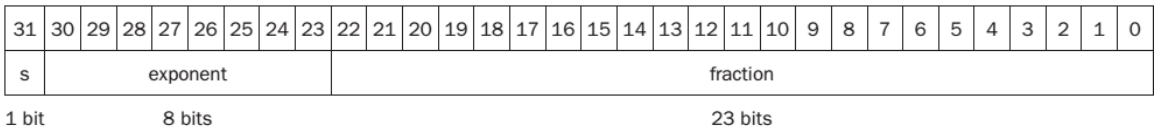
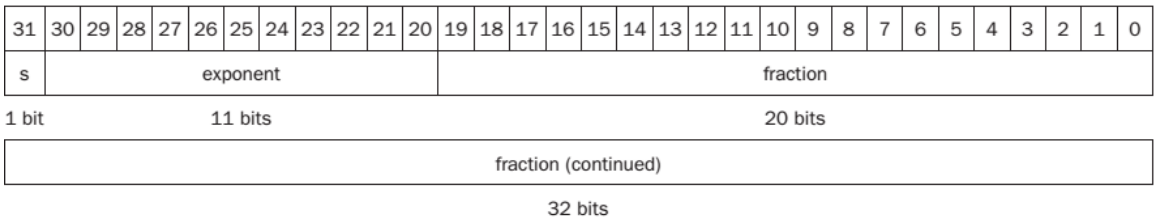
Exercise 2: The following table shows decimal numbers

a	-1609.5
b	-938.8125

1. Write down the binary representation of the decimal number, assuming the IEEE 754 **single** precision format.



2. Write down the binary representation of the decimal number, assuming the IEEE 754 **double** precision format.



Answer:

a)

$-1609.5 = -11001001001.1_2$

$= -1.110010010011 \times 2^{10}$

1. Biểu diễn theo độ chính xác đơn

sign = -1

exponent = 10 + 127 = 137 = 10001001_2

fraction = 110010010011

1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s	exponent (8 bits)								fraction (23 bits)																						

2. Biểu diễn theo độ chính xác kép

sign = -1

exponent = 10 + 1023 = 1033 = 10000001001_2

fraction = 110010010011

1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	..	0
s	Exponent (11 bits)											Fraction (52 bits Với 12 bits cao = 110010010011 40 bits thấp còn lại = 0 toàn bộ)																			

b)

$-938.8125 = -1110101010.1101 \times 2^0$

$= -1.1101010101101 \times 2^9$

1. Biểu diễn theo độ chính xác đơn

sign = -1

exponent = $9 + 127 = 136 = 10001000_2$

fraction = 1101010101101_2

1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s	exponent (8 bits)								fraction (23 bits)																						

2. Biểu diễn theo độ chính xác kép

sign = -1

exponent = $9 + 1023 = 1032 = 10000001000_2$

fraction = 1101010101101_2

1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	..	0
s	Exponent (11 bits)											Fraction (52 bits) Với 13 bits cao = 1101010101101 39 bits thấp còn lại = 0 toàn bộ)																			

Exercise 3: Let's look in more detail at division. We will use the decimal numbers in the following table.

	A	B
A	13	20
B	30	9

1. Calculate A divided by B using the hardware described in Figure 1 and the algorithm shown in Figure 2. You should show the contents of each register on each step. Assume A and B are unsigned 6-bit integers.
2. Calculate A divided by B using the hardware described in Figure 3. You should show the contents of each register on each step. Assume A and B are unsigned 6-bit integers.

Exercise 4: The following table shows decimal numbers

a	5.00736125×10^{5}
b	$-2.691650390625 \times 10^{-2}$

1. Write down the binary representation of the decimal number, assuming the IEEE 754 **single** precision format.
2. Write down the binary representation of the decimal number, assuming the IEEE 754 **double** precision format.

