

## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

#### **1.1 Tujuan**

1. Dapat menentukan penyelesaian Integrasi Numerik dengan metode Trapesium, dan Metode Simpson 1/3.
2. Mencari besarnya kesalahan dari suatu perhitungan solusi Integrasi Numerik dengan Dengan metode Trapesium, dan Metode Simpson 1/3.

#### **1.2 Rumusan Permasalahan**

Dengan kedua metode tersebut,

- a. Tentukan integral dari fungsi  $y = x * \sin(x)$  dengan interval  $[0.0, \pi]$  dengan  $n = 128$ .
- b. Tentukan galatnya!

## BAB II DASAR TEORI

### 2.1 Pendahuluan Teori

Dalam kalkulus dasar kita belajar cara mengevaluasi integral bermacam-macam fungsi dan kita mengenal teknik-teknik integral. Sayangnya tidak semua fungsi dapat dengan mudah diintegrasikan secara analitik. Dengan bantuan computer, kita dapat mengatasi kesulitan itu dengan memanfaatkan metode-metode numeric yang berkaitan dengan integrasi.

Integrasi numeric dikenal juga sebagai kuadratur; persoalan integrasi numeric ialah menghitung secara numeric integral tertentu

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

Dalam hal ini  $a$  dan  $b$  adalah batas-batas integral,  $f$  adalah fungsi yang dapat diberikan secara eksplisit dalam bentuk persamaan ataupun secara empiric dalam bentuk tabel nilai. Dalam praktikum modul ini membahas teknik integrasi numeric menurut Kaidah Trapezium dan Kaidah Simpson.

### 2.2 Kaidah Trapezium

Pandang sebuah pias bernbentuk trapezium dari  $x = x_0$  sampai  $x = x_1$ . Luas satu trapezium adalah

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)]$$

Bila selang  $[a,b]$  dibagi atas  $n$  buah pias trapezium, kaidah integrasi yang diperoleh adalah

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Algoritma:

Masukan :

fungsi yang diintegrasikan ,  $y = f(x)$

Batas bawah dan batas atas integral,  $a, b$

Jumlah panel,  $n$

Keluaran :

$I$  = hasil integrasi fungsi.

Proses:

1. Tetapkan lebar panel

$$h = (b - a)/n$$

2. Nilai awal total

$$Sum = f(a)$$

3. Untuk  $i=1$  sampai  $n-1$  kerjakan :

$$Sum = sum + 2f(a+i*h)$$

4. Hitung hasil integral

$$I = h/2*(sum + f(b))$$

5. Selesai

### 2.3 Kaidah Simpson 1/3

Menurut kaidah Simpson, luas bidang di bawah kurva  $f(x)$  dalam selang  $[a,b]$ , dapat didekati dengan

$$\int_{x_0}^{x_l} f(x)dx = \frac{h}{3} \left[ f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

Bila selang  $[a,b]$  dibagi atas  $n$  buah pias, kaidah integrasi yang diperoleh adalah

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Algoritma:

Masukan :

fungsi yang diintegrasikan ,  $y = f(x)$

Batas bawah dan batas atas integral,  $a, b$

Jumlah panel,  $n$

Keluaran :

$I$  = hasil integrasi fungsi.

Proses :

