

# গণিত অলিম্পিয়াডের প্রস্তুতি

ADIB HASAN·MONDAY, MARCH 14, 2016

আমার জীবনের সবচেয়ে অসাধারণ সময় কেটেছে গণিত অলিম্পিয়াডকে ঘিরে। তাই যখন কেউ আমাকে জিজ্ঞেস করে, গণিত অলিম্পিয়াডের প্রস্তুতি কীভাবে নিতে হয়, আমার সত্যিই ভালো লাগে এটা ভেবে যে আরও একজন গণিত অলিম্পিয়াড নিয়ে ভাবছে। সেরকম সবার কথা ভেবেই এই নোটটা লিখা হল। এই নোটটা যে পড়ছ তাকে শুরুতেই বলে রাখছি এটা কোন নির্দেশিকা না। এটা তুমি ইচ্ছে হলে অনুসরণ করতে পারো, আবার নাও পারো। এই নোটটা হল গণিত অলিম্পিয়াডের শুরুর দিকে থেকে বর্তমান পর্যন্ত আমি যেভাবে পড়েছি, যা যা পড়েছি বা করেছি সেই অভিজ্ঞতাগুলোর সারসংক্ষেপ।

**কতখানি খাটতে হবে:** তুমি যদি আইএমওতে যেতে চাও, তবে অনেক, অনেক খাটতে হবে। যদিও কতখানি অংক করতে হবে এর কোন ধরাবাঁধা নিয়ম নেই। আমি শুধু আমার নিজের কথা বলতে পারি। আমি গণিত অলিম্পিয়াড শুরু করি ৬ষ্ঠ শ্রেণিতে। সেসময় আমার অংক করার পরিমাণ ছিল বড়জোর সপ্তাহে ৫-১০ ঘন্টা; আর এটা নিয়মিতও ছিল না। পরবর্তীতে ৯ম শ্রেণিতে সেটা বেড়ে দৈনিক ৩-৪ ঘন্টা হয়ে যায়। অবশ্য হ্যাঁ, মাঝে মাঝে অন্যান্য কাজকর্মের কারণে মাসখানেক কিছুই করতাম না এমনও যেত। প্রকৃতপক্ষে ১০ম শ্রেণি(২০১৩) থেকেই আমি গণিত নিয়ে সিরিয়াস হওয়া শুরু করি। এরপরই আমার প্রতিদিন অংক করার পরিমাণ দ্রুত বাড়তে থাকে। সবশেষে, গতবছর (২০১৫) আমার অংক পরিমাণ দাঁড়ায় দিনে ১২-১৪ ঘন্টা।

**একটা অংকের পিছনে কতখানি সময় দিতে হবে:**

*"Those who are better problem solvers are not necessarily more genius than you. They only attack the problems just like mad dogs" -- Dr. Mahbub Majumdar*

শুরুর দিকে আমি বলব যে অংকটা না পারা পর্যন্ত চেষ্টা করেই যেতে হবে। যদি ৪-৫ ঘন্টা পরেও পারা না যায়, তবে আরেকদিন আবার বসতে হবে। ৭ম শ্রেণিতে একবার একটা সমস্যার পেছনে আমি সম্ভবত দেড় মাস সময় দিয়েছিলাম এভাবে। যদি একদমই না পারো, তাহলেই শুধুমাত্র সমাধান দেখে নিবে। তবে সমাধান দেখা মানে শুধু সেটাতে এক নজর চোখ বুলিয়ে যাওয়া নয়। বরঞ্চ সেই সমাধানের মূল আইডিয়াটা কীভাবে বের করা হয়েছে, সেটাও চিন্তা করতে হবে। (এই বিষয়ে পরে বিস্তারিত বলেছি।) তবে যখন তুমি অনেক সিনিয়র হয়ে যাবে, (ধাপ -৭) তখন অবশ্য এত সময় খরচ করা যাবে না। কারণ তখন

তোমার যুদ্ধটা হবে সময়ের সাথে। সেসময় নির্দিষ্ট ২-৩ ঘণ্টার মাঝে না পারলে সমাধান দেখে নিতে হবে।

**হায়ার ম্যাথ কতটুকু লাগে:** আইএমও মোটেই কঠিন থিওরি জানার পরীক্ষা নয়। এমনকি এর জন্য ক্যালকুলাস জানারও তেমন কোন প্রয়োজন নেই। কারণ আইএমও হল তোমার সমস্যা সমাধান করার দক্ষতার পরীক্ষা। কিন্তু তার মানে কি আইএমওর সমস্যাগুলো সোজা? মোটেই না। বরং থিওরি জেনে কিছুই লাভ হয় না বলেই আইএমও এত কঠিন। এখনে সবার হাতেই সমান পরিমাণে টুলস (থিওরেম) থাকে। কিন্তু সেটা দিয়ে কে কী করতে পারবে তা নির্ভর করে সৃষ্টিশীলতার উপরে। একটা উদাহরণ দেই। তুমি নিশ্চয়ই বোঝ যে  $1/k = 1/2k + 1/2k$ ? (এটা জানে না কে!) কিন্তু তুমি কি জানো যে আইএমও ২০১৪-র ৫ নম্বার সমস্যার অফিশিয়াল সমাধানে শুধুমাত্র এই সমীকরণটা ব্যবহার করা হয়েছে? তবুও সেই সমস্যাটা পরীক্ষায় বসে খুব কম প্রতিযোগীই পুরোপুরি করতে পেরেছিল। (পরীক্ষার পরে অবশ্য অনেকেই পেরেছে, আমিও তাদের মাঝে একজন :/ )

