



**TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024**

## **MÓDULO DE MATEMÁTICA**

Les damos la bienvenida a este primer paso en la universidad y queremos contarles que este material de matemática ha sido pensado para ayudarles a recuperar y consolidar temas que seguramente adquirieron en el nivel medio y que son la base de muchos temas más complejos que estudiaremos durante el curso de matemática en la carrera.

Juntos y con el acompañamiento de docentes y tutores de la comunidad educativa de la carrera, recordaremos conceptos, desarrollaremos ejercicios, ejemplos, etc.

Es importante comprender que esta nueva etapa que emprenden conlleva una gran responsabilidad y compromiso, sabiendo que sin esfuerzo y dedicación nada es posible, pero que nada es inalcanzable o tan difícil como parece es sólo cuestión de dedicación, paciencia y tiempo de estudio.

Estaremos a cada paso, acompañando siempre en el marco del respeto porque sin respeto no hay comunicación ni convivencia, en definitiva, no hay educación.



## TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024

### Contenido

Capítulo I: Lógica proposicional .....	4
1-Introducción a la lógica proposicional.....	4
1.2 Proposiciones y tablas de verdad.....	4
1.3 Conectores de proposiciones y propiedades del álgebra proposicional.....	5
1.3.1 Negación $\neg$ (no) .....	6
1.3.2 Conjunción $\wedge$ (y).....	6
1.3.3. Disyunción $\vee$ (o, en sentido incluyente) .....	7
1.3.4 Propiedades de la conjunción y la disyunción.....	7
1.3.5 Implicación $\rightarrow$ ( $p \rightarrow q$ : “si p entonces q”, “p implica q”).....	9
1.3.5.1 Definición:.....	9
1.3.6 Doble implicación $\leftrightarrow$ .....	10
1.4 Ejercitación del capítulo I .....	11
1.4.1. Ejercicios propuestos.....	11
1.4.2. Resultados de los ejercicios propuestos del capítulo I. ....	13
Capítulo II. Álgebra de Boole .....	19
2.1OPERACIONES LÓGICAS Y TEOREMAS .....	20
2.1.1La complementación lógica.....	20
2.1.2La suma lógica .....	21
2.1.3El producto lógico.....	21
2.2Teoremas.....	22
2.3PUERTAS LÓGICAS .....	24
2.3.1Las puertas OR.....	24
2.3.2Las puertas AND .....	25
2.3.3La puerta NOT .....	26
2.3.3Las puertas NOR .....	27
2.3.4Las puertas NAND .....	27
2.3.5Las puertas OR EXCLUSIVAS (EOR o XOR) .....	27



## TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024

2.3.6 Las puertas NOR EXCLUSIVAS (XNOR).....	28
2.4 Algunas consideraciones .....	28
2.4 Ejercitación propuesta del capítulo II.....	29
2.5 Resolución a la ejercitación propuesta del capítulo II.....	30
Capítulo III. Conjuntos numéricos .....	33
3.1 Conceptos generales: teoría de conjuntos .....	33
3.2 Principio de Igualdad- Inclusión y subconjunto. Conjunto vacío. Sub conjunto propio. ....	36
3.3 Operaciones entre conjuntos.....	40
3.3.1 Unión de conjuntos .....	40
3.3.2 Intersección de conjuntos .....	41
3.3.3 Diferencia de conjuntos .....	42
3.3.4 Diferencia simétrica ( $A \Delta B$ ).....	42
3.3.5 Complemento de un conjunto. ....	43
3.4 Propiedades.....	45
3.5 Ejercitación del capítulo III .....	46
3.6 Resolución a la ejercitación propuesta en el capítulo III.....	47
IV-Bibliografía .....	50

## **Capítulo I: Lógica proposicional**

Estudiaremos brevemente un lenguaje no contradictorio ni ambivalente que nos permitirá introducirnos a la Matemática: la Lógica Matemática, que se ocupa de las argumentaciones o razonamientos válidos.

### **1-Introducción a la lógica proposicional**

La lógica es un esquema de reglas que permite deducir verdades a partir de otras verdades. El medio que lleva de las primeras verdades a las otras deducidas se llama razonamiento lógico.

La lógica estudia, precisamente, los razonamientos lógicos, estableciendo cuándo un razonamiento es válido, independientemente del contenido de las verdades que se enuncien. Sólo le interesan a esta rama de la matemática, las manipulaciones que se hacen con los enunciados, no su contenido. (A. Pérez, 2011).

### **1.2 Proposiciones y tablas de verdad**

Como la lógica busca deducir verdades a partir de otras verdades, su “materia prima” son los enunciados de esas verdades, que llamadas proposiciones: un enunciado que se puede juzgar como verdadero o falso. (A.Pérez, 2001). Desde luego que una proposición puede ser interpretada también como una sentencia declarativa que expresa una propiedad.

Por ejemplo, las siguientes expresiones no son proposiciones, porque a las mismas no se les puede asignar un valor de verdad y no pueden ser juzgadas objetivamente:

“oprima la tecla enter”

“los números enteros son interesantes”



## TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024

“los números complejos son más complicados que los reales”

Por el contrario, las siguientes expresiones sí son proposiciones:

$\sqrt{2}$  es un número racional

$3 + 2 = 5$

*De modo que una proposición puede tomar un único valor de verdad; Verdadero (V) o Falso (F).*

**Definición:** Una variable lógica o variable proposicional es un símbolo que puede tomar dos valores: verdadero (V, o 1) o falso (F o 0).

**Definición:** las tablas de verdad es uno de los métodos por el que es posible mostrar los resultados obtenidos al aplicar cada uno de los conectores u operadores lógicos (Murillo)

Una tabla de verdad está formada por filas y columnas y el número de filas depende del número de proposiciones diferentes con el que se opere. Así mismo el número de columnas depende del número de proposiciones y el número de conectores lógicos contenidos en la misma. En general se tiene que el número de filas es  $2^n$  donde n es el número de proposiciones. (Murillo, 2009).

En las tablas de verdad es conveniente colocar los valores de las proposiciones en orden, y se debe llevar cierta jerarquía en las operaciones, es decir, lo primero que se evalúa en una proposición es lo que se encuentra entre paréntesis, después la negación, posteriormente las conjunciones y disyunciones y finalmente las implicaciones y dobles implicaciones.

