

فصل پنجم

لوگارتیم

تعریف: طرز ارائه دیگر طاقت لوگارتیم گفته می شود یا به عباره دیگر لوگارتیم عبارت از طرز محاسبه توان مجهول می باشد.

در صورتیکه $x \in R, a \neq 1, N > 0$ باشد: $N = a^x$ یک تابع اکسپونشیل باشد سپس معکوس آن تابع لوگارتیمی گفته می شود. یعنی:

$$a^x = N \Rightarrow \log_a N = x$$

بخطا داشته باشید که a قاعده لوگارتیم ، x نتیجه لوگارتیم و N انتی لوگارتیم x نامیده میشود یعنی:

$$\text{anti log } x = N$$

انواع لوگارتیم: بطور عموم لوگارتیم به دو نوع می باشد.

(1) لوگارتیم اعشاری (لوگارتیم معمولی): که قاعده آن (10) است یعنی:

$$\log_{10} N = \log N$$

طوری که:

مانتیس + کرکترستیک (مشخصه) $\log N =$

مشخصه لوگارتیم مذکور از تعداد m رقم اعداد صحیح به اندازه $(m-1)$ می باشد و برای اعداد کوچکتر از یک به تعداد مجموعه m صفر طرف چپ، مشخصه آن $(-m)$ می باشد.

مانتیس لوگارتیم قسمت اعشاری نتیجه لوگارتیم بوده که به کمک جدول لوگارتیم یا ماشین های حساب قابل دریافت می باشد.

2) لوگارتیم غیر اعشاری: که قاعده آن غیر از عدد (10) است که یکی از جمله لوگارتیم های غیر اعشاری

لوگارتیم طبیعی به قاعده e می باشد، یعنی: $\log_e N = \ln N$

خواص لوگارتیم: در حالیکه $a \neq 1$ و اعداد مانند $M > 0$ و $N > 0$ باشد، برای لوگارتیم خواص ذیل

وجود دارد:

- 1) $\log_a 1 = 0$
- 2) $\log_a a = 1$
- 3) $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$
- 4) $\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$
- 5) $\log_a \left(\frac{1}{M} \right) = -\log_a M = co \log_a M$
- 6) $\log_a M^n = n \log_a M$
- 7) $\log_a \sqrt[n]{M^p} = \frac{p}{n} \log_a M$
- 8) $\log_a M = \frac{1}{\log_M a}$
- 9) $\log_{a^m} M^n = \frac{n}{m} \log_a M$
- 10) $\log_a M = \frac{\log_c M}{\log_c N}$
- 11) $a^{\log_a M} = x \Rightarrow x = M$
- 12) $\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_d c \cdots \log_n m = \log_n a$
- 13) $\log_c [\log_b (\log_a x)] = n \Rightarrow x = a^{b^{c^n}}$
- 14) $a^{\log_b x} = c^{\log_b x} \Rightarrow a^{\log_b x} = a^{\log_b c} \Rightarrow \log_b x = \log_b c \Rightarrow x = c$

سوالات

1. مانتیس $\log 582$ مساوی است به:

- (1) $\log 58.2$ (2) $\log 5.082$ (3) $\log 5.82$ (4) $\log 0.582$

2. انتی لوگاریتم $anti \log_3 \left(\frac{1}{2} \right)$ مساوی است به:

- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt[3]{2}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. $\ln x$ مساوی است به:

- (1) $\log_{10} e \cdot \log x$ (2) $-\ln x$
(3) $-\log_{10} e \cdot \ln x$ (4) $\ln 10 \cdot \log x$

4. قیمت عددی $\frac{1 + \log 90}{\log 30}$ عبارت است از:

- (1) 3 (2) 1 (3) 4 (4) 2

5. اگر $\log 9.53 = 0.9791$ باشد، $Anti \log 0.9791$ عبارت است از:

- (1) 9.53 (2) 953 (3) 95.3 (4) 9.35

6. اگر a, b, c یک تصاعد هندسی باشد آنگاه $\frac{1}{\log_c x}, \frac{1}{\log_b x}, \frac{1}{\log_a x}$ عبارت از:

- (1) تصاعد هارمونیک (2) تصاعد حسابی (3) تصاعد هندسی (4) هیچکدام

$$7. \log \operatorname{tg} 3^\circ . \log \operatorname{tg} 6^\circ . \log \operatorname{tg} 9^\circ \dots \dots \log \operatorname{tg} 87^\circ = ?$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \quad (4) \quad \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \quad (3) \quad 0 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$8. \text{کرکترستیک لوگارتم } \log \left(\frac{0.000001}{0.1} \right) \text{ مساوی است به:}$$

$$-4 \quad (2) \quad -6 \quad (1) \\ -5 \quad (4) \quad 5 \quad (3)$$

$$9. \text{مانتیس } \log 0.7114 \text{ عبارت است از:}$$

$$\log 0.174 \quad (4) \quad \log 714 \quad (3) \quad \log 7.14 \quad (2) \quad \log 7.114 \quad (1)$$

$$10. \text{مانتیس } \log 5231 \text{ عبارت است از:}$$

$$\log 5231 \quad (4) \quad \log 0.5231 \quad (3) \quad \log 5.231 \quad (2) \quad \log 52)31 \quad (1)$$

$$11. \text{اگر } \log_2 3 = a \text{ باشد، در این صورت قیمت } \log_3 48 \text{ عبارت است از:}$$

$$\frac{a+4}{a} \quad (4) \quad \frac{a+3}{a} \quad (3) \quad \frac{a-3}{a} \quad (2) \quad \frac{a+2}{a} \quad (1)$$

$$12. \text{کرکترستیک } \log((0.0025)(0.00023)) \text{ مساوی است به:}$$

$$-7 \quad (4) \quad -6 \quad (3) \quad 12 \quad (2) \quad 7 \quad (1)$$

$$13. \text{حاصل افاده } \sqrt{\left(\log \left(\frac{80! \cdot 10!}{8! \cdot 78! \cdot 79 \cdot 9} + \frac{20! \cdot 10!}{8! \cdot 18! \cdot 19 \cdot 9} \right) \right)} \text{ مساوی است به:}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \quad \text{تعریف نشده است} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2) \quad \sqrt{3} \quad (1)$$

$$14. \text{اگر } \log 9.85 = 0.9934 \text{ باشد، پس } \ln 9.85 \text{ مساوی است به:}$$

$$4,8531 \quad (4) \quad 5.8134 \quad (3) \quad 3,8451 \quad (2) \quad 2,2874 \quad (1)$$

15. هرگاه $\log_2 3 = a$ و $\log_2 7 = b$ باشد قیمت افاده $\log_6 21$ عبارت است از:

$$\frac{a+b}{a} (4) \quad \frac{a+b}{a-1} (3) \quad \frac{a+b}{a+1} (2) \quad \frac{a-b}{a+1} (1)$$

16. قیمت افاده لوگاریتمی $\ln 4 \cdot \log_4 9 \cdot \log_3 e$ عبارت از:

$$2 (4) \quad \ln 5 (3) \quad 4 (2) \quad 1 (1)$$

17. قیمت افاده لوگاریتمی

$$\frac{2}{3} \log(x^2 - y^2) - \frac{1}{2} [\log(x - y) + \log(x + y)]$$

$$\log \sqrt[3]{x^2 - y^2} (2) \quad \log \sqrt[6]{x^2 - y^2} (1)$$

$$\log \sqrt[3]{x^2 + y^2} (4) \quad \log \sqrt[6]{x^2 + y^2} (3)$$

18. هرگاه $\log_a b = 2$ ، $\log_b c = 3$ و $\log_c d = 4$ باشد، قیمت $\log_a(a \cdot b \cdot c \cdot d)$ عبارت