1. Tetapkan lebar panel

$$h = (b - a)/n$$

$$x = a$$

2. Nilai awal total

$$I = f(a) + f(b)$$

$$sigma = 0$$

3. Untuk  $i=1$  sampai  $n-1$  kerjakan :

$$x = x + h$$

If  $i \bmod 2 = 1$  then

$$sigma = 4 * f(x)$$

else

$$sigma = 2 * f(x)$$

end

$$I = I + sigma$$

4. Hitung hasil integral

$$I = h/3 * (I)$$

5. Selesai

## **BAB III**

### **PEMBAHASAN**

#### **3.1 Penyelesaian**

##### **3.1.1 Source Code**

```
import numpy as np
import pandas as pd

def trapesium(f, a, b, n):
    #tetapkan lebar panel
    h = (b - a)/n

    #nilai awal total
    sum = f(a)

    for i in range(1, n):
        sum = sum + 2 * f(a + i * h)

    #hitung hasil integral
    itg = h/2 * (sum + f(b))

    return itg

def simpson(f, a, b, n):
    #tetapkan lebar panel
    h = (b - a)/ n
    x = a
```

```
#nilai awal total
itg = f(a) + f(b)
sigma = 0

for i in range(1, n):
    x = x + h
    if i%2 == 1:
        sigma = 4 * f(x)
    else :
        sigma = 2 * f(x)
    itg = itg + sigma

#hitung hasil integral
itg = h/3 * itg

return itg

#fungsi persamaan
def f(x):
    return x*np.sin(x)

#integral dari f(x)
def fintegral(x):
    return -x*np.cos(x)+np.sin(x)
```

```
#batas atas dan bawah
a = 0
b = np.pi
h = (b-a)/128
#nilai sesungguhnya
true_value = fintegral(b) - fintegral(a)

print('\nInterval h='+ str(h))
#Trapeسيوم
approx1 = trapesium(f, a, b, 128)
galat_relatif1 = abs((true_value - approx1)/true_value)
galat_sesungguhnya1 = true_value - approx1
persen1= galat_sesungguhnya1*100
print('Hasil dari kaidah Trapesium = ' + str(approx1) +
'\nDengan Galat relatif= ' + str(galat_relatif1)+ '\nGalat
sesungguhnya= ' + str(galat_sesungguhnya1) + '\n')

#Simpson 1/3
approx2 = simpson(f, a, b, 128)
galat_relatif2 = abs((true_value - approx2)/true_value)
galat_sesungguhnya2 = true_value - approx2
persen2= galat_sesungguhnya2*100
print('Hasil dari kaidah simpson 1/3 = ' + str(approx2) +
'\nDengan galat relatif= ' + str(galat_relatif2)+ '\nGalat
sesungguhnya= ' + str(galat_sesungguhnya2))

print("\n\nHasil Program untuk Menyelesaikan Integrasi
Numerik \nInt X * sin(x)dx ; syarat x(0)=0.0, x(1) =pi
```

```
\ndengan Metode Trapesium dan Simpson 1/3 \n")
data = [[128, h, approx1, persen1, approx2, persen2]]
tabel=pd.DataFrame(data, columns=['N','H', 'Int
Trapesium', 'Err IT %', 'Int Simpson 1/3', 'Err IS 1/3
%'], index=[' '])
print(tabel)
```

### 3.1.2 Hasil Command Prompt

```
Interval h=0.02454369260617026
Hasil dari kaidah Trapesium = 3.1414349459279265
Dengan Galat relatif= 5.019990789907683e-05
Galat sesungguhnya= 0.000157707661866624

Hasil dari kaidah simpson 1/3 = 3.1415926599236563
Dengan galat relatif= 2.01613127801796e-09
Galat sesungguhnya= -6.333863211693824e-09

Hasil Program untuk Menyelesaikan Integrasi Numerik
Int  $X * \sin(x)dx$  ; syarat  $x(0)=0.0$ ,  $x(1) = \pi$ 
dengan Metode Trapesium dan Simpson 1/3

      N      H  Int Trapesium  Err IT %  Int Simpson 1/3  Err IS 1/3 %
128  0.024544      3.141435  0.015771      3.141593 -6.333863e-07
```