### 1.3 Conectores de proposiciones y propiedades del álgebra proposicional

Se emplearán letras minúsculas para simbolizar las proposiciones:  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ ,  $t$ ... los cuales serán a partir de ahora variables proposicionales y se combinarán mediante conectores lógicos para formar las proposiciones compuestas. Los conectores que se estudiarán en este curso son: negación ( $\neg$ ), conjunción ( $\wedge$ ), disyunción ( $\vee$ ), implicación ( $\rightarrow$ ), doble implicación ( $\leftrightarrow$ ).

### 1.3.1 Negación $\neg$ (no)

**Definición:** La negación de una proposición  $p$ , denotada  $\neg p$ , es otra proposición cuyo valor es el opuesto al de  $p$ . Se puede definir la negación mediante la siguiente tabla de verdad.

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

Tabla 1: negación

#### 1.3.1.1 Propiedad de la negación

Doble negación ( $\neg \neg$ ) la doble negación es una propiedad a través de la cual se recupera el valor de verdad original de la variable o proposición en cuestión

$$\neg(\neg p) \equiv p \quad (1)$$

Su demostración se observa en la tabla de verdad n°2

$P$	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
V	F	V
F	V	F

Tabla 2: doble negación

### 1.3.2 Conjunción $\wedge$ (y)

**Definición:** La conjunción de dos proposiciones  $p$ ,  $q$ , denotada  $p \wedge q$ , es la proposición que sólo es cierta si ambas son ciertas. La siguiente tabla de verdad demuestra este concepto:

P	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabla 3: Conjunción

### 1.3.3. Disyunción $\vee$ (o, en sentido incluyente)

**Definición:** La disyunción de dos proposiciones  $p$ ,  $q$ , denotada  $p \vee q$ , es la proposición que sólo es falsa si ambas son falsas. En la tabla de verdad n°4, se ilustra este concepto:

P	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabla 4: Disyunción

### 1.3.4 Propiedades de la conjunción y la disyunción

Dos proposiciones son lógicamente equivalentes ( $\equiv$ ) cuando tienen los mismos valores de verdad, independientemente del valor de verdad de las variables proposicionales involucradas.

#### 1.3.4.1 Conmutativa

Para la conjunción y la disyunción se cumple la propiedad conmutativa:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p \quad (2)$$

$$p \vee q \equiv q \vee p \quad (3)$$

Para el caso de estas operaciones con conectores diferentes, se cumple la propiedad distributiva aplicada de la siguiente manera

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad (4)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad (5)$$

¡Haga las tablas de verdad para comprobar las equivalencias propuestas en las ecuaciones (4) y (5)!

#### 1.3.4.2 Asociativa

Esta propiedad también se cumple para la conjunción y disyunción

$$\begin{aligned} (p \wedge q) \wedge r &\equiv p \wedge (q \wedge r) & (6) \\ (p \vee q) \vee r &\equiv p \vee (q \vee r) & (7) \end{aligned}$$

Básicamente establecen que si se emplean dos o más proposiciones a través de estos conectores, no importa el orden y el resultado debería ser el mismo.

¡Pruebe estos conceptos haciendo las tablas de verdad!

**NOTA:** Si se utilizan conectores distintos no es posible verificar la ley asociativa en todos los casos, por ejemplo

$$(p \wedge q) \vee r \neq p \wedge (q \vee r) \quad (8)$$

Observe el lado izquierdo de la desigualdad (8), allí se indica que, al resultado de la conjunción entre p y q, se le aplicará una disyunción con r. Mientras que en el lado derecho de la desigualdad se indica que al resultado de la disyunción entre q y r se le aplicará una conjunción con p. ¡Esto claramente no es lo mismo!; Construya la tabla de verdad y compruebe la desigualdad que se plantea.



### 1.3.4.3 Idempotencia

$$p \wedge p \equiv p \quad (9)$$

$$p \vee p \equiv p \quad (10)$$

### 1.3.4.4 Leyes de De Morgan

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q \quad (11)$$

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q \quad (12)$$

### 1.3.5 Implicación $\rightarrow$ ( $p \rightarrow q$ : “si p entonces q”, “p implica q”)

**Definición:** La implicación de dos proposiciones, p, q denotada  $p \rightarrow q$  (donde p es el antecedente y q el consecuente) es la proposición que sólo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

P	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabla 5: Implicación

**NOTA:** Observe que  $p \rightarrow q \neq q \rightarrow p$  . ¡Haga la tabla de verdad para comprobarlo!

**1.3.5.1 Definición:** Dada una implicación  $p \rightarrow q$ , se obtienen las siguientes implicaciones (Pérez Raposo, 2010).

$p \rightarrow q$	Implicación directa,
$q \rightarrow p$	Implicación inversa,
$\neg p \rightarrow \neg q$	Implicación recíproca

$$\neg q \rightarrow \neg p$$

Implicación contra positiva

**1.3.5.1.1 Teorema:** Las implicaciones directas y contra positiva son equivalentes, y las implicaciones inversa y recíproca son equivalentes. Es decir, sus tablas de verdad son una tautología.

**Nota:** Una tautología es una proposición cuya tabla de verdad es siempre verdadera, en oposición se define una contradicción aquella proposición cuya tabla de verdad es siempre falsa. Si la tabla de verdad de la proposición en cuestión, no es ni tautología ni contradicción se dice entonces que es una contingencia.

$$p \rightarrow q \leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p \quad (13)$$

$$q \rightarrow p \leftrightarrow \neg p \rightarrow \neg q \quad (14)$$

Se probará mediante tabla de verdad, la primera equivalencia (ec.(13)) dejándole a Ud la comprobación de la segunda.

