

## فصل پنجم

# لوگارتم

**تعریف:** طرز ارائه دیگر طاقت لوگارتم گفته می شود یا به عباره دیگر لوگارتم عبارت از طرز محاسبه توان مجھول می باشد.

در صورتیکه  $N = a^x$  باشد :  $x \in R, a \neq 1, N > 0$  یک تابع اکسپونشیل باشد سپس معکوس آن تابع لوگارتمی گفته می شود. یعنی:

$$a^x = N \Rightarrow \log_a N = x$$

بخاطر داشته باشید که  $a$  قاعده لوگارتم ،  $x$  نتیجه لوگارتم و  $N$  انتی لوگارتم  $x$  نامیده میشود یعنی:

$$\text{anti log } x = N$$

**انواع لوگارتم:** بطور عموم لوگارتم به دو نوع میباشد.

(1) **لوگارتم اعشاری (لوگارتم معمولی):** که قاعده آن (10) است یعنی:

$$\log_{10} N = \log N$$

طوریکه:

$$\log N = \text{مانیس} + \text{کرکترستیک (مشخصه)}$$

مشخصه لوگارتم مذکور از تعداد  $m$  رقم اعداد صحیح به اندازه  $(m - 1)$  می باشد و برای اعداد کوچکتر از یک به تعداد مجموعه  $m$  صفر طرف چپ ، مشخصه آن  $(-m)$  می باشد.

مانیس لوگارتم قسمت اعشاری نتیجه لوگارتم بوده که به کمک جدول لوگارتم یا ماشین های حساب قابل دریافت می باشد.

**2) لوگارتم غیر اعشاری :** که قاعده آن غیر از عدد (10) است که یکی از جمله لوگارتم های غیر اعشاری لوگارتم طبیعی به قاعده  $e$  می باشد ، یعنی :

**خواص لوگارتم:** در حالیکه  $a \neq 1$  و اعداد مانند ،  $N > 0$  و  $M > 0$  باشد ، برای لوگارتم خواص ذیل وجود دارد:

$$1) \quad \log_a 1 = 0$$

$$2) \quad \log_a a = 1$$

$$3) \quad \log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

$$4) \quad \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$5) \quad \log_a\left(\frac{1}{M}\right) = -\log_a M = \text{co log}_a M$$

$$6) \quad \log_a M^n = n \log_a M$$

$$7) \quad \log_a \sqrt[n]{M^p} = \frac{p}{n} \log_a M$$

$$8) \quad \log_a M = \frac{1}{\log_M a}$$

$$9) \quad \log_{a^m} M^n = \frac{n}{m} \log_a M$$

$$10) \quad \log_a M = \frac{\log_c M}{\log_c N}$$

$$11) \quad a^{\log_a M} = x \Rightarrow x = M$$

$$12) \quad \log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_d c \cdots \cdots \log_n m = \log_n a$$

$$13) \quad \log_c [\log_b (\log_a x)] = n \Rightarrow x = a^{b^{c^n}}$$

$$14) \quad a^{\log_b x} = c^{\log_b x} \Rightarrow a^{\log_b x} = a^{\log_b c} \Rightarrow \log_b x = \log_b c \Rightarrow x = c$$

## سوالات

.1 مانتیس  $\log 582$  مساوی است به:

$\log 0.582$  (4)       $\log 5.82$  (3)       $\log 5.082$  (2)       $\log 58.2$  (1)

.2 انتی لوگاریتم  $\text{anti log}_3\left(\frac{1}{2}\right)$  مساوی است به:

$\frac{1}{\sqrt{3}}$  (4)       $\sqrt{3}$  (3)       $\sqrt[3]{2}$  (2)       $\sqrt{2}$  (1)

۱۳

.3 مساوی است به:  $\ln x$

$-\ln x$	$\log_{10} e \cdot \log x$	$(1)$
$\ln 10 \cdot \log x$	$-\log_{10} e \cdot \ln x$	$(3)$

.4 عبارت از:  $\frac{1+\log 90}{\log 30}$  قیمت عددی

$2$ (4)	$4$ (3)	$1$ (2)
---------	---------	---------

3 (1)

.5 اگر  $\text{Anti log } 0.9791 = 9.53$  باشد، عبارت از:

$9.35$ (4)	$95.3$ (3)	$953$ (2)
------------	------------	-----------

9.53 (1)

.6 اگر  $a, b, c$  یک تصاعد هندسی باشد آنگاه  $\frac{1}{\log_c x}, \frac{1}{\log_b x}, \frac{1}{\log_a x}$  عبارت از:

$4$ هیچکدام (4)	$3$ تصاعد حسابی (3)	$2$ تصاعد هارمونیک (2)
-----------------	---------------------	------------------------

$$\log \tan 3^\circ \cdot \log \tan 6^\circ \cdot \log \tan 9^\circ \dots \dots \log \tan 87^\circ = ? \quad .7$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \quad (4)$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \quad (3)$$

$$0 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

کرکترستیک لوگارتم  $\log\left(\frac{0.000001}{0.1}\right)$  مساوی است به: .8

$$-4 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

$$-5 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

مانتیس  $\log 0.7114$  عبارت است از: .9

$$\log 0.174 \quad (4)$$

$$\log 714 \quad (3)$$

$$\log 7.14 \quad (2)$$

$$\log 7.114 \quad (1)$$

مانتیس  $\log 5231$  عبارت است از: .10

$$\log 5231 \quad (4)$$

$$\log 0.5231 \quad (3)$$

$$\log 5.231 \quad (2)$$

$$\log 52)31 \quad (1)$$

اگر  $\log_2 3 = a$  باشد، در این صورت قیمت  $\log_3 48$  عبارت است از: .11

$$\frac{a+4}{a} \quad (4)$$

$$\frac{a+3}{a} \quad (3)$$

$$\frac{a-3}{a} \quad (2)$$

$$\frac{a+2}{a} \quad (1)$$

کرکترستیک  $(\log((0.0025)(0.00023)))$  مساوی است به: .12

$$-7 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

حاصل افاده  $\sqrt{\left(\log\left(\frac{80! \cdot 10!}{8! \cdot 78! \cdot 79 \cdot 9} + \frac{20! \cdot 10!}{8! \cdot 18! \cdot 19 \cdot 9}\right)\right)}$  مساوی است به: .13

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

تعریف نشده است

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

اگر  $\ln 9.85 = 0.9934$  باشد، پس  $\log 9.85 = 0.9934$  مساوی است به: .14

$$4,8531 \quad (4)$$

$$5.8134 \quad (3)$$

$$3,8451 \quad (2)$$

$$2,2874 \quad (1)$$

هرگاه  $\log_6 21 = b$  و  $\log_2 3 = a$  باشد قیمت افاده  $\log_2 7$  است از: .15

- |                     |                       |                       |                       |
|---------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\frac{a+b}{a}$ (4) | $\frac{a+b}{a-1}$ (3) | $\frac{a+b}{a+1}$ (2) | $\frac{a-b}{a+1}$ (1) |
|---------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|

قیمت افاده لوگاریتمی  $\ln 4 \cdot \log_4 9 \cdot \log_3 e$  عبارت از: .16

- |       |          |       |       |
|-------|----------|-------|-------|
| 2 (4) | ln 5 (3) | 4 (2) | 1 (1) |
|-------|----------|-------|-------|

قیمت افاده لوگاریتمی .17

عبارت از:  $\frac{2}{3} \log(x^2 - y^2) - \frac{1}{2} [\log(x - y) + \log(x + y)]$

$$\log \sqrt[3]{x^2 - y^2} \quad (2) \qquad \log \sqrt[6]{x^2 - y^2} \quad (1)$$

$$\log \sqrt[3]{x^2 + y^2} \quad (4) \qquad \log \sqrt[6]{x^2 + y^2} \quad (3)$$

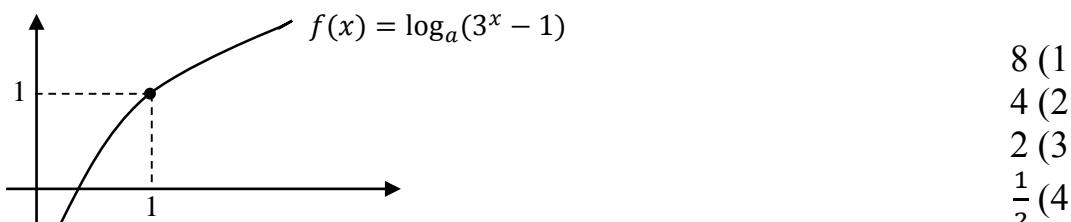
هرگاه  $\log_a(a \cdot b \cdot c \cdot d)$  باشد، قیمت  $\log_c d = 4$  و  $\log_b c = 3$ ،  $\log_a b = 2$  است از: .18