### 3.1.3 Excel



Nashirudin Baqiy  
24060119130045  
Lab A1

f(x)=x * sin(x)		i	x	f(x)		
a= 0		0	0	0		
b= 3		1	0,024543693	0,000602332		TRAPESIUM
n= 128		2	0,049087386	0,002408604		Hasil= 3,141434896
h= 0,024543693		3	0,073631079	0,005416638		Galat_relatif= 5,0216E-05
		4	0,098174772	0,009622811		Galat_sesungguhnya= 0,000157758
		5	0,122718465	0,015022050		
true_value= 3,141592654		6	0,147262158	0,021607847		
		7	0,171805851	0,029372253		SIMPSON 1/3
		8	0,196349544	0,038305896		sum dari f(x) ganjil= 256,0256998
		9	0,220893237	0,048397983		sum dari f(x) genap= 127,974295
		10	0,245436930	0,059636310		
		11	0,269980623	0,072007278		Hasil= 3,14159261
		12	0,294524316	0,085495897		Galat_relatif= 1,40299E-08
		13	0,319068009	0,100085810		Galat_sesungguhnya= 4,40764E-08
		14	0,343611702	0,115759298		
		15	0,368155395	0,132497301		
		16	0,392699088	0,150279437		
		17	0,417242781	0,169084015		
		18	0,441786474	0,188888060		
		19	0,466330167	0,209667330		
		20	0,490873860	0,231396339		
		21	0,515417553	0,254048384		
		22	0,539961246	0,277595562		
		23	0,564504939	0,302008803		
		24	0,589048632	0,327257890		
		25	0,613592325	0,353311492		
		26	0,638136018	0,380137187		
		27	0,662679711	0,407701498		
		28	0,687223404	0,435969918		
		29	0,711767097	0,464906944		
		30	0,736310790	0,494476111		
		31	0,760854483	0,524640021		
		32	0,785398176	0,555360383		
		33	0,809941869	0,586598043		
		34	0,834485562	0,618313024		
		35	0,859029255	0,650464559		
		36	0,883572948	0,683011133		
		37	0,908116641	0,715910518		
		38	0,932660334	0,749119813		
		39	0,957204027	0,782595484		
		40	0,981747720	0,816293405		
		41	1,006291413	0,850168897		
		42	1,030835106	0,884176771		
		43	1,055378799	0,918271373		
		44	1,079922492	0,952406618		
		45	1,104466185	0,986536045		
		46	1,129009878	1,020612850		
		47	1,153553571	1,054589937		
		48	1,178097264	1,088419958		
		49	1,202640957	1,122055361		
		50	1,227184650	1,155448432		
		51	1,251728343	1,188551344		
		52	1,276272036	1,221316198		
		53	1,300815729	1,253695073		
		54	1,325359422	1,285640068		
		55	1,349903115	1,317103351		
		56	1,374446808	1,348037204		
		57	1,398990501	1,378394068		

Nashirudin Baqiy  
24060119130045  
Lab A1

		58	1,423534194	1,408126591	
		59	1,448077887	1,437187671	
		60	1,472621580	1,465530508	
		61	1,497165273	1,493108641	
		62	1,521708966	1,519876003	
		63	1,546252659	1,545786958	
		64	1,570796352	1,570796352	
		65	1,595340045	1,594859557	
		66	1,619883738	1,617932515	
		67	1,644427431	1,639971780	
		68	1,668971124	1,660934567	
		69	1,693514817	1,680778792	
		70	1,718058510	1,699463114	
		71	1,742602203	1,716946982	
		72	1,767145896	1,733190673	
		73	1,791689589	1,748155337	
		74	1,816233282	1,761803034	
		75	1,840776975	1,774096776	
		76	1,865320668	1,785000570	
		77	1,889864361	1,794479450	
		78	1,914408054	1,802499522	
		79	1,938951747	1,809027996	
		80	1,963495440	1,814033226	
		81	1,988039133	1,817484744	
		82	2,012582826	1,819353298	
		83	2,037126519	1,819610881	
		84	2,061670212	1,818230768	
		85	2,086213905	1,815187545	
		86	2,110757598	1,810457144	
		87	2,135301291	1,804016869	
		88	2,159844984	1,795845430	
		89	2,184388677	1,785922964	
		90	2,208932370	1,774231069	
		91	2,233476063	1,760752826	
		92	2,258019756	1,745472823	
		93	2,282563449	1,728377182	
		94	2,307107142	1,709453576	
		95	2,331650835	1,688691256	
		96	2,356194528	1,666081066	
		97	2,380738221	1,641615464	
		98	2,405281914	1,615288539	