$P$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$p \rightarrow q \leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

Tabla 6: Demostración Tautología Ec. 13

### 1.3.6 Doble implicación $\leftrightarrow$

La doble implicación de dos proposiciones,  $p$ ,  $q$  denotada  $p \leftrightarrow q$  es la proposición que sólo es verdadera si ambas coinciden en su valor. En forma de tabla:

$$P \quad | \quad q \quad | \quad p \leftrightarrow q$$

V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabla 7: Doble implicación

## 1.4 Ejercitación del capítulo I

### 1.4.1. Ejercicios propuestos

Ejercicio n1: Realice la siguiente operación mediante tabla de verdad

$\neg(\neg p \rightarrow \neg q)$	1.a
$\neg(p \rightarrow q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	1.b
$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)]$	1.c
$(p \rightarrow (q \rightarrow s)) \wedge (\neg r \vee p) \wedge Q$	1.d
$((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow s$	1.e

Ejercicio n2: Analice si las siguientes operaciones son tautologías, contradicciones o contingencias.

$(p \rightarrow \neg q) \vee (q \rightarrow \neg r)$	2.a
$(p \vee q) \wedge (\neg q \rightarrow p)$	2.b
$p \vee (p \rightarrow q \wedge r)$	2.c
$\neg(q \rightarrow r) \wedge r \wedge (p \rightarrow q)$	2.d
$((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r$	2.e

Ejercicio n3: Demuestre las siguientes equivalencias

$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \equiv (p \leftrightarrow q)$	3.a
$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	3.b
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	3.c
$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$	3.d

Ejercicio n4: Indique verdadero o falso

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	4.a
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$	4.b
$q \rightarrow p$ implicación directa	4.c
$p \rightarrow q$ implicación inversa (tomando como directa la proposición 4.c)	4.d
$\neg q \rightarrow \neg p$ implicación recíproca (tomando como directa la proposición 4.c)	4.e
$\neg p \rightarrow \neg q$ implicación contrapositiva (tomando como directa la proposición 4.c)	4.f

#### 1.4.2. Resultados de los ejercicios propuestos del capítulo I.

Ejercicio n°1a					
$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$\neg(\neg p \rightarrow \neg q)$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F

Ejercicio n°1b							
$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg(p \rightarrow q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
V	V	F	F	V	F	F	F
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	F

F	F	V	V	V	F	V	V
---	---	---	---	---	---	---	---

Ejercicio n°1.c								
$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$(p \leftrightarrow q)$	$(p \wedge q)$	$(\neg p \wedge \neg q)$	$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)]$
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V	V

Ejercicio n°1.d									
$p$	$q$	$r$	$S$	$\neg r$	$(q \rightarrow s)$	$(p \rightarrow (q \rightarrow s))$	$(\neg r \vee p)$	$(\neg r \vee p) \wedge q$	$(p \rightarrow (q \rightarrow s)) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q$
V	V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	V	F	F	F	F	V	V	F
V	V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F	V	V	F
V	F	V	V	F	V	V	V	F	F
V	F	V	F	F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	V	V	V	F	F
F	V	V	V	F	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F	V	F	F	F

F	V	F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V	F	F
F	F	F	F	V	V	V	V	F	F

Ejercicio n°1e						
$p$	$q$	$r$	$S$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow r$	$((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow s$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	V	F
V	V	F	V	V	F	V
V	V	F	F	V	F	V
V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	F	V

Ejercicio n°2a: Es una contingencia							
$p$	$q$	$R$	$\neg q$	$\neg r$	$(p \rightarrow \neg q)$	$(q \rightarrow \neg r)$	$(p \rightarrow \neg q) \vee (q \rightarrow \neg r)$
V	V	V	F	F	F	F	F
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F	V
F	V	F	F	V	V	V	V

F	F	V	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Ejercicio n°2b: Es una contingencia					
$p$	$q$	$\neg q$	$(p \vee q)$	$(\neg q \rightarrow p)$	$(p \vee q) \wedge (\neg q \rightarrow p)$
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	F	F

Ejercicio n°2c: Es una tautología					
$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \rightarrow q \wedge r$	$p \vee (p \rightarrow q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V

Ejercicio n°2.d Contradicción							
$p$	$q$	$r$	$(q \rightarrow r)$	$\neg(q \rightarrow r)$	$\neg(q \rightarrow r) \wedge r$	$(p \rightarrow q)$	$\neg(q \rightarrow r) \wedge r \wedge (p \rightarrow q)$
V	V	V	V	F	F	V	F
V	V	F	F	V	F	V	F
V	F	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	F	F	F



F	V	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	V	F	V	F
F	F	V	V	F	F	V	F
F	F	F	V	F	F	V	F

<i>Ejercicio n°2e: Tautología</i>							
$p$	$q$	$r$	$(p \vee q)$	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$	$((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F	V

<i>Ejercicio n°3a</i>					
$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$	$(p \leftrightarrow q)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

<i>Ejercicio n°3b</i>				
$P$	$q$	$\neg p$	$(p \rightarrow q)$	$(\neg p \vee q)$
V	V	F	V	V

V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Ejercicio n°3c						
$p$	$q$	$r$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \wedge r$	$(q \wedge r)$	$p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

Ejercicio n°3d.					
$p$	$q$	$\neg q$	$(p \rightarrow q)$	$\neg(p \rightarrow q)$	$p \wedge \neg q$
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F

Ejercicio n4	
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ ¡FALSO! Debería ser $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	4.a
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$ ¡FALSO! Debería ser $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	4.b
Verdadero	4.c
Verdadero	4.d
Verdadero	4.e
Verdadero	4.f

## Capítulo II. Álgebra de Boole

Las computadoras tienen su propio sistema de representación. Debido a su construcción basada fundamentalmente en circuitos electrónicos digitales, utiliza un sistema binario. Esto obliga a transformar la representación de nuestra información, tanto numérica como alfanumérica, a una representación binaria para que la máquina sea capaz de procesarlos.

Como se estudiará más adelante, tanto el sistema decimal como el binario están basados en los mismos principios. En ambos, la representación de un número se efectúa por medio de cadenas de símbolos, los cuales representan una determinada cantidad dependiendo de cada símbolo y la posición que ocupa dentro de la cadena con respecto al denominado punto (o coma) decimal.

Por cuestiones de índole técnica, los circuitos electrónicos que conforman una computadora suelen estar capacitados para reconocer señales eléctricas de tipo digital; por lo tanto, se hace necesario que los métodos de codificación internos tengan su origen en el sistema binario, y con ellos se pueda representar todo tipo de informaciones y órdenes que sean manejadas por la computadora.