আবার, মাঝে মাঝে দেখা যায় কোন সমস্যা অনেক উচ্চতর কোন থিওরেম ব্যবহার করে এক ঝটকায় সমাধান করে ফেলা যায়। কিন্তু এটা কোনভাবেই করা ঠিক না। কারণ সেই সমস্যাটি যদি উচ্চতর থিওরেম ব্যবহার না করে সমাধান করা হত, তাহলে হয়তো এমন কোন ট্রিক বা টেকনিক শেখা যেত যেটা অন্যান্য সমস্যা সমাধানে লাগে। তাছাড়া, উচ্চতর থিওরেমগুলোর প্রমাণ করতে যদি অ্যাডভান্সড থিওরির প্রয়োজন হয়, তবে সেসব ব্যবহার করে করা সমাধান গ্রহণযোগ্য হবে না। যেমন- ২০০৮ আইএমওর ৩ নং সমস্যাটা ছিল Chebotarev's Density Theorem নামক একটা উচ্চতর থিওরেমের অনুসিদ্ধান্ত। কিন্তু তাই বলে সেই থিওরেম ব্যবহার করে সমস্যাটি করা যাবে না। যদি কেউ করত আইএমওতে, তবে সেই সমাধান গ্রহণযোগ্য হত না।

তাই সবসময় প্রবলেম সলভ করার সময় সবার ‘পরিচিত’, এবং ‘সহজ’ জিনিসপত্র ব্যবহার করবে। সবার পরিচিত কোনগুলো? যেসব থিওরেম প্রায় সবাই জানে, বেশিরভাগ বইপত্রে পাওয়া যায় সেগুলো। আর ‘সহজ’ বলতে বোঝাচ্ছি সেরকম কোন থিওরেম, যেটা তুমি নিজে প্রমাণ করতে পারবে।

**কীভাবে অগ্রসর হতে হবে:** আঞ্চলিক অলিম্পিয়াডের একটা সমস্যা করা থেকে একটা আইএমও ৬ মাপের সমস্যা করার দক্ষতা অর্জনের মাঝে রয়েছে দীর্ঘ একটা পথ। আলোচনার সুবিধার্থে আমি এটাকে কয়েকটা ধাপে ভাগ করেছি। তুমি প্রথমে দেখ তুমি কোন ধাপে পড়, তারপরের নির্দেশাবলী অনুসরণ করা শুরু কর।

**ধাপ ০:** এই ধাপটা বলতে বোঝাচ্ছি যারা গণিত অলিম্পিয়াড একদম শুরু করেছ, আঞ্চলিকে বা জাতীয়তে অংশ নিয়েছ, প্রাইজ পেয়েছ কিংবা পাওনি। তোমাদের জন্য নির্দেশাবলী আগেই প্রাক্তন ব্লগজারী তারিক আদনান মুন লিখে রেখেছেন। (পরিশিষ্টে লিংক দেওয়া হয়েছে) এই নোটটা তোমাদের জন্য লেখা না। তারপরেও দুই চারটা কথা বলতে পারি।

[www.exp11.com](http://www.exp11.com)-এর নোটগুলো তুমি দেখতে পার। NIMO, OMO থেকে সমস্যা সমাধান করতে পার। এছাড়া তুমি *নিউরনে অনুরণন*, *নিউরনে আবার অনুরণন* জাতীয় বইগুলিও দেখতে পার। এই বইগুলো প্রবলেম সলভিং শুরু করার জন্য একদম আদর্শ। আমি যখন এগুলো শুরু করি, (৬ষ্ঠ শ্রেণি) তখন এই দুটি বই মিলিয়ে  $200+200 = 400$  সমস্যার মাঝে আমি ৩০০-র মত সমস্যা সমাধান করেছিলাম। অবশ্য তোমার অত না করলেও চলবে। যখন তোমার কাছে এই বইদুটির সমস্যাগুলো খুব সহজ মনে হবে, তখনই বুঝবে তুমি ধাপ ০ পার হয়ে গেছ।