Answer:

a)

$5.00736125 \times 10^{5} = 500736.125 = 111101001000000000.001$

$= 1.11101001000000000001 \times 2^{18}$

1. Biểu diễn theo độ chính xác đơn

sign = 0

exponent = $18 + 127 = 145 = 10010001_2$

fraction = 11101001000000000001_2

0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
s	exponent (8 bits)								fraction (23 bits)																						

3. Biểu diễn theo độ chính xác kép

sign = -1

exponent = $18 + 1023 = 1032 = 10000010001_2$

fraction = 11101001000000000001_2

0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	11101001000000000001000…0000
s	Exponent (11 bits)											Fraction (52 bits) với: 21 bits cao =11101001000000000001 31 bits thấp còn lại bằng 0

b)

$-2.691650390625 \times 10^{-2} = 0.02691650390625 = 441/2^{14} = 110111001 \times 2^{-14}$

$= 1.10111001 \times 2^{-6}$

1. Biểu diễn theo độ chính xác đơn

sign = -1

exponent = $-6 + 127 = 121 = 1111001_2$

fraction = 10111001_2

1	0	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s	exponent (8 bits)								fraction (23 bits)																						

2. Biểu diễn theo độ chính xác kép

sign = -1
exponent = -6 + 1023 = 1014 = 1111111001_2
fraction = 10111001_2

1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	..	0
s	Exponent (11 bits)											Fraction (52 bits) 8 bits cao =10111001 44 bits thấp còn lại bằng 0																		

Exercise 5: The following table shows bit patterns expressed in hexademical notation.

a	0x24A60004
b	0xAFBF0000

1. What decimal number does the bit pattern represent if it is a two's complement integer? An unsigned integer?
2. If this bit pattern is placed into the Instruction Register, what MIPS instruction will be executed?
3. What decimal number does the bit pattern represent if it is a floating point number? Use the IEEE 754 standard.

Answers:

Đề bài cho một chuỗi số 8 chữ số đang biểu diễn trong hệ 16 (tương ứng với chuỗi 32 bits trong hệ 2)

1. Nếu 32 bits này là số nguyên có dấu bù 2, thì đó là số nào? Nếu là không dấu, thì đó là số nào?
2. Nếu chuỗi 32 bits này là lệnh MIPS thì đây là lệnh gì?
3. Nếu đây là số dấu chấm động (floating-point) thì là bao nhiêu?

Đáp số:

1. a)
   0x24A60004 = 0010 0100 1010 0110 0000 0000 0000 0100
   Nếu đây là số có dấu dạng bù 2, số tương ứng = 614858756
   Nếu đây là số có không dấu, số tương ứng = 614858756

   b)
   0xAFBF0000 = 1010 1111 1011 1111 0000 0000 0000 0000

Nếu đây là số có dấu dạng bù 2, số tương ứng = -1346437120
Nếu đây là số có không dấu, số tương ứng = 2948530176

2. a)
0x24A60004 = 0010 0100 1010 0110 0000 0000 0000 0100
Nếu đây là lệnh assemply, lệnh tương ứng: *addiu $6, $5, 4*
Hay *addiu $a2, $a1, 4*

b)
0xAFBF0000 = 1010 1111 1011 1111 0000 0000 0000 0000
Nếu đây là lệnh assemply, lệnh tương ứng: *sw $31, 0($29)*
Hay *sw $ra, 0($sp)*

3. a)
0x24A60004 = 0010 0100 1010 0110 0000 0000 0000 0100
Nếu đây là số floating-point với độ chính xác đơn

0**01001001**0100110 0000 0000 0000 0100

Bit thứ 31 = 0, là bit dấu của số floating-point → số floating-point này là số dương
Bit thứ 30 tới 23 = **01001001 = 73**$_{(10)}$, là phần mũ của số floating-point sau khi đã cộng thêm 127 → số floating-point này có số mũ = 73 – 127 = -54
Bit thứ 22 tới 0 = 0100110 0000 0000 0000 0100, là phần thập phân của floating-point
⇨ số floating-point = 1.0100110 0000 0000 0000 0100 x 2^{-54}

b)
0xAFBF0000 = 1010 1111 1011 1111 0000 0000 0000 0000
Nếu đây là số floating-point với độ chính xác đơn
⇨ số floating-point = -1.011 1111 x 2^{-32}