En los circuitos electrónicos suele representarse la presencia de tensión (electricidad) en un punto de un circuito por medio de un 1, en tanto que 0 representa la ausencia de dicha tensión.

La electrónica digital está fundamentada en la base matemática formada por el álgebra de Boole (George Boole, matemático inglés, 1815-1864). Este método de análisis considera que todos los elementos poseen únicamente dos estados (biestables) o dos valores, verdadero o falso (1 o 0) que son opuestos entre sí, no permitiéndose nunca la adopción de estados intermedios. Estudiando las distintas asociaciones entre ellos se obtienen las leyes generales sobre los procesos lógicos.

Fue Claude Shannon (matemático e ingeniero norteamericano, 1916-2001) quien aplicó estas técnicas de estudio a los circuitos compuestos de elementos que solo pueden adoptar dos estados estables posibles, apareciendo entonces los llamados circuitos lógicos.

Puede decirse entonces que el álgebra de Boole es el sistema matemático empleado en el diseño de circuitos lógicos, que nos permite identificar mediante símbolos el objeto de un circuito lógico de modo que su estado sea equivalente a un circuito real.

## **2.1 OPERACIONES LÓGICAS Y TEOREMAS**

Se definen básicamente tres tipos de operaciones sobre las variables del álgebra de Boole o variables booleanas que son: La complementación lógica, la suma lógica y el producto lógico.

### **2.1.1 La complementación lógica**

Sea una variable booleana  $A$ , que por el hecho de serlo solamente podrá poseer dos estados. Si en un instante determinado posee el estado lógico 1, diremos que su estado inverso o complementado será el 0. Si por el contrario la variable  $A$  posee el estado lógico 0, su complemento será el 1. El complemento de una variable  $A$  se representa simbólicamente por:  $\bar{A}$  (con una barra encima de la variable). Otra forma de indicación puede utilizar el símbolo “ $\neg$ ” adelante de la variable ( $\neg A$ ).

La tabla de verdad de los estados lógicos correspondientes a una variable y a su complementaria o inversa es la siguiente:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Tabla de verdad del complemento

### 2.1.2 La suma lógica

La operación lógica suma entre dos o más conjuntos (o variables booleanas) se representa mediante el signo "+". Este resultado puede generalizarse para "n" variables de entrada.

RECUERDE QUE UNA SUMA LÓGICA NO ES UNA SUMA DE NÚMEROS.

La función suma lógicas e define mediante la siguiente tabla de verdad:

+	0	1
0	0	1
1	1	1

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabla de verdad suma lógica

### 2.1.3 El producto lógico

La operación producto entre dos conjuntos se representa mediante el símbolo  $\odot$  (o \* dependiendo de la bibliografía)

La operación producto lógico se define mediante la siguiente tabla de verdad:

	<b>0</b>	<b>1</b>			<b>A</b>	<b>B</b>	<b>D</b>
<b>0</b>	0	0			0	0	0
<b>1</b>	0	1			1	0	0
					1	1	1

Tabla de verdad producto lógico

## 2.2 Teoremas

**Teorema 1.** El resultado de aplicar cualquiera de las tres operaciones antes definidas, a variables booleanas, es otra variable booleana y además el resultado es único.

**Teorema 2.** Ley de idempotencia. Tanto la suma como el producto de una variable booleana consigo misma da como resultado la misma variable:

$$A + A = A$$

$$A * A = A$$

**Teorema 3.** Ley de involución. Una variable booleana negada dos veces, da como resultado la misma variable:

$$\bar{\bar{A}} = A$$

**Teorema 4.** Ley conmutativa. Se define respecto a la suma (y al producto) y nos dice que el orden de los sumandos (factores) no altera el resultado:

$$A + B = B + A$$

$$A * B = B * A$$

**Teorema 5.** Ley asociativa. Se define respecto a las operaciones suma y producto de la siguiente forma:

Respecto de la suma:  $A+(B+C) = (A+B)+C = A+B+C$

Respecto del producto:  $A(BC) = (AB)C = ABC$

**Teorema 6.** Ley distributiva.

Respecto de la suma:  $A+BC = (A+B)(A+C)$

Respecto del producto:  $A(B+C) = AB+AC$

**Teorema 7.** Ley de absorción.

$$A+AB = A$$

$$A(A+B) = A$$

**Teorema 8.** Leyes de De Morgan.

$$\overline{A + B} = \bar{A} \bar{B}$$
$$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$$

(Las leyes de De Morgan pueden ser generalizadas a "n" variables.)

Relaciones importantes que se deducen de las operaciones booleanas y de los teoremas anteriores:

$$0+A = A$$

$$1 * A = A$$

$$0 * A = 0$$

$$1 + A = 1$$

**Nota: es importante reconocer que llamar a las variables A, B o C es simplemente una elección para dar ejemplos pero que las variables pueden tomar cualquier nombre, porque lo importante son las propiedades que cumplen que no cambian.**

**Aconsejamos en el caso de los teoremas para una mayor comprensión hacer las tablas de verdad correspondientes y verificar que efectivamente se cumplen.**

## 2.3 PUERTAS LÓGICAS

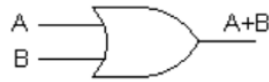
Existe un convenio gráfico para representar dispositivos (electrónicos, hidráulicos, mecánicos, etc.) que lleven a cabo funciones booleanas elementales y que, en función de la combinación o combinaciones diseñadas, se obtendrán funciones más complejas. Las puertas lógicas son dispositivos electrónicos que desarrollan las funciones booleanas y son básicamente: Puertas OR, AND, NOT, NOR, NAND, OR Exclusiva y NOR Exclusiva.

