فصل نهم

لیمت توابع

لیمت که به معنی حد یا هدف است یکی از مباحث عمده ریاضیات میباشد که توسط عالم انگلیسی به نام «ویرس ترس» بطور مفصل تشریح و توضیح گردیده است.

تقرب متحول: هرگاه متحول x به عدد معین a تقرب نماید ، طوریکه تفاوت بین x و a از هر عدد کوچک $(\delta > 0)$ کوچکتر گردد، یعنی :

$$\forall \delta > 0 : |x - a| < \delta \Rightarrow x \to a$$

تقرب متحول از دست راست: اگر یک ترادف متناقص قیمت های x وجود داشته باشد.

$$x : a + 0.1, a + 0.01, a + 0.001, \cdots (x \to a^{+})$$

تقــرب متحــول از دســت چــپ: اگــر یــک تــرادف متزایــد قیمــت هــای x وجــود داشــته باشد.

$$x: a-0.1, a-0.01, a-0.001, \cdots (x \to a^-)$$

تعریـــــف : هرگـــاه در تـــابع $y = f(x)$ متحـــول $(x \to a^+, x \to a^-)$ یعنـــی $x \to a$ نمایـــد ، طوریکـــه $|x-a| < \delta$ گـــردد ، در ایـــن صـــورت تـــابع مربـــوط $y \to l$ مـــی نمایـــد ، طوریکـــه $|y-l| < \varepsilon$ میگـــردد ، (در حالیکـــه δ و ε دو عـــدد بـــی نهایـــت کوچـــک انتخـــابی مثبت می باشد) پس می توان نوشت:

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x\to a} f(x) = l$$

خواص لیمت:

1) $\lim_{x\to a} c = c (c = const)$

2) $\lim_{x\to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

3) $\lim_{x\to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

4) $\lim_{x\to a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x\to a} f(x)$

5) $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$

6) $\lim_{x\to a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$

7) $\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$

8) $\lim_{x\to a} [\log_b f(x)] = \log_b \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]$

توابـــع بـــی نهایـــت کوچـــک: تـــابع $\varepsilon(x)$ در صـــورتیکه $x \to a$ بـــی نهایـــت کوچـــک گفته می شود ، اگر $\lim_{x\to a} \varepsilon(x) = 0$ گردد.

قضـــیه ســـاندویچ: اگـــر توابـــع ماننـــد $f(x)$ ، $g(x)$ و $h(x)$ را در نظـــر بگیـــریم بـــرای قیمـــت هـــای x از یـــک انتـــروال بـــاز کـــه عـــدد a شـــامل آن باشـــد ، طوریکـــه $x = a$ و یـــا امکـــان دارد

$x \neq a$ باشد ، شرطی $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ را صدق نماید ، هرگاه $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = b$ باشد ، پس $\lim_{x\to a} g(x) = b$ می باشد.

مثلاً اگر تابع $g(x)$ دارای خاصیت $\left(2 - \frac{x}{5} \leq g(x) \leq 2 + \frac{x}{5}\right)$ باشد ، $\lim_{x\to 0} g(x)$ را مشخص می نماییم.

چون:

$$\lim_{x\to 0}\left(2 - \frac{x}{5}\right) = \lim_{x\to 0}\left(2 + \frac{x}{5}\right) = 2$$
$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} g(x) = 2$$

اشکال نامعین: اشکال نامعین عبارت اند از:

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 1^{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty^{\infty}, \infty^{0}, 0^{\infty}, 0^{0}$ که هر یک از اشکال به کمک لیمت به روش و طریقه های خاصی دارای قیمت حدی می گردد.

رفع اشکال نامعین:

1. **رفع شکل $\frac{0}{0}$:** برای دریافت لیمت تابع که در شکل $\frac{0}{0}$ باشد آنرا به وسیله تجزیه پولینوم های الجبری ، تقسیم ترکیبی ، ضرب مزدوج و یا تعویض ساده می نماییم.
2. **رفع شکل $\frac{\infty}{\infty}$:** جهت دریافت لیمت $f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_0}$ زمانیکه $x \to \infty$ نماید ، سه نتیجه ذیل وجود دارد.