**ধাপ ১:** যদি তুমি জাতীয় পর্যায় উতরে প্রথম ক্যাম্পে ডাক পেয়ে থাক, তবে তুমি এই ধাপে। এসময় তোমার ইংরেজি বইগুলো পড়া শুরু করতে হবে। আরেকটা কথা। ক্যাম্পের জন্য ইংরেজি জানাটা একদম বাধ্যতামূলক না হলেও খুব দরকারি। এর কারণ হচ্ছে বাংলায় প্রয়োজনীয় বইপত্রের খুবই আকাল। যাদের ইংরেজিতে দুর্বলতা, তাদের আশ্বস্ত করতে বলছি, অলিম্পিয়াডের ইংরেজি নিয়ে ভয় পাওয়ার কিছু নেই। ইংরেজি বই বলতে তো আর ভিক্টোরিয়ান সাহিত্য বোঝানো হচ্ছে না। তাছাড়া ম্যাথ ক্যাম্পের পরীক্ষা বা আইএমও তো ইংরেজিতে দক্ষতা যাচাইয়ের পরীক্ষা না। তাই গণিত বই ও প্রশ্নের ইংরেজি হয় খুবই সহজ, ৬ষ্ঠ-৭ম শ্রেণির ইংরেজির মত। যদি খালি গাণিতিক পরিভাষাগুলো জানা থাকে, তাহলেই সব বুঝতে পারবে। তারপরে তুমি ধরবে *The Art & Craft of Problem Solving*. এটা একটা অনন্য সাধারণ বই। এটা পড়বে, সাথে এর এক্সারসাইজগুলিও করবে। তবে এই বইটাতে জ্যামিতি নিয়ে কোন আলোচনা করা হয়নি। এর জন্য তোমাকে এই বইটার পাশাপাশি পুরানো ৬-১০ ক্লাসের জ্যামিতি বইগুলো পড়তে হবে, থিওরেমগুলোর প্রমাণ বুঝতে হবে, এক্সট্রাগুলো নিজে নিজে করতে হবে। এটা শেষ করার পরে থেকে তোমার দিনে অন্তত দুই ঘন্টা ম্যাথ করতে হবে।

একইসাথে এসময় তোমাকে বিডিএমও ফোরামে অ্যাকাউন্ট খুলতে হবে। কোন সমস্যা সমাধান করলে সেটা সেখানে পোস্ট দেবে, সমাধান বা প্রমাণটাও। অনেক সময়, বিশেষ করে শুরুর দিকে হয় কি, তোমার কাছে মনে হয় সমাধান ঠিক আছে, কিন্তু অন্যকে দেখানোর সময় ভুল বের হয়। ফোরামে পোস্ট দিলে অন্য কেউ দেখার সময় তোমার ভুল ধরে ফেলবে। তাছাড়া, মনে রাখবে, সব অসাধারণ আইডিয়া কখনই তোমার একার মাথায় আসবে না। তাই

তোমাকে অন্যের সমাধান পড়ার অভ্যাস করতে হবে। কোন সমস্যা করলেও সেটার অফিশিয়াল সমাধান দেখতে হবে। যদি নতুন কোন আইডিয়া পাও কোন সমাধানে, তখন ভাবার চেষ্টা করবে এই আইডিয়াটা সমাধানকারীর মাথায় কী করে, বা ঠিক কী নিয়ে চিন্তা করায় আসতে পারে? এটাকে নতুন কোন সমস্যায় কি ব্যবহার করা সম্ভব? এজন্যই, ফোরামে সিনিয়র ক্যাম্পার/আইএমও টিম মেম্বারদের পোস্টগুলো তোমাকে পড়তে হবে। এটা সত্যিই অনেক, অনেক কাজে দেয়।

**ধাপ ২:** এটা হচ্ছে প্রথম ক্যাম্প থেকে বাসায় যাওয়ার পরের ধাপ। এসময় Art & Craft এবং নাইন-টেন পর্যন্ত পুরানো বইয়ের জ্যামিতি তোমার শেষ হয়ে যাওয়া উচিত। তখন তুমি ক্যাম্পে যেসব ম্যাটেরিয়াল দেওয়া হয়েছে সেগুলো পড়া শুরু করবে। এই ধাপ হতেই তোমাকে আইএমওর চারটি বিষয়- Algebra, Combinatorics, Geometry এবং Number Theory নিয়ে বিষয়ভিত্তিক পড়াশোনা শুরু করতে হবে। প্রতিটা বিষয়েই আলাদা আলাদা করে পড়ার মত বই এবং নোটে লিস্ট আমি নিচে দিয়েছি। সেগুলো দেখতে পারো। যখনই কোন বিষয়ে তোমার স্কিল বাড়তে থাকবে, তখনই সে বিষয়ের প্রচুর সমস্যা সমাধান করা শুরু করবে। কারণ, সমস্যা সমাধান না করে, খালি পড়ে পড়ে কখনও প্রবলেম সলভার হওয়া যায় না।

**ধাপ ৩:** যখন তোমার Geometry Revisited, Plane Euclidean Geometry, Geometry Unbound, Elementary Number Theory-র মত বইগুলো শেষ হয়ে যাবে, তখন তুমি বুঝতে পারবে গণিতের কোন বিশেষ শাখা তুমি বেশি ভালো পার এবং কোন একটা শাখায় তোমার দুর্বলতা আছে। এটা বুঝতে পারলেই এই ধাপ শুরু। যেখানে তোমার দুর্বলতা আছে সেখানে তোমার বেশি সময় দিতে হবে। একইসাথে, এখন থেকে তোমাকে ভাগে ভাগে প্ল্যান করে অংক করতে হবে। যেমন- তুমি অ্যালজেব্রা আগে করবে নাকি জ্যামিতি? নিঃসন্দেহে জ্যামিতি। কারণ বাংলাদেশ জ্যামিতিতে খুবই ভালো। আইএমও টিমে ঢুকতে হলে জ্যামিতি ছাড়া কোন গতি নেই।