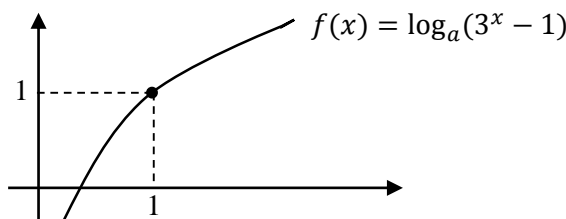
از:

$$26 (4) \quad 27 (3) \quad 33 (2) \quad 30 (1)$$

19. قیمت افاده لوگاریتمی $\log_x(e^{2 \ln x} \cdot 100^{\log x})$ عبارت از:

$$\frac{x}{e} (4) \quad x^2 (3) \quad 4 (2) \quad 2 (1)$$

20. با در نظر داشت گراف ذیل قیمت $\log_a 4^a$ عبارت است از:



$$8 (1)$$

$$4 (2)$$

$$2 (3)$$

$$\frac{1}{2} (4)$$

21. قیمت افاده لوگاریتمی $\frac{\log_x 8}{\log_y 3} \cdot \frac{\log_y (\frac{1}{9})}{\log_x (\frac{1}{2})}$ عبارت از:

- 3 (1) -4 (2) 6 (3) 24 (4)

22. مانتیس $\log \left(\frac{8}{1000} + 8 \right)$ عبارت از ؟

- log 8,008 (1) log 8,08 (2)
log 8,0008 (3) log 8,008 (4)

23. مانتیس $\log 5231$ عبارت از:

- log 52)31 (1) log 5.231(2) log 0.5231(3) log 5231 (4)

24. کرکترستیک $\log[(0.08)(0.003)]$ مساوی است به:

- 5(1) -4 (2) 4 (3) -5 (4)

25. افاده لوگاریتمی $\log_5 14 \cdot \log_{14} 25$ مساوی است به:

- 2(1) 1 (2) -1 (3) 0 (4)

26. شکل ساده $\log^5(4900)$ عبارت از:

- 10 $\log^{50}(49)$ (1) 32 $\log(70)$ (2)
 $32(\log(49) + 2)^5$ (3) $(\log(49) + 2)^5$ (4)

27. مانتیس لوگارتم $\log 40.00009$ عبارت از:

- log 4,9(1) log 4,0009 (2)

$$\log 4,9 \cdot 10^3 (4)$$

$$\log 4,000009 (1)$$

28. حاصل افاده $\log \left(\frac{80! \cdot 10!}{8! \cdot 78! \cdot 79 \cdot 9} + \frac{20! \cdot 10!}{8! \cdot 18! \cdot 19 \cdot 9} \right)$ مساوی است به:

$$6 (4)$$

$$9 (3)$$

$$3 (2)$$

$$4 (1)$$

29. شکل ساده شده افاده $\log^3 \log_5^2 (25)$ مساوی است به:

$$8 \log^3 (2) (4)$$

$$\log^3 (2) (3)$$

$$6 \log (2) (2)$$

$$2 \log^3 (2) (1)$$

30. $\log 7 \cdot \log_7 10$ مساوی است به:

$$3 (4)$$

$$2 (3)$$

$$-1 (2)$$

$$1 (1)$$

31. $\log_b x^7 \log_a b$ مساوی است به:

$$7 \log_a x (4)$$

$$\log_a bx (3)$$

$$\log_a x (2)$$

$$\log_b x (1)$$

32. $colog 100$ مساوی است به:

$$\log \frac{1}{1000} (4)$$

$$100 (3)$$

$$\log 100 (2)$$

$$\log \frac{1}{100} (1)$$

33. مانتیس لوگارتیم $\log \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} \right)$ عبارت است از:

$$\log 5 (4)$$

$$\log \sqrt{2} (3)$$

$$(2) \text{ مانتیس ندارد}$$

$$\log \frac{1}{2} (1)$$

34. $\log_b m$ مساوی است به:

$$-\log_m b (4)$$

$$\log_m b (3)$$

$$\frac{\log_a m}{\log_a b} (2)$$

$$\frac{\log_a b}{\log_a m} (1)$$

35. اگر $\log_2 3 = a$ باشد، در این صورت قیمت $\log_3 48$ عبارت است از:

$$\frac{a+4}{a} \quad (4) \quad \frac{a+3}{a} \quad (3) \quad \frac{a-3}{a} \quad (2) \quad \frac{a+2}{a} \quad (1)$$

