

# 1 Нотация

Рассмотрим на плоскости *стол*  $T$ , вершины которого имеют координаты

$$\{(0, 0), (T_1, 0), (0, T_2), (T_1, T_2)\},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – положительные целые числа. Будем говорить, что вектор из плоскости  $\mathbb{R}^2$  является *целым*, если он имеет целочисленные координаты.

**Определение 1.** Многоугольник  $P$  называется *опорным полиомино*, если  $P$  может быть составлен из блоков размера  $1 \times 1$ , и все вершины многоугольника  $P$  являются целыми векторами (проще говоря,  $P$  составлен из "клеточек").

**Определение 2.** Будем называть множество  $\mathbf{K}_{P,N} = \bigsqcup_{j=1}^N P^j$  *расположением полиомино типа- $P$* , если  $P^j$  является образом фиксированного опорного полиомино  $P \subset \mathbb{R}^2$  под действием композиции некоторого поворота с центром в начале координат на угол  $\varphi \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$  и некоторого параллельного переноса на целый вектор для каждого  $j \in \{1, 2, \dots, N\}$  (проще говоря,  $\mathbf{K}_{P,N}$  — множество, состоящее из  $N$  непересекающихся по внутренности копий опорного полиомино  $P$ ).

**Определение 3.** Набор объединений полиомино  $\mathbf{K}_{P_1,N_1}, \mathbf{K}_{P_2,N_2}, \dots, \mathbf{K}_{P_M,N_M}$  является *замощением* стола  $T$ , если  $\bigsqcup_{i=1}^M \mathbf{K}_{P_i,N_i} \subseteq T$ .

## 2 Формулировка задания

Мы предлагаем вам задачу о поиске замощения и ожидаем от вас решения в виде файловой директории, содержащей исходные файлы, инструкции к запуску вашей программы на языке Python (3.8 +) и комментарии в коде, относящиеся к логике вашей программы. Также будет плюсом, если вы сможете оценить сложность и затраченную память решения.

**Проблема.** Для данного стола  $T$  и данного множества  $\{P_1, P_2, \dots, P_M\}$  опорных прямоугольных-полиомино и опорных П-полиомино с заданными соответствующими мощностями  $N_1, N_2, \dots, N_M$  узнать, существует ли такой набор расположений

$$\mathbf{K}_{P_1,N_1}, \mathbf{K}_{P_2,N_2}, \dots, \mathbf{K}_{P_M,N_M},$$

который является замощением  $T$ .

**Входящие параметры алгоритма.** Лист из трех элементов:

1.  $(T_1, T_2)$  – размеры стола  $T$ , тапл-пара положительных целых чисел;
2.  $[((S_i^1, S_i^2), N_i)]_{i=1}^{M_1}$  — лист из тапл-пар,  $i$ -ый элемент которого содержит информацию о расположениях прямоугольных полиомино типа- $P_i$ . А именно,  $(S_i^1, S_i^2)$  – размер (ширина с высотой) прямоугольника-полиомино  $P_i$ , представленный в виде тапл-пары положительных целых чисел с условием  $S_i^1 \geq S_i^2$ , а  $N_i$  – мощность расположения полиомино типа- $P_i$ ;

3.  $[((Q_i^1, Q_i^2), N_i)]_{i=1}^{M_2}$  — лист из тапл-пар,  $i$ -ый элемент которого содержит информацию о расположениях П-полимино типа- $P_i$ . А именно,  $(Q_i^1, Q_i^2)$  — размер П-полимино, представленный в виде тапл-пары положительных целых чисел ( $Q_i^1$  — длина левой и правой "каемок",  $Q_i^2$  — длина верхней "каемки"), а  $N_i$  — мощность расположения полимино типа- $P_i$ .

**Выход алгоритма.** Существование замощения с заданными параметрами — True или False.

Например, входящие параметры алгоритма, проверяющего возможность замощения стола  $4 \times 6$  одним П-полимино с 3 блоками слева-справа и четырьмя блоками сверху, одним П-полимино с 2 блоками слева-справа и тремя блоками сверху и двумя квадратным полимино:

1.  $(4, 6)$  — размер стола.
2.  $[((2, 2), 2)]$  — первая тапл-пара кодирует два квадратных полимино.
3.  $[((3, 4), 1), ((2, 3), 1)]$  — первая тапл-пара кодирует одно П-полимино, вторая — другое П-полимино.

Выход алгоритма: Правда.

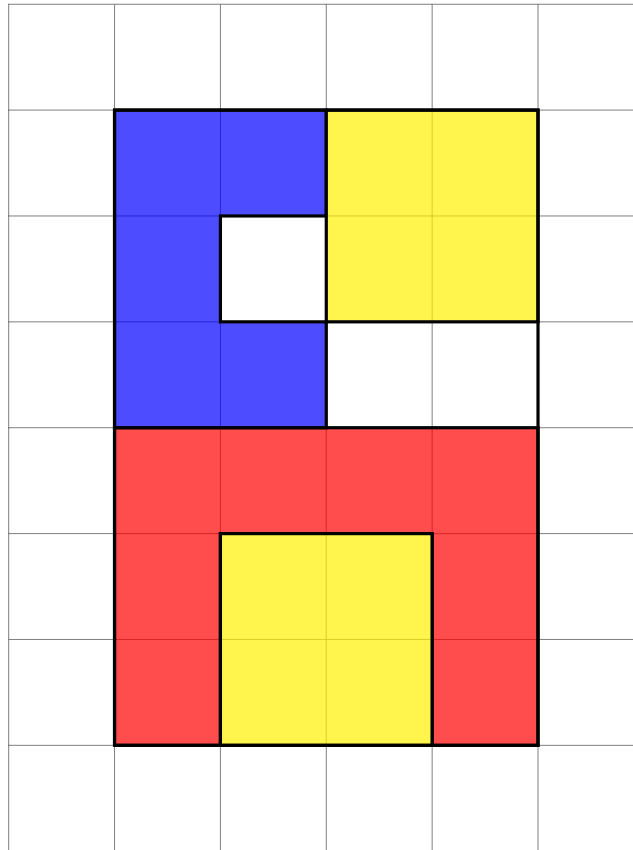


Рисунок 1: Пример замощения с рассмотренными значениями параметров.