- ❖ هرگاه $n = m$ باشد لیمت تابع $\left(\frac{a_n}{b_m}\right)$ است.
- ❖ هرگاه $n < m$ باشد لیمت تابع (0) است.
- ❖ هرگاه $n > m$ باشد لیمت تابع (∞) است.

3. **رفـــع شـــکل** $(\infty-\infty)$ و $(0\cdot\infty)$**:** اولاً توابـع اشـکال فـوق را بـه کمـک مخـرج مشـترک یـا ضـرب مـزدوج و یـا سـایر عملیـات ریاضـی بـه شـکل $\frac{0}{0}$ و یـا $\frac{\infty}{\infty}$ تبـدیل نمـوده ، بعداً مانند حالت اول و دوم به حل آن می پردازیم.

4. **رفـــع شـــکل** 1^{∞}**:** جهـت دریافـت لیمـت تـابع کـه در شـکل 1^{∞} قـرار داشـته باشـد بـا استفاده از روابط ذیل می توان عمل نمود.

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$ 2) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

طوریکـه $e=2.718281\cdots$ بنـام عـدد ایلـر *Euler* یـاد مـی گـردد ، همچنـان نتـایج دو قضـیه فوق عبارت از:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta x}=e^{\alpha\cdot\beta}$ 2) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{\alpha}{x}}=e^{\alpha}$

و به همین ترتیب شکل عمومی مبهم 1^{∞} را اختیار نماید ، در نتیجه:

$$\Rightarrow \lim_{x\to a}[u(x)]^{v(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a}\left[v(u-1)\right]}$$

لیمـــت توایـــع مثلثـــاتی : جهـت دریافـت لیمـت هـای توابـع مثلثـاتی سـه قضـیه اساسـی ذیـل را در نظر داشته باشید.

1) $\lim\limits_{x\to 0}\sin x=0$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\cos x=1$

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

نتائج قضیه (3) عبارت است از:

$$a)\quad \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1$$
$$b)\quad \lim_{x\to 0}\left(x\cdot \csc x\right)=1$$
$$c)\quad \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$$
$$d)\quad \lim_{x\to 0}\frac{x}{\tan x}=1$$
$$e)\quad \lim_{x\to 0}\left(x\cdot \cot x\right)=1$$

بخاطر داشته باشید که $\lim_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x}=0,\ \lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$ می گردد.

متمادیـــت توابـــع: از دیـدگاه لیمـت توابـع یـک تـابع $y=f(x)$ در نقطـه $x=a$ متمـادی گفته می شود زمانیکه:

1. نقطه a در ناحیه تعریف $f(x)$ شامل باشد ، یعنی $f(a)$ موجود باشد.
2. $\lim_{x\to a} f(x)$ موجود باشد.
3. $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$ گردد.

یادداشـت: بـه خـاطر داشـته باشـید کـه در محاسـبه لیمـت توابـع نـاطق (کسـری) هرگـاه تـابع شـکل مـبهم $\frac{0}{0}$ یـا $\frac{\infty}{\infty}$ را داشـته باشـد ، اسـتعمال قاعـده هوپیتـال یعنـی $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f'(a)}{g'(a)}$ (بـه کمک مشتق صورت و مخرج کسر) خیلی مفید است.

قابـل یـاد آوری اسـت کـه اگـر بعـد از مشـتق اول بـاز هـم تـابع در شـکل نـامعین قـرار گیـرد ، مشـتق دوم ، سوم ، ... $(n)-$ ام آنرا تشکیل نموده تا رفع ابهام گردد.