### 2.3.1 Las puertas OR

Desarrollan la suma booleana



### OR



Salida =  $A+B$   
Salida =  $A \vee B$

Tabla de verdad puerta OR

Entrada A	Entrada B	Salida $A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

### 2.3.2 Las puertas AND

Desarrollan el producto booleano

### AND



Salida =  $A.B$

Salida =  $A \wedge B$

Tabla de verdad puerta AND

Entrada A	Entrada B	Salida $A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

### 2.3.3La puerta NOT

Realiza la función complementación o inversión booleana

### Puerta NO (NOT)



Salida =  $A'$

Tabla de verdad puerta  
NOT

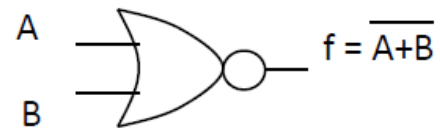
Entrada A	Salida $\bar{A}$
0	1
1	0

### 2.3.3 Las puertas NOR

Realizan la función inversa de una operación suma lógica, es decir, es la equivalente a una puerta OR complementada. La función lógica será, por tanto:

$$f = \overline{A + B}$$

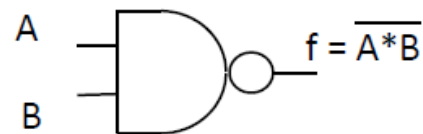
A	B	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



### 2.3.4 Las puertas NAND

Estas puertas realizan la función lógica  $f = \overline{A * B}$

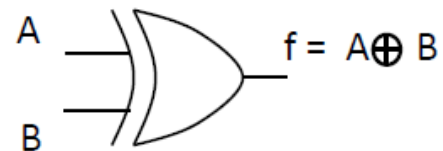
A	B	f
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



### 2.3.5 Las puertas OR EXCLUSIVAS (EOR o XOR)

Son puertas que a su salida proporcionan la función lógica  $f = A\bar{B} + \bar{A}B = A \oplus B$

A	B	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

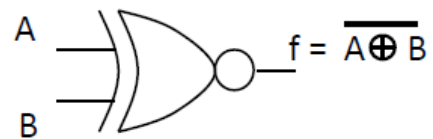


### 2.3.6 Las puertas NOR EXCLUSIVAS (XNOR)

Son puertas que a su salida proporcionan la función lógica

$$f = \overline{A \oplus B} = \overline{A\bar{B} + \bar{A}B} = AB + \bar{A}\bar{B}$$

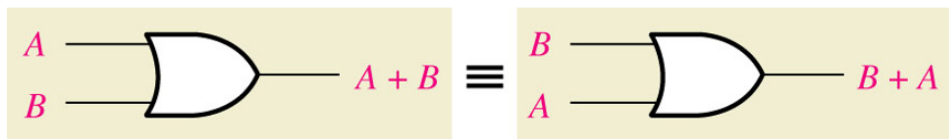
A	B	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



### 2.4 Algunas consideraciones

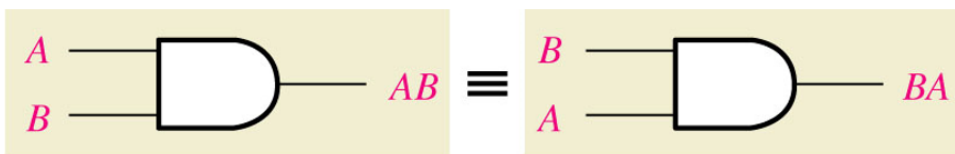
$$A+B = B+A$$

El orden en la OR no importa



$$AB = BA$$

El orden en la AND no importa



**Nota: Durante el cursado de la materia aprenderemos con estas compuertas a interpretar y desarrollar, circuitos lógicos combinados complejos como un conjunto de puertas lógicas interconectadas.**

## 2.4 Ejercitación propuesta del capítulo II

2.4.1 Aplicar los teoremas de De Morgan a las siguientes expresiones

- a  $\overline{(A + B + C)D}$
- b  $\overline{ABC + DEF}$
- c  $\overline{A\bar{B} + \bar{C}D + EF}$
- d  $\overline{(A + B) + \bar{C}}$

2.4.2 Completar la siguiente tabla

A	B	AND	NAND	OR	NOR	XOR
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

2.4.3 Con compuertas AND y OR se pueden implementar todas las funciones lógicas

- a) Hacer una AND y una OR con compuertas NAND
- b) Hacer una AND y una OR con compuertas NOR

2.4.4 Verificar mediante las tablas de verdad de las compuertas las Leyes De Morgan

$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

A	B	AB	$\overline{AB}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A+B}$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

## 2.5 Resolución a la ejercitación propuesta del capítulo II

2.4.1 Aplicar los teoremas de De Morgan a las siguientes expresiones

a) $\overline{(A+B+C)D}$
$\overline{(A+B+C)} + \overline{D}$
$(\overline{A} \overline{B} \overline{C}) + \overline{D}$

b) $\overline{ABC + DEF}$
$\overline{ABC} \overline{DEF}$
$(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) (\overline{D} + \overline{E} + \overline{F})$

c) $\overline{\overline{AB} + \overline{CD} + EF}$
--

$(\overline{A}\overline{B}).(\overline{C}\overline{D}).(\overline{E}\overline{F})$
$(\overline{A} + \overline{B}).(\overline{C} + \overline{D}).(\overline{E} + \overline{F})$
$(\overline{A} + B).(C + \overline{D}).(\overline{E} + \overline{F})$

d) $\overline{\overline{(A + B)} + \overline{C}}$
$\overline{(\overline{A} + \overline{B})}\overline{C}$
$\overline{(\overline{A}\overline{B})}C$
$A * B * C$

2.6 Completar la siguiente tabla

A	B	AND	NAND	OR	NOR	XOR
0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0

2.7 Con compuertas AND y OR se pueden implementar todas las funciones lógicas

- c) Hacer una AND y una OR con compuertas NAND
- d) Hacer una AND y una OR con compuertas NOR

2.8 Verificar mediante las tablas de verdad de las compuertas las Leyes De Morgan

$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

A	B	AB	$\overline{AB}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A+B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

A	B	A +B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0





### **Capítulo III. Conjuntos numéricos**

En este capítulo se estudiarán conceptos relacionados a los conjuntos, sus propiedades y sus operaciones.

#### **3.1 Conceptos generales: teoría de conjuntos**

Un conjunto por definición es una colección de “objetos” que poseen alguna propiedad en común. Los objetos que conforman un conjunto son llamados elementos. Estos objetos pueden ser reales o abstractos.