এরকম সময় তুমি Mathematical Excalibur নামে একটা প্রবলেম সলভিং-এর জার্নাল পড়া শুরু করবে। এটাতে অসংখ্য সমস্যা, সমস্যা সমাধানের টেকনিক আর থিওরেম আছে। আমি প্রথম ১৭ ভলিউম পড়েছিলাম। (চায়নিজ লেখাগুলো বাদে)। এই জার্নালে অনেক ভালো ভালো সমস্যাও থাকে। সেগুলোও সমাধান করবে। এছাড়া Mathematical Reflection-নামে আরেকটি জার্নালের কিছু ভলিউম তোমাকে দেখতে হবে। (এটা সব পড়ার প্রয়োজন নেই, কাজে লাগে না)

এই সময় থেকেই তোমাকে আইএমওর সমস্যা ও শর্টলিস্ট দেখা শুরু করতে হবে। (শর্টলিস্ট হচ্ছে আইএমও-তে আসার মত ২৫-৩০ টি সমস্যার একটি তালিকা। এখান থেকেই ভোটাভুটির মাধ্যমে ছয়টি সমস্যা আইএমওর জন্য নির্বাচন করা হয়ে থাকে।) এর জন্য তুমি The IMO Compendium নামে বইটি সংগ্রহ করবে। এটা হল বিগত আইএমওগুলোর (২০০৪ সাল পর্যন্ত) সকল বছরের শর্টলিস্টের সমস্যা ও তার সমাধানের সংগ্রহ। এখান থেকে সমস্যা সমাধান করা শুরু করবে।

বলাবাহুল্য, এই সমস্যাগুলোর কাঠিন্য আইএমওর সমস্যাগুলোর সমতুল্য। তাই, যদি তুমি কোন সমস্যা সমাধান করতে না পারো, তাতে হতাশ হওয়ার কিছু নেই। তুমি চেষ্টা করার সাহস করেছে, এটাই অনেক বড় একটা ব্যাপার। আইএমওর অংক মানেই বিশাল কঠিন কিছু, এই ধারণাটা দূর করতে হবে। আর হ্যাঁ, মনে রাখবে, ১৯৮০ সালের আইএমও আর ২০১৫ সালের আইএমওর মাঝে অনেক অনেক ফাঁরাক। তখনকার সময়ের সমস্যা করলে এখনকার দিনে খুব একটা লাভ হবে না।

IMOMath-এর ওয়েবসাইটে ২০০৫-২০০৯ পর্যন্ত শর্টলিস্ট আছে। পরের শর্টলিস্টগুলো তোমার আইএমওর অফিশিয়াল সাইট থেকে নামিয়ে নিতে হবে। আমি বলব যে ২০০০-এর পরে থেকে শর্টলিস্টের প্রবলেম দেখতে। আগেরগুলোও করতে পারো। তবে সেটা তোমার ইচ্ছা। (IMOMath-এর ওয়েবসাইটে অনেক দেশের জাতীয় অলিম্পিয়াডের সমস্যাও আছে। সেগুলো দেখতে পার। পরিশিষ্টে লিংক দেওয়া হয়েছে।)

শর্টলিস্টের সমস্যাগুলো হচ্ছে আইএমওর সমস্যার মাপের। Algebra, Geometry, Combinatorics, Number Theory-এর প্রতিটা ভাগেই ৬-৭টি সমস্যা কাঠিন্য অনুসারে সাজানো থাকে। যেমন- কোন বছরের A1 (Algebra 1) হল সবচেয়ে সহজ অ্যালজেব্রা, যা সাধারণত আইএমওর ১ বা ৪ নং সমস্যার মত কঠিন। আর A6 বা A7 হল সবচেয়ে কঠিন অ্যালজেব্রা, আইএমওর ৩ বা ৬ নং সমস্যার মানের।

শর্টলিস্ট দেখার পাশাপাশি আরেকটা কাজ করবে। সেটা হল ম্যাথলিংক্রে অ্যাকাউন্ট খুলবে। আর ম্যাথলিংক্রে হল পৃথিবীর সেরা সেরা প্রবলেম সলভারের রাজস্ব। এখানে সদস্যের সংখ্যা অত্যধিক। সবার পোস্ট পড়ে কুল পাবে না। নোটের শেষে আমি কিছু মেম্বারের নাম দিয়েছি। তাদের পোস্টগুলো পড়বে।

ম্যাথলিংক্রে Algebra, Geometry, Number Theory আর Combinatorics-এর উপরে এখানে আলাদা করে ফোরাম আছে। সেগুলো নিয়মিত ভিজিট করবে। ভালো সমস্যা পেলে

সমাধানগুলো অবশ্যই পড়বে। ম্যাথলিংক্সের কন্টেস্ট সেকশনে বিভিন্ন জাতীয় এবং আন্তর্জাতিক অলিম্পিয়াডের সমস্যা আছে। সেগুলো করবে। আমি পরিশিষ্টে একটা তালিকা দিয়েছি।