Exercise 6:
The following table shows pairs of decimal numbers

Sửa lại thành
-1.278×10^3

	A	B
a.	-1278×10^3	-3.90625×10^{-1}
b.	2.3109375×10^1	$6.391601562 \times 10^{-1}$

1. Calculate the sum of A and B by hand, assuming that we keep 11 bits of significand and 5 bits of the exponent. (Rounding rule: add 1 if the bits to the right of the desired point is larger or equal to $100_{(2)}$). Show all the steps.
2. Calculate the sum of A and B by hand, assuming A and B are stored in the IEEE-754 single precision format. Show all the steps.

Answer:

1. Đề bài yêu cầu tính tổng A và B bằng tay (tức chạy từng bước) với giả sử số floating-point chỉ cho phép dùng 11 bits cho phần significand và 5 bits cho phần exponent

a)

$A = -1.278 \times 10^3 = -1278 = -10011111110$
$= -1.0011111110 \times 2^{10}$

(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn chưa:
10 nằm trong phạm vi số 5 bits của phần mũ
và phần significand '1.0011111110' đúng 11 bits cho phép
➔ Đúng chuẩn)

$B = -3.90625 \times 10^{-1} = -0.390625 = -25/2^6 = -11001 \times 2^{-6}$
$= -1.1001 \times 2^{-2}$

(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn chưa:
-2 nằm trong phạm vi số 5 bits của phần mũ
và phần significand '1.1001' cũng không vượt quá 11 bits
➔ Đúng chuẩn)

$A + B = -(1.0011111110 \times 2^{10} + 1.1001 \times 2^{-2})$
$= -(1.0011111110 \times 2^{10} + 0.0000000000011001 \times 2^{10})$
$= -1.00111111100\mathbf{11001} \times 2^{10}$

Do phần significand chỉ được phép chứa 11 bits, nên A + B phải được làm tròn, phần cắt bỏ là $011001_{(2)} > 100_{(2)}$ nên $1.00111111100\mathbf{11001} \approx 1.0011111111$

Vậy $A + B = -1.0011111111 \times 2^{10}$
$= -10011111111_{(2)} = 1279$

b)

$A = 2.3109375 \times 10^1 = 23.109375$
$= 23 + 7/2^6$
$= 10111.000111_{(2)}$
$= 1.0111000111 \times 2^4$

(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn chưa:
4 nằm trong phạm vi số 5 bits của phần mũ
và phần significand '1.0111000111' cũng không vượt quá 11 bits
➔ Đúng chuẩn)

$B = 6.391601562 \times 10^{-1} = 0.6391601562$
$= 1309/2^{11} = 10100011101 \times 2^{-11}$
$= 1.0100011101 \times 2^{-1}$

(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn chưa:
-1 nằm trong phạm vi số 5 bits của phần mũ

và phần significand '1.0100011101' cũng không vượt quá 11 bits
➔ Đúng chuẩn)

$A + B = 1.0111000111 \times 2^4 + 1.0100011101 \times 2^{-1}$
$= 1.0111000111 \times 2^4 + 0.000010100011101 \times 2^4$
$= 1.01111011111\underline{11101} \times 2^4$

Do phần significand chỉ được phép chứa 11 bits, nên A + B phải được làm tròn, phần cắt bỏ là $11101_{(2)} > 100_{(2)}$ nên $1.01111011111\underline{11101} \approx 1.0111110000$
Vậy $A + B = 1.0111110000 \times 2^4$
$= 23.75_{(10)}$