- |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 26 (4) | 27 (3) | 33 (2) | 30 (1) |
|--------|--------|--------|--------|

قیمت افاده لوگاریتمی  $\log_x(e^{2 \ln x} \cdot 100^{\log x})$  عبارت از: .19

- |                   |           |       |       |
|-------------------|-----------|-------|-------|
| $\frac{x}{e}$ (4) | $x^2$ (3) | 4 (2) | 2 (1) |
|-------------------|-----------|-------|-------|

با در نظرداشت گراف ذیل قیمت  $\log_a 4^a$  عبارت است از: .20



.21 قیمت افاده لوگاریتمی عبارت از:

24 (4)	6 (3)	-4 (2)	3 (1)
--------	-------	--------	-------

.22 مانتیس  $\log\left(\frac{8}{1000} + 8\right)$  عبارت از؟

$\log 8,08$ (2)	$\log 0,8008$ (1)
$\log 8,008$ (4)	$\log 8,0008$ (3)

.23 مانتیس  $\log 5231$  عبارت از:

$\log 5231$ (4)	$\log 0.5231$ (3)	$\log 5.231$ (2)	$\log 52)31$ (1)
-----------------	-------------------	------------------	------------------

.24 کرکترستیک  $[(0.08)(0.003)]$  مساوی است به:

-5 (4)	4 (3)	-4 (2)	5 (1)
--------	-------	--------	-------

.25 افاده لوگارتمی  $\log_{14} 25 \cdot \log_5 14$  مساوی است به:

0 (4)	-1 (3)	1 (2)	2 (1)
-------	--------	-------	-------

.26 شکل ساده  $\log^5(4900)$  عبارت از:

$32 \log(70)$ (2)	$10 \log^{50}(49)$ (1)
$(\log(49) + 2)^5$ (4)	$32(\log(49) + 2)^5$ (3)

.27 مانتیس لوگارتم  $\log 40.00009$  عبارت از:

$\log 4,0009$ (2)	$\log 4,9$ (1)
-------------------	----------------

$$\log 4,9 \cdot 10^3 (4)$$

$$\log 4,000009 (1)$$

حاصل افاده  $\log \left( \frac{80! \cdot 10!}{8! \cdot 78! \cdot 79 \cdot 9} + \frac{20! \cdot 10!}{8! \cdot 18! \cdot 19 \cdot 9} \right)$  مساوی است به: .28

$$6(4)$$

$$9 (3)$$

$$3 (2)$$

$$4 (1)$$

شكل ساده شده افاده  $\log^3 \log_5^2 (25)$  مساوی است به: .29

$$8 \log^3(2) (4)$$

$$\log^3(2) (3)$$

$$6 \log(2) (2)$$

$$2 \log^3(2) (1)$$

$\log 7 \cdot \log_7 10$  مساوی است به: .30

$$3 (4)$$

$$2 (3)$$

$$-1 (2)$$

$$1 (1)$$

$\log_b x^7 \log_a b$  مساوی است به: .31

$$7 \log_a x (4)$$

$$\log_a bx (3)$$

$$\log_a x (2)$$

$$\log_b x (1)$$

$colog 100$  مساوی است به: .32

$$\log_{1000} \frac{1}{4}$$

$$100 (3)$$

$$\log 100 (2)$$

$$\log_{100} \frac{1}{4}$$

مانتیس لوگارتمند  $\log \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} \right)$  عبارت است از: .33

$$\log 5 (4)$$

$$\log \sqrt{2} (3)$$

$$(2) \text{ مانتیس ندارد}$$

$$\log \frac{1}{2} (1)$$

$\log_b m$  مساوی است به: .34

$$-\log_m b (4)$$

$$\log_m b (3)$$

$$\frac{\log_a m}{\log_a b} (2)$$

$$\frac{\log_a b}{\log_a m} (1)$$

.35 اگر  $\log_2 3 = a$  باشد، در این صورت قیمت  $\log_3 48$  عبارت است از:

$$\frac{a+4}{a} \quad (4)$$

$$\frac{a+3}{a} \quad (3)$$

$$\frac{a-3}{a} \quad (2)$$

$$\frac{a+2}{a} \quad (1)$$

.36 کرکترستیک  $\log(1.2 \times 1.9)$  مساوی است به:

$$0 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(4) تعریف نشده است

$$2 \quad (3)$$

.37 اگر  $\log 5.34 = 0.7275$  باشد، پس  $\ln 5.34$  مساوی است به:

$$-1.6751 \quad (4)$$

$$-2)6751(3$$

$$1.6751 \quad (2)$$

$$2)6751 \quad (1)$$

.38 قیمت  $p(x) = x^5$  در پولینوم مساوی است به:

$$20 \log_2 2 \quad (2)$$

$$20 \log_2 10 \quad (1)$$

$$1024 \log_2 2 \quad (4)$$

$$1024 \log_2 10 \quad (3)$$

.39 در معادله لوگارتمی  $x$  مساویست به:  $1 + \ln(e - x) = \ln(x + 3)$

$$\frac{e-1}{e^2+3} \quad (4)$$

$$\frac{e^2-1}{e+3} \quad (3)$$

$$\frac{e+3}{e-1} \quad (2)$$

$$\frac{e^2-3}{e+1} \quad (1)$$

.40 قیمت  $x$  در معادله نمایی  $11 = (\sqrt[3]{x})^{-2+\log_x 11}$  عبارت است از:

$$x = \frac{1}{11} \quad (2)$$

$$x = -\frac{1}{11} \quad (1)$$

$$x = -11 \quad (4)$$

$$x = 11 \quad (3)$$

.41 سط حل معادله  $x^{ln x} - e^6 \cdot x = 0$  عبارت از:

(4) حل ندارد

$$\left\{ e, \frac{1}{e} \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ e^3, \frac{1}{e^3} \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ e^3, \frac{1}{e^2} \right\} \quad (1)$$

42. قیمت  $x$  در معادله لوگارتمی  $\log_2(4\sin(x + \frac{\pi}{2})) = 2$  عبارت از:

0 (4)

 $\frac{1}{2}$  (3)

1 (2)

2 (1)

43. اگر  $\ln x - \ln y = 1$  و  $\ln(xy) = 3$  باشد در این صورت قیمت های  $y$  و  $x$  عبارت از:

 $(e^3, e^3)$  (4) $(e^3, e^2)$  (3) $(e^2, e^2)$  (2) $(e^2, e)$  (1)

44. حل غیر مساوات  $\log_{0.5} \frac{2-x}{3} < 0$  عبارت از:

 $x > 1$  (4) $x < 1$  (3) $x > -1$  (2) $x < -1$  (1)

45. قیمت  $x$  در معادله  $\log_5^{-x} + \log_5^{(4-x)} = \log_5^{12}$  عبارت است از:

6 (2)

-2 (1)

درست است 1 و 2 (4)

-4 (3)

46. برای کدام قیمت  $x$  معادله  $\frac{2 \log_{10} x}{\log_{10}(5x-4)} = 1$  صدق میکند:

2 (4)

4 (3)

3 (2)

5 (1)

47. حل معادله  $\log^3(x+1)^{\frac{1}{4}} = 27$  مساوی است به:

 $x = 10^{12} - 12$  (2) $x = 10^{12} - 1$  (1) $x = 10^{12} + 12$  (4) $x = 10^{12} + 1$  (3)

48. در معادله لوگاریتمی  $2^{\log x} = 3^{\log 2}$  قیمت  $x$  عبارت است از:

9 (4)

3 (3)

7 (2)

5 (1)

.49 حاصل ضرب جذور معادله  $(\log_3 x)^2 - 5 \log_3 x + 6 = 0$  عبارت از:

3 <sup>5</sup> (4)	3 <sup>2</sup> (3)	3 <sup>-3</sup> (2)	3 <sup>-7</sup> (1)
--------------------	--------------------	---------------------	---------------------

.50 هرگاه  $x \in Z$  باشد حاصل جمع جذور نامساوی 25 عبارت از:

28 (4)	27 (3)	26 (2)	25 (1)
--------	--------	--------	--------

.51 قیمت  $x$  در معادله  $e^x - 12e^{-x} - 4 = 0$  عبارت از:

ln 8 (4)	ln 6 (3)	ln 4 (2)	ln 2 (1)
----------	----------	----------	----------

.52 قیمت  $x$  در معادله لوگاریتمی  $\log_5[5 \log_2 2(\ln(x+1))] = 1$  عبارت از:

e <sup>2</sup> (4)	e + 1 (3)	e - 1 (2)	e - 2 (1)
--------------------	-----------	-----------	-----------

.53 قیمت  $x$  در معادله لوگاریتمی  $\frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_6 x} + \frac{1}{\log_9 x} = 2^{\log_8 27}$  عبارت از:

10 (4)	9 (3)	6 (2)	4 (1)
--------	-------	-------	-------

.54 قیمت  $x$  در معادله لوگاریتمی  $(\log_{\sqrt{2}} x)(\log_x \sqrt{2})^2 = 2$  عبارت است از:

$\sqrt[3]{2}$ (2)	$\sqrt{2}$ (1)
$\sqrt[5]{2}$ (4)	$\sqrt[4]{2}$ (3)

.55 قیمت  $x$  در معادله  $\log_x 2 = \log_{2x} 8$  عبارت از:

$\sqrt{2}$ (2)	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (1)
$2\sqrt{2}$ (4)	$2$ (3)

حل معادله لوگاریتمی مساوی است به:  $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{e^2+1}{e}$  .56

$$x = 2^e \quad (4) \qquad x = 4^e \quad (3) \qquad x = e^2 \quad (2) \qquad x = e \quad (1)$$

در معادله  $2^{\log_2(2x+4)} = 2^4$  قیمت  $x$  مساوی است به: .57

$$x = 6 \quad (4) \qquad x = 7 \quad (3) \qquad x = -6 \quad (2) \qquad x = 0 \quad (1)$$

در معادله  $\log_5(x-1) - \log_5(x-2) = \log_5 2$  قیمت  $x$  مساوی است به: .58

$$x = \frac{1}{3} \quad (4) \qquad x = 3 \quad (3) \qquad x = 2 \quad (2) \qquad x = -3 \quad (1)$$

قیمت  $x$  در معادله  $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2(x+1) = 1$  مساوی است به: .59

$$x = -1 \quad (4) \qquad x = 1 \quad (3) \qquad x = 3 \quad (2) \qquad x = -3 \quad (1)$$

در معادله  $5^{x+2} = 7$  قیمت  $x$  مساوی است به: .60

$$\begin{array}{ll} x = \log_3 7 - 2 \quad (2) & x = \log_x 5 - 2 \quad (1) \\ x = \log_7 5 + 2 \quad (4) & x = \log_5 7 - 2 \quad (3) \end{array}$$

حل معادله  $\log^5 x^3 = 243$  مساوی است به: .61

$$\begin{array}{ll} x = 100 \quad (2) & x = 0.100 \quad (1) \\ x = 0.001 \quad (4) & x = 10 \quad (3) \end{array}$$

در معادله لوگارتمنی  $1 + \ln(e-x) = \ln(x+3)$  قیمت  $x$  مساوی است به: .62

$$\begin{array}{ll} \frac{e+3}{e-1} \quad (4) & \frac{e^2-1}{e+1} \quad (3) \\ \frac{(e-1)}{e^2+3} \quad (2) & \frac{e^2-1}{e+3} \quad (1) \end{array}$$

63. قیمت  $x$  در معادله  $\log_3 \frac{1}{3} + \log_3(x+1) = 1$  مساوی میشود به:

$x = 2$  (4)

$x = 4$  (3)

$x = -5$  (2)

$x = 8$  (1)

64. قیمت  $x$  در معادله لوگاریتمی  $\log_a x = \frac{1}{3} \log_a 8$  عبارت است از:

4 (4)

-4 (3)

-2 (2)

2 (1)

65. قیمت  $x$  در معادله  $\frac{\log_2 x}{\log_2 5} + \log 10 = 0$  مساوی است به:

$x = 5$  (4)

$x = 2$  (3)

$x = \frac{1}{5}$  (2)

$x = \frac{1}{2}$  (1)