**ধাপ ৪:** এই ধাপে তুমি আইএমও ১ বা ৪-এর সমস্যা করতে পারবে। কিন্তু সময় লাগবে। এবার থেকে সময় ধরে করা অভ্যাস করতে হবে যাতে ১ বা ৪-এর সমস্যা করতে সারাদিন না লাগে। এরকম সময়ে ২০০০-এর পরের সব শর্টলিস্টের A1-A2, C1-C2, G1-G2, N1-N2 করে ফেল। এই ধাপে পরের কাজটা প্রায় গংবাঁধা। প্রচুর সমস্যা সমাধান করবে। বিভিন্ন দেশের জাতীয় অলিম্পিয়াড ও দল নির্বাচনী পরীক্ষার প্রশ্নগুলো দেখা শুরু করবে। শর্টলিস্টের G3-4, N3-4 এসবের দিকে নজর দেবে; ছয় থেকে আট ঘন্টা লাগুক, যদি করতে পারো সেটাই অনেক। (আসলে চেষ্টা করাটাই অনেক বড় ব্যাপার) অন্যদের সমাধান, প্রমাণ পড়বে। গুরুত্বপূর্ণ কিছু পেলে সেসব মাথায় রাখবে। এবং এই নোটে যত রিসোর্সের কথা বলা হল সেগুলো এই ধাপে এসে মোটামুটি পড়ে শেষ করে ফেলবে। এছাড়া পুরানো ক্যাম্পের প্রশ্ন, Problem Set-গুলো যোগাড় করবে সিনিয়রের কাছ থেকে। দেখবে, কতগুলো করতে পার। তাহলে তোমার লেভেল কোথায় বৃদ্ধি পাবে। জাতীয় ক্যাম্পের প্রশ্ন সাধারণত করেন বাংলাদেশ দলের কোচ মাহবুব মজুমদার স্যার। আর আর দল নির্বাচনী পরীক্ষাগুলোর প্রশ্ন হয় আগের বছরের আইএমও শর্টলিস্ট থেকে। (শুধু বাংলাদেশ নয়, পৃথিবীর আরও অনেক দেশই আগের বছরের শর্টলিস্ট থেকে প্রবলেম ব্যবহার করে নিজেদের ক্যাম্পে। সেজন্য প্রতিটি আইএমওর শর্টলিস্ট পরের বছর আইএমও হওয়ার আগ পর্যন্ত প্রকাশ করা হয় না।)

**ধাপ ৫:** এই ধাপে যেকোন A1-2, C1-2, G1-2, N1-2 লেভেলের সমস্যা তোমার খুব দ্রুত করে ফেলতে পারা উচিত। যেমন- হয়তো সর্বোচ্চ ১ ঘন্টা লাগতে পারে। এসময় তুমি নিশ্চিত থাকতে পার যে আইএমওর ১, ৪ নং সমস্যা তুমি করতে পারবেই। **(এই ধাপেই বাংলাদেশ গণিতদলে তোমার জায়গা হয়ে যাওয়া উচিত)** এসময় থেকে তোমার আইএমওর ২, ৫ নং-এর মাপের সমস্যা ধরা শুরু করতে হবে। আবারও একই কথা। পারার চেয়ে ভীতি কাটানোটাই বড়। এভাবে চেষ্টা করতে করতেই হঠাৎ ধাম করে তোমার লেভেল অনেকখানি বেড়ে যাবে এবং তুমি দেখবে যে A3-4, G3-4 এসব সমস্যাও তুমি নিয়মিত সমাধান করতে শুরু করেছ। (হ্যাঁ, হয়তো ৬-৮ ঘন্টা লাগতে পারে)

**ধাপ ৬:** এই ধাপে আইএমও ১, ৪ লেভেলের সমস্যা করার সময় আরও কমে যাবে। আইএমও ২, ৫ লেভেলের সমস্যাও সময় নিয়ে বসে করতে পারবে। এসময় তোমাকে যেটা করতে হবে, গণিতের যে অংশে তোমার সহজাত দক্ষতা আছে, সেটার লেভেল অনেক অনেক বাড়িয়ে



ফেলতে হবে। একইসাথে যেসব বিষয়ে দুর্বলতা আছে, সেগুলোর পিছনের সময় দিতে হবে। এবং, তোমাকে আইএমও ৩,৬ লেভেলের সমস্যা ধরতে হবে। হ্যাঁ, কষ্ট হবে। এবং বেশিরভাগ ক্ষেত্রে তুমি ব্যর্থ হতে পারো। কিন্তু হতাশ হওয়ার কিছুই নেই। সহ্যক্ষমতার চেয়ে বেশি চাপ না নিলে কখনও সহ্যশক্তি বাড়বে না। চেষ্টা করতে করতেই একটা সময় দেখবে তুমিও কিছু কিছু আইএমও ৩,৬ মানের সমস্যা করে ফেলেছ। (প্রথমবার এমন কঠিন সমস্যা করার অনুভূতি একদম অপূর্ব। আত্মবিশ্বাস অনেকখানি বেড়ে যায় তখন। :D)

২০০০-এর পরের সব শর্টলিস্টের A1-A5, C1-C4, G1-G6, N1-N6 পর্যন্ত প্রতিটা সমস্যার পিছনে তোমার অন্তত ৪-৫ ঘন্টা করে সময় দিতে হবে। অর্থাৎ সমস্যাগুলো এই সময়ের মাঝে হয় করতে হবে, আর না পারলে সমাধান দেখতে হবে।