2. Đề bài yêu cầu tính tổng A và B bằng tay (tức chạy từng bước) với giả sử số floating-point dùng format IEEE độ chính xác đơn

a)
$A = -1.278 \times 10^3 = -1278 = -10011111110$
$= -1.0011111110 \times 2^{10}$
(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn chưa:
(10 + 127) nằm trong phạm vi số 8 bits của phần mũ
và phần fraction '0011111110' cũng không vượt quá 23 bits
➔ Đúng chuẩn)

$B = -3.90625 \times 10^{-1} = -0.390625 = -25/2^6 = -11001 \times 2^{-6}$
$= -1.1001 \times 2^{-2}$
(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn chưa:
(-2 + 127) nằm trong phạm vi số 8 bits của phần mũ
và phần fraction '1001' cũng không vượt quá 23 bits
➔ Đúng chuẩn)

$A + B = -(1.0011111110 \times 2^{10} + 1.1001 \times 2^{-2})$
$= -(1.0011111110 \times 2^{10} + 0.0000000000011001 \times 2^{10})$
$= -1.0011111110011001 \times 2^{10}$
Phần fraction này chứa 16 bits, không vượt quá 23 bits của IEEE độ chính xác đơn, nên:
Vậy $A + B = -1.0011111110011001 \times 2^{10}$

b)
$A = 2.3109375 \times 10^1 = 23.109375$
$= 23 + 7/2^6$
$= 10111.000111_{(2)}$
$= 1.0111000111 \times 2^4$
(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn chưa:
(4 + 127) nằm trong phạm vi số 8 bits của phần mũ
và phần fraction '0111000111' cũng không vượt quá 23 bits
➔ Đúng chuẩn)

$B = 6.391601562 \times 10^{-1} = 0.6391601562$

$= 1309/2^{11} = 10100011101 \times 2^{-11}$

$= 1.0100011101 \times 2^{-1}$

(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn chưa:
(-1+127) nằm trong phạm vi số 8 bits của phần mũ
và phần fraction '0100011101' cũng không vượt quá 23 bits
➔ Đúng chuẩn)

$A + B = 1.0111000111 \times 2^4 + 1.0100011101 \times 2^{-1}$

$= 1.0111000111 \times 2^4 + 0.000010100011101 \times 2^4$

$= 1.0111101111111101 \times 2^4$

Phần fraction này chứa 15 bits, chưa vượt quá 23 bits nên

$A + B = 1.0111101111111101 \times 2^4$

Exercise 7:

The following table shows pairs of decimal numbers

	A	B
a.	5.66015625×10^0	8.59375×10^0
b.	6.18×10^2	5.796875×10^1

1. Calculate A x B by hand, assuming that we keep 11 bits of significand and 5 bits of the exponent. (Rounding rule: add 1 if the bits to the right of the desired point is larger or equal to $100_{(2)}$). Show all the steps.
2. Calculate A x B by hand, assuming A and B are stored in the IEEE-754 single precision format. Show all the steps.

Answer:

1. Đề bài yêu cầu tính A x B bằng tay (tức chạy từng bước) với giả sử số floating-point chỉ cho phép dùng 11 bits cho phần significand và 5 bits cho phần exponent
a)

$A = 5.66015625 \times 10^0 = 1.0110101001 \times 2^2$

(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn cho phép chưa:
➔ Đúng chuẩn)

$B = 8.59375 \times 10^0 = 1.0001001100 \times 2^3$

(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn cho phép chưa:
➔ Đúng chuẩn)

$A \times B = (1.0110101001 \times 2^2) \times (1.0001001100 \times 2^3)$

Exponent của A x B = 2 + 3 = 5
Significand

```
    1.0110101001
  × 1.0001001100
  ------------
     00000000000
    00000000000
   10110101001
  10110101001
 00000000000
00000000000
10110101001
00000000000
00000000000
00000000000
10110101001
1.10000101001000101100
```

Do phần significand chỉ được phép chứa 11 bits, nên significand của A x B phải được làm tròn, phần cắt bỏ là $1000101100_{(2)} > 100_{(2)}$ nên $1.1000010100\mathbf{1000101100}_{(2)} \approx 1.1000010101$
Vậy A x B = 1.1000010101×2^5

b)