36. کرکترستیک $\log(1.\bar{2} \times 1.\bar{9})$ مساوی است به:

$$0 \quad (2) \quad 1 \quad (1) \\ 2 \quad (3) \quad 4 \quad \text{تعریف نشده است}$$

37. اگر $\log 5.34 = 0.7275$ باشد، پس $\ln 5.34$ مساوی است به:

$$-1.6751 \quad (4) \quad -2)6751(3 \quad 1.6751 \quad (2) \quad 2)6751(1$$

38. قیمت $p(\log_4 2)$ در پولینوم $p(x) = x^5$ مساوی است به:

$$20 \log_2 2 \quad (2) \quad 20 \log_2 10 \quad (1) \\ 1024 \log_2 2 \quad (4) \quad 1024 \log_2 10 \quad (3)$$

39. در معادله لوگارتیمی $1 + \ln(e - x) = \ln(x + 3)$ قیمت x مساویست به:

$$\frac{e-1}{e^2+3} \quad (4) \quad \frac{e^2-1}{e+3} \quad (3) \quad \frac{e+3}{e-1} \quad (2) \quad \frac{e^2-3}{e+1} \quad (1)$$

40. قیمت x در معادله نمایی $(\sqrt[3]{x})^{-2+\log_x 11} = 11$ عبارت است از:

$$x = \frac{1}{11} \quad (2) \quad x = -\frac{1}{11} \quad (1) \\ x = -11 \quad (4) \quad x = 11 \quad (3)$$

41. ست حل معادله $x^{\ln x} - e^6 \cdot x = 0$ عبارت از:

$$\{e^3, \frac{1}{e^2}\} \quad (1) \quad \{e^3, \frac{1}{e^3}\} \quad (2) \quad \{e, \frac{1}{e}\} \quad (3) \quad \text{حل ندارد} \quad (4)$$

42. قیمت x در معادله لوگاریتمی $\log_2(4\sin(x + \frac{\pi}{2})) = 2$ عبارت از:

- (1) 2 (2) 1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 0

43. اگر $\ln(xy) = 3$ و $\ln x - \ln y = 1$ باشد در این صورت قیمت های x و y عبارت از:

- (1) (e^2, e) (2) (e^2, e^2) (3) (e^3, e^2) (4) (e^3, e^3)

44. حل غیر مساوات $\log_{0.5} \frac{2-x}{3} < 0$ عبارت از:

- (1) $x < -1$ (2) $x > -1$ (3) $x < 1$ (4) $x > 1$

45. قیمت x در معادله $\log_5^{-x} + \log_5^{(4-x)} = \log_5^{12}$ عبارت است از:

- (1) -2 (2) 6 (3) -4 (4) 1 و 2 درست است

46. برای کدام قیمت x معادله $\frac{2 \log_{10} x}{\log_{10}(5x-4)} = 1$ صدق میکند:

- (1) 5 (2) 3 (3) 4 (4) 2

47. حل معادله $\log^3(x+1)^{\frac{1}{4}} = 27$ مساوی است به:

- (1) $x = 10^{12} - 1$ (2) $x = 10^{12} - 12$ (3) $x = 10^{12} + 1$ (4) $x = 10^{12} + 12$

48. در معادله لوگاریتمی $2^{\log x} = 3^{\log 2}$ قیمت x عبارت است از:

- (1) 5 (2) 7 (3) 3 (4) 9

49. حاصل ضرب جذور معادله $(\log_3 x)^2 - 5 \log_3 x + 6 = 0$ عبارت از:

- 3^{-7} (1) 3^{-3} (2) 3^2 (3) 3^5 (4)

50. هرگاه $x \in Z$ باشد حاصل جمع جذور نامساوی $\log_3(x+1) + 1 < \log_3 25$ عبارت از:

- 25 (1) 26 (2) 27 (3) 28 (4)

51. قیمت x در معادله $e^x - 12e^{-x} - 4 = 0$ عبارت از:

- $\ln 2$ (1) $\ln 4$ (2) $\ln 6$ (3) $\ln 8$ (4)

52. قیمت x در معادله لوگاریتمی $\log_5[5 \log_2 2(\ln(x+1))] = 1$ عبارت از:

- $e - 2$ (1) $e - 1$ (2) $e + 1$ (3) e^2 (4)

53. قیمت x در معادله لوگاریتمی $\frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_6 x} + \frac{1}{\log_9 x} = 2^{\log_8 27}$ عبارت از:

- 4 (1) 6 (2) 9 (3) 10 (4)

54. قیمت x در معادله لوگاریتمی $(\log_{\sqrt{2}} x)(\log_x \sqrt{2})^2 = 2$ عبارت است از:

- $\sqrt{2}$ (1) $\sqrt[3]{2}$ (2) $\sqrt[4]{2}$ (3) $\sqrt[5]{2}$ (4)

55. قیمت x در معادله $\log_x 2 = \log_{2x} 8$ عبارت از:

- $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (1) $\sqrt{2}$ (2) 2 (3) $2\sqrt{2}$ (4)

56. حل معادله لوگاریتمی $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{e^2+1}{e}$ مساوی است به:

$x = 2^e$ (4) $x = 4^e$ (3) $x = e^2$ (2) $x = e$ (1)

57. در معادله $2^{\log_2(2x+4)} = 2^4$ قیمت x مساوی است به:

$x = 6$ (4) $x = 7$ (3) $x = -6$ (2) $x = 0$ (1)

58. در معادله $\log_5(x-1) - \log_5(x-2) = \log_5 2$ قیمت x مساوی است به:

$x = \frac{1}{3}$ (4) $x = 3$ (3) $x = 2$ (2) $x = -3$ (1)

59. قیمت x در معادله $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2(x+1) = 1$ مساوی است به:

$x = -1$ (4) $x = 1$ (3) $x = 3$ (2) $x = -3$ (1)

60. در معادله $5^{x+2} = 7$ قیمت x مساوی است به:

$x = \log_3 7 - 2$ (2) $x = \log_x 5 - 2$ (1)

$x = \log_7 5 + 2$ (4) $x = \log_5 7 - 2$ (3)

61. حل معادله $\log^5 x^3 = 243$ مساوی است به:

$x = 100$ (2) $x = 0.100$ (1)

$x = 0.001$ (4) $x = 10$ (3)

62. در معادله لوگاریتمی $1 + \ln(e-x) = \ln(x+3)$ قیمت x مساوی است به:

$\frac{e+3}{e-1}$ (4) $\frac{e^2-1}{e+1}$ (3) $\frac{(e-1)}{e^2+3}$ (2) $\frac{e^2-1}{e+3}$ (1)

63. قیمت x در معادله $\log_3 \frac{1}{3} + \log_3(x + 1) = 1$ مساوی میشود به:

$$x = 2 \quad (4) \qquad x = 4 \quad (3) \qquad x = -5 \quad (2) \qquad x = 8 \quad (1)$$

64. قیمت x در معادله لوگاریتمی $\log_a x = \frac{1}{3} \log_a 8$ عبارت است از:

$$4 \quad (4) \qquad -4 \quad (3) \qquad -2 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

65. قیمت x در معادله $\frac{\log_2 x}{\log_2 5} + \log 10 = 0$ مساوی است به:

$$x = 5 \quad (4) \qquad x = 2 \quad (3) \qquad x = \frac{1}{5} \quad (2) \qquad x = \frac{1}{2} \quad (1)$$