En general se emplean letras mayúsculas para denotar conjuntos y minúsculas para identificar objetos.

Los elementos se ubican entre  $\{ \}$  y separados entre sí por comas.



## TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024

Decimos que un objeto pertenece o no a un conjunto, y ésta propiedad es fundamental para definir conjuntos.

Un conjunto puede definirse:

Por extensión: enumerando todos y cada uno de sus elementos;

Por comprensión: diciendo cuál es la propiedad que los caracteriza.

Un conjunto puede ser finito, es decir, puede estar formado por una cantidad finita de elementos (por ejemplo 5 elementos, 10 o un millón de elementos, no importa si son muchos, e incluso puede no tener ninguno), o bien contener una cantidad infinita de ellos y, en tal caso, se llama conjunto infinito.

La forma de definir un conjunto en general, está sujeta a la practicidad, rapidez y eficiencia. Enumerar cada uno de todos los elementos de un conjunto con millones de objetos es una tarea poco práctica, lo más conveniente entonces es definirlo por comprensión.

Como se mencionó anteriormente, no todas las veces es posible listar los elementos de un conjunto, de hecho, son ¡excepcionales las veces que se puede! Por lo que es más conveniente matemáticamente hablando usar una mejor notación

**$A = \{x \mid P(x)\}$ . Se lee A es el conjunto de las x, tal que cumple con la condición (o las condiciones)  $P(x)$**

Algunas consideraciones en ejemplos

Por ejemplo, el conjunto de los números naturales es un conjunto infinito. Si queremos enunciar este conjunto por extensión, se utilizan los puntos suspensivos para indicar que la lista de elementos sigue:

$$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; \dots\}$$

$$S = \{a, b, c, d, e, f, e, g, e\}$$

Podemos eliminar los elementos repetidos, y enumerarlos una sola vez.

$$S = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

El orden en que se enlisten los elementos no importa

$$S = \{b, d, e, a, g, f, c\}$$

Un elemento  $x$  pertenece a un conjunto  $C \Rightarrow x \in C$ , si se verifica que el elemento se encuentra dentro del conjunto, de lo contrario  $x \notin C$

Ejemplo

$$A = \{a, b, 1, 4\}$$

$$4 \in A$$

$$5 \notin A$$

Es momento de recordar algunos conjuntos importantes que estudiamos en la escuela

$\mathbb{N}$  = conjunto de los números naturales

$\mathbb{Z}^+$  = conjunto de los números enteros no negativos

$\mathbb{Z}$  = conjunto de los números enteros

$\mathbb{Q}$  = conjunto de los números racionales

$\mathbb{R}$  = conjunto de los números reales

$\mathbb{C}$  = conjunto de los números complejos

$U$  = conjunto universo

$\phi$  = conjunto vacío



## TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024

**Nota: Durante el cursado del semestre trabajaremos con estos conjuntos, por lo tanto, es importante repasar el concepto de cada uno de ellos.**

### **3.2 Principio de Igualdad- Inclusión y subconjunto. Conjunto vacío. Sub conjunto propio.**

#### **Igualdad**

Una relación natural entre conjuntos es la igualdad. Se dice que dos conjuntos A y B son iguales si ambos tienen exactamente los mismos elementos, y en tal caso escribimos  $A = B$ .



## TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024

$A = \{a, e, i, o, u\}$ ,  $B = \{i, o, u, a, e\}$ ,  $C = \{a, o, e, a, o, u, i\}$ ,

$A = B = C$ .

### Inclusión

Se dice que un conjunto  $A$  está incluido (o contenido) en otro conjunto  $B$ , si todo elemento de  $A$  es también elemento de  $B$ .

Si esto ocurre, se denota por

$$A \subseteq B$$

También suele decirse que  $A$  es subconjunto de  $B$ . Por ejemplo, si como antes  $A$  es el conjunto de las vocales, y  $B$  es el conjunto de todas las letras del abecedario, entonces  $A \subseteq B$ . También  $\{e\} \subseteq A$

Si  $A=B$ , entonces es igualmente válido que  $A \subseteq B$  y que  $B \subseteq A$ . Por reciprocidad, si  $A \subseteq B$  y que  $B \subseteq A$  entonces  $A=B$

### Conjunto Universal

Es el conjunto que contiene a todos los conjuntos que se estén considerando. A dicho conjunto se lo denomina conjunto universal o referencial, y lo denotamos con la letra  $U$ .

### Conjunto vacío

Como su nombre lo indica, es el que no contiene elementos. Este conjunto se denota como  $\emptyset$  o  $\{\}$  (pero es **incorrecto escribir**  $\{\emptyset\}$ , ya que esto define un conjunto formado por el conjunto vacío como único elemento, y al contener un elemento, ya no es un conjunto vacío).

El conjunto vacío está contenido en cualquier otro conjunto, es decir,  $\emptyset \subseteq A$  para todo conjunto  $A$ .

Esto es cierto ya que para que se verifique la inclusión, se debe cumplir que todo elemento del conjunto vacío sea también un elemento de  $A$ , pero como el vacío no tiene elementos, no hay nada que verificar.

Además, es claro que todo conjunto  $A$  está incluido en sí mismo, es decir  $A \subseteq A$ . **Por lo tanto, todo conjunto tiene siempre como subconjuntos al vacío y así mismo.**

### Subconjunto propio

$B$  es subconjunto propio de  $A$ , si  $B$  es subconjunto de  $A$  pero es “más chico” que  $A$  (no es el mismo  $A$ ) Es decir, existen elementos de  $A$  que no están en  $B$ :

$$B \subseteq A \text{ y } B \neq A$$

La notación para indicar que  $B$  es subconjunto propio de  $A$  se utiliza la notación  $B \subsetneq A$

Aplicando la definición de subconjuntos obtenemos las siguientes propiedades

1- Todo conjunto A es subconjunto de sí mismo  $A \subseteq A$

2- El conjunto vacío ( $\emptyset$ ) es subconjunto de todos los conjuntos y en particular de él mismo

$$\emptyset \subseteq A$$

$$\emptyset \subseteq U$$

$$\emptyset \subseteq \emptyset$$

3- Todos los conjuntos son subconjuntos del conjunto universo (U)

$$A \subseteq U$$

$$\emptyset \subseteq U$$

$$U \subseteq U$$

4- Si A es subconjunto entonces al conjunto de todos los subconjuntos de A se llama potencia de A y se indica como  $P(A)$

Ejemplo

$$A = \{a, b, c\}$$

Escriba la potencia de A es (recuerde la definición):

$$P(A) = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}$$

❖ El número de subconjuntos del conjunto A está dado por  $|P(A)| = 2^n$   
Donde n es el número de elementos del conjunto A

En el ejemplo propuesto,  $|P(A)| = 2^3 = 8$  subconjuntos

### 3.3 Operaciones entre conjuntos

#### 3.3.1 Unión de conjuntos

La unión de conjuntos, implica juntar todos los elementos pertenecientes a cada uno de ellos y formar uno nuevo con dichos elementos.

