صفر

.58 از انتقال عمودی گراف تابع $y = \sqrt{31}x^5$ گراف کدام یک از توابع زیر است:

1) $y = \sqrt{31}\left(x + \sqrt{31}\right)^5$ 2) $y = \sqrt{31}(x + 14)^5$

3) $y = \sqrt{31}\left(x - \sqrt{31}\right)^5$ 4) $y = \sqrt{31}x^5 + 1$

.59 نقطه غیر متمادیت تابع $f(x) = \frac{\sin x}{(2x-18)^{\frac{1}{11}}}$ عبارت است از:

1) $x = 11$ 2) تابع غیر متمادی نیست

3) $x = 9$ 4) $x = -9$

.60 حاصل $sgn\left(\cos\left(\frac{88888\pi}{2}\right)\right)$ مساوی است به:

1) تعریف نشده 2) 1 4) -1 4) 0

.61 حاصل $sgn\left(-sgn\frac{100}{777}\right)$ مساوی است به:

1) -1 2) 1 4) تعریف نشده 4) 0

.62 $sgn(\cos(10007\pi))$ مساوی است به:

1) صفر 2) تعریف نشده است 3) -1 4) 1

63. حاصل $sgn\left(\cos\left(\frac{8009\pi}{2}\right)\right)$ مساوی است به:

1) 0   2) تعریف نشده است   3) -1 4) 1

64. هرگاه $x \in Z$ باشد و تابع $sgn\ (x^2 - 2x - 15) = -1$ باشد در این صورت $\sum x$ عبارت از:

1) 3   2) 5   3) 7   4) 9