	A	B
a.	5.66015625×10^0	8.59375×10^0
b.	6.18×10^2	5.796875×10^1

$A = 6.18 \times 10^2 = 618 = 1001101010_{(2)}$
$= 1.001101010 \times 2^9$
(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn cho phep chưa:
➔ Đúng chuẩn)

$B = 5.796875 \times 10^1 = 57.96875 = 1.1100111111 \times 2^5$

(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn cho phép chưa:
➔ Đúng chuẩn)

$A \times B = (1.001101010 \times 2^9) \times (1.1100111111 \times 2^5)$
Exponent của A x B = 9 + 5 = 14
Significand

```
   1.0011010100
 × 1.1100111111
 ---------------
    10011010100
   10011010100
  10011010100
 10011010100
10011010100
10011010100
00000000000
00000000000
10011010100
10011010100
10011010100
10001011111110000101100
```

Significand của A x B = 10.00101111110000101100 → phải chuẩn hóa lại

A x B = $10.00101111110000101100 \times 2^{14}$

= $1.0001011111\,10000101100 \times 2^{15}$

Do phần significand chỉ được phép chứa 11 bits, nên significand của A x B phải được làm tròn, phần cắt bỏ là $10000101100_{(2)} > 100_{(2)}$ nên $1.0001011111\,10000101100_{(2)} \approx 1.0001100000$

Vậy A x B = $1.0001100000 \times 2^{15}$

2. Đề bài yêu cầu tính A x B bằng tay (tức chạy từng bước) với giả sử số floating-point dùng format IEEE độ chính xác đơn

A = $5.66015625 \times 10^0 = 1.0110101001 \times 2^2$

(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn cho phép chưa:

➔ Đúng chuẩn)

B = $8.59375 \times 10^0 = 1.0001001100 \times 2^3$

(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn cho phép chưa:

➔ Đúng chuẩn)

A x B = $(1.0110101001 \times 2^2) \times (1.0001001100 \times 2^3)$

Exponent của A x B = 2 + 3 = 5

Significand

```
    1.0110101001
  × 1.0001001100
  ------------
     00000000000
    00000000000
   10110101001
  10110101001
 00000000000
00000000000
10110101001
00000000000
00000000000
00000000000
10110101001
1.10000101001000101100
```

Do phần fraction được phép chứa 23 bits, nên fraction của A x B từ kết quả trên thỏa mãn, không cần làm tròn

Vậy A x B = $1.10000101001000101100 \times 2^5$

b)

	A	B
a.	5.66015625×10^0	8.59375×10^0
b.	6.18×10^2	5.796875×10^1

$A = 6.18 \times 10^2 = 618 = 1001101010_{(2)}$

$= 1.001101010 \times 2^9$

(kiểm tra số floating-point A đã đúng chuẩn cho phep chưa:

➔ Đúng chuẩn)

$B = 5.796875 \times 10^1 = 57.96875 = 1.1100111111 \times 2^5$

(kiểm tra số floating-point B này đã đúng chuẩn cho phép chưa:

➔ Đúng chuẩn)

$A \times B = (1.001101010 \times 2^9) \times (1.1100111111 \times 2^5)$

Exponent của A x B = 9 + 5 = 14

Significand

```
    1.0011010100
  × 1.1100111111
  ------------
     10011010100
    10011010100
   10011010100
  10011010100
 10011010100
00000000000
00000000000
10011010100
10011010100
10011010100
10001011111100000101100
```

Significand của A x B = 10.00101111110000101100 → phải chuẩn hóa lại

A x B = $10.00101111110000101100 \times 2^{14}$

= $1.00010111111000010110 0 \times 2^{15}$

Do phần fraction được phép chứa 23 bits, nên fraction của A x B trên hop lệ

Vậy A x B = $1.00010111111000010110 0 \times 2^{15}$