Dados dos conjuntos A y B, la unión de ellos se denota como  $A \cup B$  y el resultado es otro conjunto que contiene los elementos de A y todos los elementos de B:  $A \cup B = \{x: x \in A \text{ o } x \in B\}$

La unión de más de dos conjuntos se define de la misma manera que para dos conjuntos.

Ejemplo: Realice la unión de los conjuntos A y B

$$A = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}^+ ; x \leq 12; x \text{ es par}\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 4, 10, 12\}$$

Ley conmutativa

$$A \cup B = B \cup A$$

Ley de idempotencia

$$A \cup A = A$$

$$A \cup U = U$$



### 3.3.2 Intersección de conjuntos

Dados dos conjuntos A y B, la intersección de ellos es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a ambos, es decir, los elementos que tienen en común. Simbólicamente:

$$A \cap B = \{x/x \in A \text{ y } x \in B\}$$

La intersección de más de dos conjuntos se define de la misma manera.

Si  $A \cap B = \emptyset$  entonces se dice que A y B son conjuntos disjuntos.

Ejemplo:

Dados dos conjuntos

$$A = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$$

$$B = \{x | x \in \mathbb{Z}^+; x \leq 12; x \text{ es par}\}$$

Encuentre A intersección B

$$A \cap B = \{2, 6, 8\}$$

A partir de la definición de intersección se observan las siguientes propiedades

1- Si A y B son conjuntos disjuntos (es decir no tienen elementos en común) entonces  $A \cap B = \emptyset$

2- Si  $A = B$  entonces  $A \cap B = A \cap A = A$

3-  $A \cap U = A$

4-  $A \cap \emptyset = \emptyset$

### 3.3.3 Diferencia de conjuntos

Llamamos diferencia entre conjuntos  $A$  y  $B$  al conjunto formado por todos **los elementos de  $A$  que no están en  $B$** . Se escribe como

$$A - B = \{x: x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

El nuevo conjunto  $A - B$  se forma con todos los elementos de  $A$  a los cuales les quitamos los que pertenecen a  $B$ .

Nótese que  $A - B \subseteq A$ . Es decir  $A - B$  es un subconjunto de  $A$ .

### 3.3.4 Diferencia simétrica ( $A \Delta B$ )

La diferencia simétrica entre los conjuntos  $A$  y  $B$  que se denota como  $(A \Delta B)$  Es el conjunto que contiene a todos los elementos que se encuentran en el conjunto  $A$ , pero no están en el conjunto  $B$  y también a los elementos del conjunto  $B$  que no están en  $A$ .

Dicho de otra manera el conjunto  $A \Delta B$  contiene a todos los elementos que se encuentran en el conjunto definido como  $(A - B) \cup (B - A)$ :

$$A \Delta B = \{x | (x \in A \text{ y } x \notin B) \text{ o } (x \in B \text{ y } x \notin A)\}$$

Nótese que, en las operaciones como unión e intersección, no importaba el orden en que aparecen los conjuntos. Daba lo mismo  $A \cup B = B \cup A$  y  $A \cap B = B \cap A$ .

En la diferencia de conjuntos **sí importa el orden: no es lo mismo  $A-B$  que  $B-A$ .**

### 3.3.5 Complemento de un conjunto.

El complemento de un conjunto,  $A$  se denota como  $A^c$  y es el conjunto que contiene a todos los elementos del conjunto universo que no pertenecen al conjunto  $A$

$$A^c = \{x \mid x \in U; x \notin A\}$$

Otras notaciones para complemento de un conjunto  $A^c, \bar{A}$  (según la bibliografía, como el concepto no cambia cualquiera de estas notaciones es válida)

Ejemplo: encuentre  $A^c$

$$U = \{x \mid x \in \mathbb{Z}\}, A = \{1, 3, 5, 8\}$$

$$A^c = \{x \mid x \in \mathbb{Z}; x \notin \{1, 3, 5, 8\}\}$$

$$A^c = \{x \mid x \in \mathbb{Z}; x \neq 1; x \neq 3; x \neq 5; x \neq 8\}.$$

- ❖ Para comprender mejor es aconsejable repasar qué es un número entero  $\mathbb{Z}$ .

Propiedades del complemento

1-  $(A')' = A$

2-  $A \cup A' = U$

3-  $A \cap A' = \emptyset$

4-  $U' = \emptyset$

5-  $\emptyset' = U$

**Ley de Morgan**

Augustus De Morgan demostró que:

1- La negación de la intersección de dos o más conjuntos es equivalente a la unión de los conjuntos negados separadamente.