**ধাপ ৭:** এটা হচ্ছে এমন একটা ধাপ যখন তুমি অনুভব করবে N1-N6, G1-G6, A1-A5, C1-C4-এর কাঠিল্যের বেশিরভাগ সমস্যাই তুমি ১০-১২ ঘন্টা খাটখাটনি করলে সমাধান করতে (বা মূল আইডিয়া বের করে ফেলতে) পার। এরকম সময় নতুন করে শত শত ড্রিক্স বা থিওরেম শেখার থাকে না। শুধু আগে শেখা টেকনিকগুলোই নানাভাবে প্রয়োগ করা শিখতে হয়। (অবশ্য মনে রেখ, এই ধাপেও 'পাণ্ডিতম্বল্য' ভাব নেওয়ার কিছু নেই। শেখার কোনই শেষ নেই। এই ধাপেও মাঝে মাঝে তুমি নতুন নতুন টেকনিক সলিউশন পড়তে গিয়ে দেখতে পাবে, বা, নিজেও বের করবে।) এরপর তোমার যুদ্ধ হবে শুধু সময় কমানো নিয়ে। কারণ আইএমওতে ১০ ঘন্টা সময় থাকবে না, থাকবে সাড়ে চার ঘন্টা। এই ধাপটাকে আছি আমি নিজে। এরপরের ধাপটা কী সেটা আমিও জানি না। **আজ যদি তুমি এই নোটটা অনুসরণ করা শুরু কর, আশা করি আগামী ২-৪ বছরের মাঝে তুমিও এই ধাপে এসে পৌছাবে।**

**সলিউশন লিখতে শিখা:** এটা খুব, খুব গুরুত্বপূর্ণ। ঠিকমত অংক করতে পারা, আর সলিউশনটা লিখে সবাইকে বুঝাতে পারাটা ভিন্ন দুটি জিনিস। দ্বিতীয়টা গুরুত্বপূর্ণ এজেন্সি যে **এটা না করতে পারলে, প্রমাণ ঠিক থাকলেও শুধুমাত্র লেখার জন্য তোমার প্রমাণ হতে পারে দুর্বোধ্য।** সেরকম ক্ষেত্রে তোমার প্রমাণ কেউ পড়ে না বুঝলে তুমি নাস্তার নাও পেতে পারো। আমি নিজে এর ভুক্তভোগী। ২০১৫-র আইএমও-তে প্রবলেম ১-এর প্রমাণ ঠিক থাকার পরেও আমার ২ পয়েন্ট কাটা যায় ঠিক এই কারণে। আর আমি সিলভার মেডেল মিস করি ২ পয়েন্টের জন্যই। :’(

সলিউশন লিখতে শেখার জন্য একটা নোট: <https://goo.gl/bxYnOk>

## বিষয়ভিত্তিক নির্দেশাবলী:

**Algebra** আইএমওতে যেসব অ্যালজেব্রার সমস্যা আসে, সেসব সমাধান করার জন্য খুব অ্যাডভান্সড থিওরি জানার প্রয়োজন হয় না। একটুখানি ইন্টুইশন দিয়েই অনেক কিছু করে ফেলা যায়। অ্যালজেব্রার সমস্যাগুলোকে কয়েক ধাপে ভাগ করা যায়। প্রতিটা ধাপ নিয়েই আলাদা করে কথা বলছি:

**Functional Equation** এই ধরনের সমস্যাগুলো করতে তেমন কোন থিওরি জানতে হয় না। কিন্তু তার পরেও ভয়ংকর কঠিন ফাংশনাল ইকুয়েশন অহরহই দেখা যায়। ফাংশনাল ইকুয়েশন সলভ করতে শেখার একমাত্র রাস্তা হচ্ছে প্রচুর, প্রচুর ফাংশনাল ইকুয়েশন সমাধান করা।

আইএমওর প্রশ্ন প্রতিনিয়তই বদলে যায়। অনেক ধরনের প্রবলেম এখন আর আসে না। যেমন ত্রিমাত্রিক জ্যামিতির সমস্যা আর আইএমওতে দেখা যায় না। কিন্তু ফাংশনাল ইকুয়েশন হচ্ছে এমন একটা বিষয় যেটা কখনও পুরনো হয় না। সবসময়ই এরা ছিল এবং থাকবে।

## রিসোর্স:

1. (IMOMath) Functional Equations: <https://goo.gl/9u9ruK>
2. Functional Equations and How To Solve Them - Christopher G Small
3. Mathlinks Functional Equation Marathon: <https://goo.gl/4BHRKI> (এটার প্রথম ১৫০-২০০ সমস্যার সমাধান পড়ে ফেলবে। অনেক অনেক টেকনিক শেখার আছে। ম্যাথলিঙ্কসের বর্তমান সাইটে পড়া মুশকিল। তাই একটা কম্পাইলেশনের লিংক দিয়েছি পরিশিষ্টে। সেটা দেখতে পার। অথবা কোন একদিন সবগুলো পোস্ট লোড করে পেইজটা পিসিতে সেভ করে রাখতে পার। )
4. Functional Equations by Adrian Tang: <https://goo.gl/56hw7K>
5. 40 FE - Dhananjay Biswas: <https://goo.gl/WvzJ2q>
6. 50 FE - Dhananjay Biswas: <https://goo.gl/1FHSdi>
7. 169 Functional Equations Solved by pco