		99	2,429825607	1,587096028	
		100	2,454369300	1,557035326	
		101	2,478912993	1,525105506	
		102	2,503456686	1,491307326	
		103	2,528000379	1,455643242	
		104	2,552544072	1,418117418	
		105	2,577087765	1,378735730	
		106	2,601631458	1,337505779	
		107	2,626175151	1,294436888	
		108	2,650718844	1,249540114	
		109	2,675262537	1,202828244	
		110	2,699806230	1,154315799	
		111	2,724349923	1,104019034	
		112	2,748893616	1,051955932	
		113	2,773437309	0,998146206	
		114	2,797981002	0,942611291	
		115	2,822524695	0,885374337	
		116	2,847068388	0,826460204	
		117	2,871612081	0,765895449	
		118	2,896155774	0,703708320	
		119	2,920699467	0,639928742	
		120	2,945243160	0,574588300	
		121	2,969786853	0,507720230	
		122	2,994330546	0,439359399	
		123	3,018874239	0,369542289	
		124	3,043417932	0,298306975	
		125	3,067961625	0,225693107	
		126	3,092505318	0,151741891	
		127	3,117049011	0,076496056	
		128	3,141592704	-0,000000158	

  

N	H	Int Trapezium	Err IT %	Int Simpson 1/3	Err IS 1/3 %
128	0,024543693	3,141434896	0,015775808	3,14159261	4,40764E-06

### 3.1.4 Penjelasan

#### a. Kaidah Trapezium

Dari algoritma yang ada di modul pertama kita tetapkan lebar panel atau interval (h), kemudian setelah itu kita menginisiasi nilai awal total sum yaitu f(a), kemudian melakukan looping sebanyak n kali  $sum = sum + 2 * f(a + i * h)$ . setelah mencapai n

kemudian yang terakhir menghitung hasil integral dengan  $I = h/2 * (sum + f(b))$  dan mengembalikan nilai integral tersebut.

b. Kaidah Simpson 1/3

Dari algoritma yang ada di modul pertama kita tetapkan lebar panel atau interval ( $h$ ), kemudian setelah itu kita menginisiasi nilai awal total itg yaitu  $f(a)+f(b)$ , dan  $sigma=0$ . Kemudian melakukan looping sebanyak  $n$  kali dengan  $x = x+h$ , dan jika kondisi iterasi (i) ganjil maka  $sigma = 4*f(x)$  selain itu (kondisi  $i$  genap) maka melakukan operasi  $sigma = 2*f(x)$  dan memasukkan nilai itg yaitu  $itg = itg+sum$ . setelah mencapai  $n$  kemudian yang terakhir menghitung hasil integral dengan  $I = h/3*itg$  yang merupakan hasil penjumlahan simpson dan mengembalikan nilai integral tersebut

## **BAB IV**

### **PENUTUPAN**

#### **4.1 Kesimpulan**

Untuk menentukan nilai integrasi numerik kita bisa menggunakan dua metode yakni trapesium dan metode simpson  $1/3$  yang mana bisa menggunakan koding phyton atau dengan excel. Apabila menggunakan phyton pada persoalan diatas dihasilkan nilai dengan menggunakan metode trapesium adalah 3.141434959279265 dengan galat 0.000157707661866624 dan dengan metode simpson  $1/3$  adalah 3.1415926599236563 dengan galat 6.333863211693824e-09. Dimana hasil ini hampir sama dengan kita menghitung di excel, yang mana pada persoalan diatas dengan menggunakan metode trapesium dihasilkan nilai 3.141434896 dan dengan menggunakan metode simpson  $1/3$  adalah 3.14159261. Untuk metode  $1/3$  sompson nilai yang dihasilkan lebih mendekati dengan nilai sesungguhnya hal itu dibuktikan dengan semakin kecilnya nilai galat baik galat relative maupun galat sesungguhnya. Hal ini berarti metode  $1/3$  simpson mempunyai keakurasian yang tinggi dibandingkan meode trapezium. Namun hal ini tidak berarti metode trapezium salah.