2- La negación de la unión de dos o más conjuntos es iguala a la intersección de los conjuntos negados por separado

$$(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$$

$$(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$$

### 3.4 Propiedades

Las operaciones con conjuntos verifican las siguientes propiedades:

- Propiedad conmutativa
  - a)  $A \cup B = B \cup A$
  - b)  $A \cap B = B \cap A$
- Propiedad asociativa
  - a)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
  - b)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
- Propiedad distributiva
  - a)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
  - b)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- Propiedad de idempotencia
  - a)  $A \cup A = A$
  - b)  $A \cap A = A$
- Leyes de De Morgan
  - a)  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
  - b)  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

### 3.5 Ejercitación del capítulo III

3.5.1. Determine los siguientes conjuntos:

a	$B = \{x \in \mathbb{Z} / 4x^2 - 1 = 0\}$
b	$\{x/x \in \mathbb{N} \wedge 2x + 1 = 7\}$
c	$C = \{x/x \in \mathbb{Z} / x^2 - 4 = 0 \wedge x < 1\}$
d	$B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 = 0\}$

**Nota: para comprender correctamente estos ejercicios y muchos otros que haremos durante el cursado, es importantísimo que repase las familias de números naturales, enteros, reales, racionales, entre otros**

3.5.2. Si  $A = \{a, b, c, e\}$ ,  $B = \{b, c, d\}$  y  $C = \{a, c, e, f\}$  Escriba por extensión el conjunto resultante de las siguientes operaciones

$A \cup B$	$A - B$	$C - B$	$(A \cap B) \cup (A - B)$
$A \cap B$	$B - A$	$A \triangle B$	$(A \cup C) - (B \cap C)$

3.5.3 Si  $u = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{2, 5\}$  y  $B = \{1, 5\}$  Escriba por extensión el conjunto resultante de las siguientes operaciones

$\bar{A}$	$\overline{A \cup B}$	$\overline{B - A}$
-----------	-----------------------	--------------------

3.5.4 Si  $u = \{0,2,4,6,8,9\}$ ,  $A = \{0,2,8\}$ ,  $B = \{2,8,9\}$  y  $C = \{0,4,8,9\}$ ,

Calcule

$$\overline{A \cap B} - (A \triangle C)$$

### 3.6 Resolución a la ejercitación propuesta en el capítulo III

a	$B = \{x \in \mathbb{Z} / 4x^2 - 1 = 0\}$
---	---

1- Resolver la ecuación para encontrar las soluciones que la satisfacen

$$4x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

2- Reflexionar que  $\pm \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

3-  $B = \emptyset$

b	$\{x/x \in \mathbb{N} \wedge 2x + 1 = 7\}$
---	--

1- Resolver la ecuación  $2x + 1 = 7 \rightarrow x = 3$

2- Reflexionar que  $3 \in \mathbb{N}$

3-  $C = \{3\}$

C	$C = \{x/x \in \mathbb{Z}/x^2 - 4 = 0 \wedge x < 1\}$
---	---

- 1- Resolver la ecuación  $x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$
- 2- Además la condición para pertenecer al conjunto C es que  $x < 1$  de modo que sólo -2 cumple con tal condición por lo tanto
- 3- También  $-2 \in \mathbb{Z}$
- 4-  $C = \{-2\}$

D	$B = \{x \in \mathbb{R}/x^2 + 1 = 0\}$
---	--

- 1- Al resolver la ecuación  $x^2 + 1 = 0 \rightarrow \sqrt{-1}$
- 2-  $\sqrt{-1}$  no tiene solución en los  $\mathbb{R}$
- 3-  $B = \{\emptyset\}$

3.5.2. Si  $A = \{a, b, c, e\}$ ,  $B = \{b, c, d\}$  y  $C = \{a, c, e, f\}$  Escriba por extensión el conjunto resultante de las siguientes operaciones

$A \cup B$	$A - B$	$C - B$	$(A \cap B) \cup (A - B)$
$A \cap B$	$B - A$	$A \triangle B$	$(A \cup C) - (B \cap C)$

$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$
$A - B = \{a, e\}$
$C - B = \{a, e, f\}$
$A \cap B = \{b, c\}$
$B - A = \{d\}$
$(A \cap B) \cup (A - B) = \{a, b, c, e\}$
$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A) = \{a, e, d\}$
$(A \cap B) \cup (A - B) = \{a, b, e, f\}$



3.5.3 Si  $u = \{1,2,3,4,5\}$ ,  $A = \{2,5\}$  y  $B = \{1,5\}$  Escriba por extensión el conjunto resultante de las siguientes operaciones

$\bar{A}$	$\overline{A \cup B}$	$\overline{B - A}$
-----------	-----------------------	--------------------

$\bar{A} = \{1,3,4\}$
$\overline{A \cup B} = \{3,4\}$ Nota: primero encuentre la unión entre los dos conjuntos propuestos y luego su complemento con el universo
$\overline{B - A} = \{2,3,4,5\}$ Nota: primero realice la operación de diferencia entre los dos conjuntos y luego obtenga el complemento.

3.5.5 Si  $u = \{0,2,4,6,8,9\}$ ,  $A = \{0,2,8\}$ ,  $B = \{2,8,9\}$  y  $C = \{0,4,8,9\}$ ,

Calcule

$$\overline{A \cap B} - (A \triangle C)$$

1-Primero encontrar la intersección entre A y B y luego el complemento:

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{2,8\} \\ \overline{A \cap B} &= \{0,4,6,9\} \end{aligned}$$

2- Realizar la diferencia simétrica

$$(A \triangle C) = (A - C) \cup (C - A) = \{2\} \cup \{4,9\} = \{2,4,9\}$$

3-Diferencia entre el primer término y el segundo

$$\overline{A \cap B} - (A \triangle C) = \{0,6\}$$



#### **IV-Bibliografía**

Murillo, José A. – Matemática para la computación – Editorial Alfaomega - 2009

Pérez Raposo, Álvaro- Lógica, conjuntos, relaciones y funciones-Universidad Politécnica de Madrid- Publicaciones Electrónicas-Sociedad Matemática Mexicana-2010

T. Veerarajan-Matemáticas discretas Con teoría de gráficas y combinatoria-McGraw-Hill Interamericana-México D.F- 2008.

Juan Diego Borchert - Jorgelina Carrizo y Lucía Sarmiento. 2017. Curso Nivelación MATEMÁTICA. Universidad Nacional de San Juan-Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes-Departamento de Matemática.



## **TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION 2024**

Marilina Carena.2019. Manual de matemática preuniversitaria 1a ed. Santa Fe: Ediciones UNL, 2019.Libro digital, PDF - (Cátedra). Archivo Digital: descarga y online. ISBN 978-987-749-132-6

Curso de Ingreso 2019.Conceptos de Organización de Computadoras. Dirección de Articulación e ingreso. Secretaría Académica. Facultad de Informática.2019. Universidad Nacional de La Plata.