ম্যাথলিংক্সে পোস্ট দেখবে: pco, bappa1971

**Inequality:** এটা যত বিশাল টপিক সে অনুপাতে এটা হতে সমস্যা আসে না। সেজন্য একদম শুরুতে এটাতে অত মনোযোগ না দিলেও চলবে।

**রিসোর্স:**

1. Basics Of Olympiad Inequalities - Samin Riasat Nayel: <https://goo.gl/Xj6Hx6>
2. Inequalities (ক্যাম্পে জনপ্রিয়, লেখকের নাম ভুলে গেছি)
3. Secrets in Inequalities vol. 1 & 2 – Pham Kim Hung
4. Inequalities – Mildorf: <https://goo.gl/CSrET7>
5. SOS Method: <https://goo.gl/ZGxbtq>
6. uvw Method:

ম্যাথলিংক্সে পোস্ট দেখবে: arqady

**Polynomial:**

1. A Few Elementary Properties of Polynomials - Adeel Khan: <https://goo.gl/M3JvcD>
2. Yufei Zhao's notes.
3. Canada Math Camp Notes: <https://goo.gl/lojaIx>
4. Mathlinks Polynomial Marathon: <http://goo.gl/Jr3U91>

**Ad hoc problems:** এগুলো আসলে কোন বিশেষ ভাগে পড়ে না। এসব করার জন্য প্র্যাক্টিস করাটাই বড়। বিভিন্ন দেশের কন্টেস্ট প্রবলেম, আইএমও শর্টলিস্ট, ইত্যাদি থেকে সমস্যা সমাধান করতে পার। আর সাথে দেখবে 101 Algebra Problems from the training of the USA IMO Team.

**Combinatorics:** প্রথমদিকে কষ্টে তোমার শুধু কাউন্টিং জানলেই চলবে। পরের দিকে কষ্টে ভালো করার জন্য প্রতিযোগিতামূলক প্রোগ্রামিং-এ ভালো করার কোন বিকল্প নেই। কেননা Greedy Algorithms, Searching, Dynamic Programming, Optimal solution

finding, Algorithm Design, Graph Theory, Game Theory-র মত জিনিসগুলো কন্ট্রিনেটরিখে অহরহই দেখা যায়। (প্রোগ্রামিং কন্টেস্টে ভালো করার জন্যও অনেক কিছু করতে হয়। সেটা এই নোটের আলোচ্য বিষয় নয়। খুব ভালো হয় যদি তুমি Codeforces, Hackerrank-এর মত সাইটগুলোতে নিয়মিত কন্টেস্ট দাও এবং কোন OJ-তে সমস্যা সমাধান কর। সেগুলোতে যে সমস্যায় আটকে যাবে সেটা নিয়ে নেটে ঘাঁটাঘাঁটি করবে, নোট/টিউটোরিয়াল পেলে পড়ে নেবে এবং সেজাতীয় আরও সমস্যা সমাধান করবে।)

### বিসোর্স:

1. Combinatorics: A problem Oriented Approach (কাউন্টিং শিখার জল্যে)
2. সংখ্যাতত্ত্ব ও কন্ট্রিন্যাটোরিক্স - মূতাসিম মিম
3. Problem Solving Strategies - Arthur Engel (অবশ্যই পড়তে হবে। Coloring এবং Invariant শেখার জন্য এর উপরে আর কিছু নেই।)
4. Proofs That Really Count: The Art Of Combinatorial Proof
5. 102 Combinatorics Problems from the training of the USA IMO Team - Titu Andreescu
6. A Path to Combinatorics For The Undergraduates - Titu Andreescu
7. Olympiad Combinatorics - Pranav A Sriram: <http://goo.gl/utPjGs> (এই বইটা প্রোগ্রামিং-এও অনেক কাজে লাগে।)
8. New Zealand Mathematical Olympiad Notes
9. All Russian Mathematical Olympiad, ELMO Shortlist-এর সমস্যাগুলি। (কন্ট্রি শেখার জল্যে আদর্শ)
10. Poh-Shen Loh's Notes.
11. David Yang's collection on probabilistic method: <https://goo.gl/FpIkMk>
12. Hall's Marriage Lemma:

**ম্যাথলিংক্সে পোস্ট দেখবে:** MellowMelon, Chaotic\_yak, v\_Enhance, math154, pythagO11, math\_explorer, SCP

**Geometry:** বাংলাদেশ জ্যামিতিতে খুবই ভালো। অতএব তোমার জ্যামিতির প্রতি অ্যাফাইনিটি না থাকলেও খেটেখুটে হলেও জ্যামিতির লেভেল বাড়াতে হবে। জ্যামিতির লেভেল বাড়ানো নিয়ে আমার নিজের লিখা একটা নোটই আছে।

### রিসোর্স:

1. Geometry Revisited (ভালোমত পড়বে। প্রোজেক্টিভ জিওমেট্রি না পড়লেও হবে)
2. Plane Euclidean Geometry (এক্সারসাইজ করবে)
3. Geometry Unbound (এক্সারসাইজ করবে)
4. জ্যামিতির সমস্যা যেভাবে ধরতে হয় - আদীব হাসান: <https://goo.gl/TobkJ6>
5. New problems in Euclidean Geometry - David Monk
6. ২০০৯ ক্যাম্পের প্রবলেম সেট। (এটার Easy সেকশনের লেমাগুলো প্রায়ই কঠিনতর সমস্যা সমাধান করতে গেলে লাগে)
7. ২০১৬ ক্যাম্পের প্রবলেম সেট।
8. Mathematical Excalibur-এর জ্যামিতির উপরের নোটগুলো। (এগুলো এক কথায় অসাধারণ)
9. Alexander Remorov-এর Projective Geometry
10. Yufei Zhao-এর সব নোট (লিস্টে আগের সবকিছু পড়ে তারপরে এসব ধরবে)
11. ইরানের বিভিন্ন অলিম্পিয়াডের জ্যামিতির সমস্যাগুলো। এগুলো সাধারণত খুবই সুন্দর হয়। (ম্যাথলিঙ্কসের কন্টেস্ট পেইজে পাবে)