سوالات

.1 $\lim\limits_{x\to\sqrt{e}}\left(\frac{1}{x}\right)^{-2\ln x}$ مساوی است به:

1) $e^{\frac{1}{2}}$ 2) $e^{-\frac{1}{2}}$ 3) $\frac{1}{e}$ 4) e

.2 $\lim\limits_{x\to\frac{1}{e^2}}(1+\ln x)^{\frac{1}{\ln x}}$ مساوی است به:

1) 2 2) $\sqrt{-1}$ 3) e 4) $\frac{1}{i}$

.3 اگر $f(x)$ در نقطه $x=2$ متمادی و $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=4$ ، $f(2)=a-5$ باشد، پس قیمت a مساوی است به:

1) $a=2$ 2) $a=9$ 3) $a=3$ 4) $a=-1$

.4 هرگاه برای هر $x\in(a-\delta,a+\delta)$, $f(x)\le g(x)$ و $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ موجود باشند پس:

1) $\lim\limits_{x\to a} f(x) > \lim\limits_{x\to a} g(x)$ 2) $\lim\limits_{x\to a} f(x) \le \lim\limits_{x\to a} g(x)$

3) هر دو صحت دارد 4) هر دو غلط است

.5 $\lim\limits_{x\to\pi}\left(\frac{\sin(x-\pi)}{\pi-x}\right)^{\frac{\pi-x}{\sin(x-\pi)}}$ مساوی است به:

1) -1 2) 1 3) 0 4) 2

.6 رابطه بین δ و ε در لیمت $\lim_{x\to 100}(3x+100)=400$ مساوی است به:

1) $\delta=\frac{\varepsilon}{3}$ 2) $\delta=3+\varepsilon$ 3) $\delta=\frac{3}{\varepsilon}$ 4) $\delta=3\varepsilon$

.7 اگر $\varepsilon(x)=e^{\sin x}$ باشد در لیمیت $\lim_{x\to a}\varepsilon(x)$ تابع $\varepsilon(x)$ به کدام قیمت a یک تابع بی نهایت کوچک است:

1) برای a هیچ عدد حقیقی موجود نیست 2) $a=\frac{10\pi}{4}$

3) $a=\frac{\pi}{100}$ 4) $a=\pi$

.8 $\lim_{x\to 4}\frac{\log^4(36-8x)^4}{\log^3(36-8x)^3}$ مساوی است به:

1) $\frac{256}{81}log\ 4$ 2) $\frac{128}{27}log\ 16$

3) $\frac{256}{27}\log 2$ 4) $\frac{64}{27}\log 4$

.9 اگر $\varepsilon(x)$ در $x\to a$ یک تابع بی نهایت کوچک و $\lim_{x\to a}g(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ باشد پس تابع $\varepsilon(x)$ مساوی است به:

1) $\varepsilon(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}+g(x)$ 2) $\varepsilon(x)=0$

3) $\varepsilon(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}-g(x)$ 4) $\varepsilon(x)=\lim_{x\to a}g(x)-\frac{5}{8}$

.10 $\lim_{x\to 0.01}\frac{1-\cos^2\frac{1}{200}}{1-\cos x}$ مساوی است به:

1) $\sin(0.01)-1$ 2) $\frac{1}{100}$

3) $\sin^2(0.01)-1$ 4) هیچکدام

.11 اگر $x \to d, g(x)$ یک تابع بی نهایت کوچک $\lim_{x\to 4} k(x) = \frac{3}{\sqrt{2}}$ باشد، پس تابع مساوی است به:

1) $K(x) = \frac{6+\sqrt{8}g(x)}{\sqrt{8}}$

2) $k(x) = \frac{3\sqrt{2}}{2} g(x)$

3) $k(x) = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{g(x)}$

4) $k(x) = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{g(x)}$

.12 اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, x \neq 1 \\ x+2, x = 1 \end{cases}$ باشد،پس $\lim_{x\to 1} f(x)$ مساوی است به:

1) 2

2) 1

3) -1

4) 2

.13 اگر $\lim_{x\to 6} f(x) \neq f(6)$ باشد،پس $f(x)$ در نقطه $x = 6$ دارای یکی از خاصیت های زیر است:

1) مشتق پذیر است

2) متمادی نیست

3) انتیگرال پذیر است

4) متمادی است

.14 $\lim_{x\to \ln\frac{1}{2}} \frac{\ln 2+\ln 2\cos x}{cos^2 \ln\frac{1}{\sqrt{2}}}$ مساوی است به:

1) $cos^2 \ln\frac{1}{\sqrt{2}}$

2) $\ln 4$

3) $\ln 2 + \ln 2\cos x$

4) 2

.15 $\lim_{x\to \frac{1}{2}} \frac{ln^2(x+1)}{ln^2(x-1)}$ مساوی است به:

1) 9

2) $9\ln\frac{2}{3}$

3) $\frac{1}{9}$

4) $\frac{9}{\ln 2}$

.16 اگر $g(x) = \begin{cases} \sin x + x & : x \geq 0 \\ x^2 - 1 & : -1 < x < 0 \\ x^3 + \sqrt{x^2+1} & : -3 < x \leq -1 \end{cases}$ باشد،پس $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ مساوی است به:

1) 0

2) -1

3) 1

4) 2

.17 $\lim_{x\to\frac{1}{10}}(\cos 10x)(1+tan^2 10x)$ مساوی است به:

1) $tan^2 1$ 2) $sec^2 1$ 3) $\tan 1$ 4) $\sec 1$

.18 $\lim_{x\to 0}\frac{2x^2+7x+12}{(x-1)^2+1}$ مساوی است به:

1) 8 2) 5 3) 6 4) 7

.19 اگر $\varepsilon(x)$ در $x\to a$ یک تابع بی نهایت کوچک و $\lim_{x\to a} g(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ پس تابع $\varepsilon(x)$ مساوی است به:

1) $\varepsilon(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}+g(x)$ 2) $\varepsilon(x)=0$

3) $\varepsilon(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}-g(x)$ 4) $\varepsilon(x)=\lim_{x\to a} g(x)-\frac{5}{8}$

.20 $\lim_{x\to 10}\frac{\log^4(29-2x)^2}{\log^3(29-2x)}$ مساوی است به:

1) $17\log 9$ 2) $81\log 9$ 3) $27\log 3$ 4) $81\log 3$

.21 اگر $x\to a, \varepsilon(x)$ یک تابع بینهایت کوچک و $\lim_{x\to a} f(x)=\frac{8}{7}$ باشد، پس تابع $f(x)$ مساوی است به:

1) $f(x)=\varepsilon(x)-\frac{8}{7}$ 2) $f(x)=\frac{16}{14}-\frac{1}{\varepsilon(x)}$

3) $f(x)=\frac{8+7\varepsilon(x)}{7}$ 4) $f(x)=\frac{8}{7}\varepsilon(x)$

.22 لیمت $\lim_{x\to 5^+} 3^{\frac{3}{x-5}}$ عبارت است از:

1) ∞ 2) 0 3) e^3 4) $-\infty$

.23 لیمت $\lim\limits_{x\to\sin 1}\frac{1-x^2}{1+\cos 2}$ مساوی است به:

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\sin 1+1$ 3) $2\sin 1$ 4) 2

.24 در $\lim\limits_{x\to 1}(5x-1)=4$ رابطه بین δ و ε مساوی است به:

1) $\delta=\varepsilon$ 2) $\delta=\frac{\varepsilon}{5}$ 3) $\delta=2\varepsilon$ 4) $\delta=\frac{5}{\varepsilon}$

.25 $\lim\limits_{x\to\log 5}(10^x+\frac{1}{10^x})$ مساوی است به:

1) $\frac{5}{26}$ 2) 5 3) $\frac{26}{5}$ 4) $\frac{1}{5}$

.26 تابع $g(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x} & ;x>0\\ x^2+1 & ;-2<x\le 0\\ 4x-1 & ;-5<x\le -2\end{cases}$ باشد، پس کدام رابطه ذیل درست است:

1) $\lim\limits_{x\to 2^-}g(x)\ge g(-2)$ 2) $\lim\limits_{x\to 2^-}g(x)=g(-2)$

3) هیچکدام 4) $\lim\limits_{x\to 2^-}g(x)<g(-2)$

.27 اگر $f(x)$ در نقطه $x=a$ متمادی $f(a)=-1$ باشد، پس $\lim\limits_{x\to a}5^{f(x)}$ مساوی است به:

1) 5^{-1} 2) 25 3) -5 4) 5

.28 اگر $f(a)=3$ و $\lim\limits_{x\to a}f(x)=2y+1$ باشد $f(x)$ در نقطه $x=a$ متمادی باشد، پس قیمت y مساوی است به:

1) 2 2) 1 3) -2 4) -1

29. لیمت $\lim_{x\to 0}\frac{sin3x\,.\,sin5x}{(x-x^3)^2}$ مساوی اس به :

1) 50 2) $\sqrt{15}$ 3) $\frac{1815}{121}$ 4) 0

30. $\lim_{x\to 0}\frac{tan^2\frac{x}{3}}{sin^3\frac{3x}{5}}$ مساوی است به:

1) $\frac{25}{81}$ 2) 1 3) $\frac{81}{25}$ 4) 0

31. اگر $\lim_{x\to\infty} f(x)=\frac{1}{5}$ باشد مجانب مایل $f(x)$ مساوی است به:

1) مجانب مایل ندارد 2) $y=-\left(x+\frac{1}{5}\right)$ 3) $y=x+\frac{1}{5}$ 4) $y=x-\frac{1}{5}$

32. $\lim_{x\to\infty}(x^5-8x^3)$ مساوی است به:

1) 0 2) 1 3) ∞ 4) -1

33. لیمت $\lim_{x\to 3}\frac{\tan x-\sin x}{12\tan x}$ مساوی است به:

1) $\frac{\sin^2 3}{6}$ 2) $\frac{\sin^2\frac{3}{2}}{6}$ 3) $\frac{\sin^2 2}{3}$ 4) $\frac{\sin^2 2}{6}$

34. لیمیت $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x-\sin 2x}{\sin x}$ مساوی است به:

1) $\frac{3}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) 3

35. $\lim_{x\to 0.01}\frac{1-\cos^2\frac{1}{200}}{1-\cos x}$ مساوی است به:

1) $\sin(0.01)-1$ 2) $\frac{1}{100}$

3) $\sin^2(0.01)-1$ 4) هیچکدام

.36 لیمت $\lim\limits_{x\to ln\frac{1}{2}} \frac{\ln 2+\ln 2\cos x}{\cos^2 \ln\frac{1}{\sqrt{2}}}$ مساوی است به:

1) $\cos^2 \ln\frac{1}{\sqrt{2}}$ 2) $\ln^2 + \ln 2\cos x$ 3) $\ln 4$ 4) 2

.37 اگر $f(x) = \sin x + x$ باشد پس $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(\pi+h)-f(\pi)}{h}$ مساوی است به:

1) -1 2) 0 3) موجود نیست 4) 1

.38 $\lim\limits_{x\to 2} \frac{|x-2|}{x-2}$ مساوی است به:

1) 1 2) 0 3) موجود نیست 4) -1

.39 اگر $g(x) = \frac{e^x-1}{2x^2}$ باشد،پس حاصل $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ یکی از گزینه های ذیل است:

1) 6 2) ∞ 3) $-\infty$ 4) موجود نیست

.40 لیمت $\lim\limits_{x\to\frac{1}{\sqrt{\pi}}} \frac{\pi^{-\frac{2}{4}} - x}{\pi^{-1} - x^2}$ مساوی است به:

1) $2\sqrt{\pi}$ 2) $\frac{2}{\pi}$ 3) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ 4) $\frac{\sqrt{4\pi}}{4}$

.41 لیمت $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{e^{3\ln(x+\Delta x)} - e^{3\ln x}}{\Delta x}$ مساوی است به:

1) $3e^{\ln x^2}$ 2) $e\ln x^2$ 3) $e^{\ln x}$ 4) $3e\ln x^2$

.42 $\lim\limits_{x\to \ln 10} \frac{x^2-\ln^2 10}{x-\ln 10}$ مساوی است به:

1) $\frac{1}{2}\ln 10000$ 2) $\frac{1}{2}\ln 10$ 3) $\ln 10$ 4) $\ln 1000$

.43 $\lim_{h\to 0}\frac{(\sqrt{2}x+\sqrt{2}h)^3-(\sqrt{2}x)^3}{h}$ مساوی است به:

1) $3-\sqrt{2}x$ 2) $6-\sqrt{2}(2x)^2$

3) $3\sqrt{2}(2x)^2$ 4) $3\sqrt{8}x^2$

.44 $\lim_{x\to \ln 3}\frac{k^2-\ln^2 3}{k-\ln 3}$, $k\neq \ln 3$ مساوی است به:

1) $k+\ln 3$ 2) $2nl\ 3$ 3) صفر 4) $\ln 3$

.45 $\lim_{x\to 8}\frac{x-8}{\sqrt{x}-\sqrt{8}}$ مساوی است به:

1) $\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{2}$ 3) $3\sqrt{2}$ 4) $4\sqrt{2}$

.46 $\lim_{x\to 0}\frac{(9x+2)^2-4}{x}$ مساوی است به:

1) 16 2) 32 3) 36 4) 40

.47 $\lim_{x\to 1^-}\frac{|x-1|}{x-1}$ مساوی است به:

1) موجود نیست 2) صفر 3) -1 4) 1

.48 $\lim_{x\to\infty}\frac{x^{50}+2x^{25}}{x^{25}+1}$ مساوی است به:

1) ∞ 2) 2^{25} 3) 0 4) 1

.49 لیمت $\lim_{x\to\infty}\frac{(9x^4+1)^{30}+(5x^4+2)^{20}}{(3x^2+3)^{30}+(3x^4+4)^{20}}$ عبارت است از:

1) 9^0 2) ∞ 3) 9^9 4) 3^{30}

.50 لیمت $\lim_{x\to\infty}\frac{8x^{100}+(x^2-1)^{100}+x^{50}}{x^{100}+9x^{100}+1}$ مساوی است به:

1) ∞ 2) $\frac{8}{9}$ 3) 1 4) 0

.51 $\lim_{x\to\infty}\frac{x^{50}+2x^{25}}{x^{25}+1}$ مساوی است به:

1) ∞ 2) 2^{25} 3) 0 4) 1

.52 قیمت لیمت $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)^4-(n-1)^4}{(2n+1)^4+(n-1)^4}$ عبارت از:

1) $\frac{5}{17}$ 2) $\frac{15}{17}$ 3) صفر 4) بی نهایت

.53 مقدار لیمت $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{7n+\sqrt{5}}}{\sqrt{343n+\sqrt{2}}}$ عبارت از:

1) $-\frac{1}{4}$ 2) $-\frac{1}{7}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{1}{7}$

.54 قیمت $\lim_{n\to\infty}\sin\left[\pi\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)\right]$ مساوی است به:

1) 1 2) 2 3) 0 4) ∞

.55 لیمت تابع $\lim_{x\to\infty}\frac{4^{x+2}+6^{x+1}}{5\cdot 6^x+2^x}$ عبارت از:

1) $\frac{3}{4}$ 2) 1 3) $\frac{6}{5}$ 4) $\frac{1}{2}$

.56 $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\sqrt{2}x}$ مساوی است به:

1) $\sqrt{e}$ 2) $e^{\sqrt{2}}$ 3) $e^{-\sqrt{2}}$ 4) $-\sqrt{2}$

.57 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x+2}$ مساوی است به:

1) e^5 2) e^4 3) e^2 4) $e^{\frac{1}{2}}$

.58 $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\ln\left(1-\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$ مساوی است به:

1) e 2) 1 3) 0 4) $e^{\frac{1}{2}}$

.59 لیمت $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^{x^2}$ مساوی است به :

1) $-e$ 2) 1 3) -1 4) e

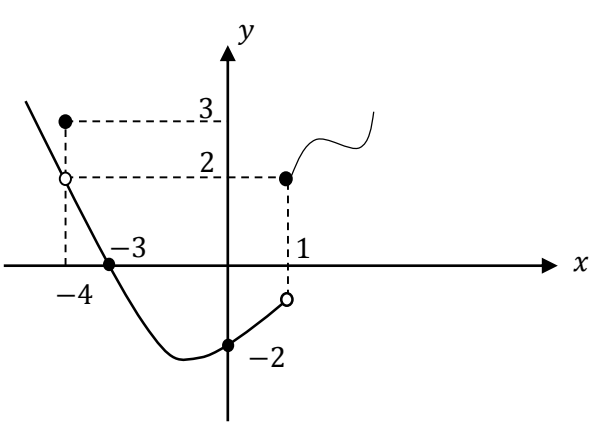
.60 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{\frac{\sin x}{x}}$ مساوی است به:

1) موجود نیست 2) 1 3) e 4) ∞

.61 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[x]{1+\frac{1}{4x}}\right)$ مساوی است به:

1) $\sqrt[4]{e}$ 2) $\sqrt{e}$ 3) 1 4) $\frac{1}{e^{10}}$

.62 در شکل ذیل $\lim\limits_{x\to -4}f(x)+\lim\limits_{x\to -3}f(x)+\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$ عبارت است از:



1) 1 2) 3

3) 4 4) 5

63. هرگاه $\lim_{x\to 2}[f(x)+x-5]=4$ باشد در این صورت $\lim_{x\to 2} f(x)$ عبارت از:

1) 3 2) 5 3) 6 4) 7

64. هرگاه $x_n=\sqrt[n]{5}$ و $y_n=2+\frac{1}{n}$ باشد $\lim_{n\to\infty}(x_n\cdot y_n)$ عبارت از:

1) 2 2) -1 3) n 4) 0

65. $\lim_{x\to 3} f(x)=4$ باشد در این صورت $\lim_{x\to 3}\frac{(f(x)-3)(f^2(x)-4f(x)+1)}{x+3}$ عبارت از:

1) 0 2) $\frac{1}{6}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2}$

66. لیمت $\lim_{x\to\infty}\frac{(a-3)x^3-4x^2+x-5}{(b-2)x^2+3}=4$ در این صورت قیمت $a+b$ عبارت از:

1) 2 2) 3 3) 5 4) 4

67. لیمت $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\cos x^{\cos x}$ عبارت از:

1) 0 2) 1 3) $\frac{3}{2}$ 4) 2

68. لیمت $\lim_{x\to\infty}\left[\ln\sqrt{e^3x^2+2}-\ln\sqrt{e^4x^2}\right]$ عبارت از:

1) -1 2) 1 3) $-\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{2}$

69. هرگاه $f(x)=\left[1+\frac{4x^2}{3x^3+1}\right]^x$ باشد در این صورت $\lim_{x\to\infty} f(x)$ عبارت از:

1) $\sqrt{e}$ 2) $\sqrt[3]{e^4}$ 3) $\sqrt[3]{e}$ 4) 1

70. لیمت $\lim_{x\to 0^+}\sqrt[x]{1-2x}$ عبارت از:

1) e^{-2} 2) e^{-1} 3) e 4) e^2