**ম্যাথলিংক্সে পোস্ট পড়বে:** tevlcohl, Luis González, leader **নোট:** tevlcohl-এর সলিউশনগুলো অনেক বেশি হিজিবিজি। জ্যামিতির টেকনিক শিখার জন্য Luis González-এর সলিউশন পড়াই ভালো। আরেকটা কথা। ভুলেও জ্যামিতির ছবি Geogebra বা Cabri জাতীয় কোন সফটওয়্যার দিয়ে আঁকবে না। পরীক্ষায় নিখুঁত চিত্র আঁকার জন্যেও অভ্যাস লাগে।

তাছাড়া সফটওয়্যারে চিত্র নাড়াচাড়া করে কেউ G6 করতে পারলেও পরীক্ষায় বসে সে G4-ও না পারতে পারে।

**Analytic Geometry:** ভালো সিন্থেটিক (=ইউক্লিডিয়ান) জ্যামিতি পারলে এটা শেখা লাগে না। আর সব সমস্যা অ্যানালাইটিক দিয়ে করাও যায় না। তার পরেও অনেক সমস্যা অ্যানালাইটিক দিয়ে করা সহজ। তবে মনে রেখো, আইএমওর জ্যামিতির সমস্যা (১,৪ ছাড়া) এমনভাবেই নির্বাচন করা হয় যাতে সেগুলো অ্যানালাইটিকভাবে করাও সহজ না হয়।

তাছাড়া, অ্যানালাইটিকভাবে করার সবচেয়ে বড় সমস্যা হচ্ছে যদি সমাধানের কোন ধাপে হিসাবে ভুল হয়, তবে কোন আংশিক নাস্বার পাবে না। অতএব, এভাবে করলে যদি হিসেব মেলাতে পারো, পুরো নাস্বার পাবে, আর না পারলে, শূন্য। এজন্যই পরীক্ষায় অ্যানালাইটিকভাবে কোন সমস্যা ধরাকে আমার কাছে জুয়া খেলার মত লাগে। তাও যদি কেউ এনালাইটিক জ্যামিতিতে আগ্রহী হও, তবে বাকি কথাগুলো পড়তে পারো।

কোঅরডিনেট দিয়ে সমস্যা সমাধান করা ঝামেলার। হিসেব প্রায়ই খুব জটিল হয়ে যায়। ভেক্টর দিয়ে কিছু সমস্যা সহজে হয়, বাকিগুলো হয় না। তাই আমি বলব অ্যানালাইটিক জ্যামিতি শিখতেই হলে কমপ্লেক্স নাস্বার বা এরিয়াল শিখতে। (কমপ্লেক্স নাস্বারের জ্যামিতি কিন্তু আসলে এক ধরনের অবস্থান ভেক্টরের জ্যামিতি)

### রিসোর্স:

1. Complex Numbers and Geometry - Liang-shin Han
2. IMOMath-এর Complex Numbers in Geometry (এটাতে একটা ভুল আছে। পরিবৃত্তকে unit circle ধরলে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বের করা যায় না)
3. নিজের জন্য লিখা আমার (অসম্পূর্ণ) রেফারেন্স বই: <https://goo.gl/NJkekC>
4. Evan Chen-এর লেখা নোট
5. Areal Co-ordinates - Tom Lovering

**ম্যাথলিংগুয়ে পোস্ট পড়বে:** v\_Enhance (Areal বা Barycentric Coordinates এর গুলো)

**Number Theory** নাস্বার থিওরি বা সংখ্যাতত্ত্ব নিয়ে আমার অত খাটতে হয়নি, ন্যাচেরালি ভালো পারতাম। তাই আমার সংখ্যাতত্ত্বের সাজেশন দেওয়াটা সম্ভবত ঠিক হবে না। তাও দিচ্ছি:

1. সংখ্যাতত্ত্ব ও কস্ট্রিক্টোরিও - মুতাসিম মিম
2. Number Theory Structures, Problems and Examples - Titu Andreescu
3. An Introduction to Diophantine Equations - Titu Andreescu
4. Elementary Number Theory (ক্যাম্প জনপ্রিয় লেখকের নাম ভুলে গেছি)
5. Number Theory - Adler
6. 104 Number Theory Problems - Titu Andreescu
7. Problems From The Book - Titu Andreescu
8. Number Theory - Naoki Sato
9. Problems in Elementary Number Theory (PEN):
10. Junior Number Theory Problem Set: <https://goo.gl/LG67jo>
11. Lifting The Exponent - Amir Hossein Parvardi
12. কানাডা গ্যাম্পের নোট (বিশেষভাবে: Number Theory Tips & Tricks - David Arthur)
13. Evan Chan-এর নোট।
14. Cyclotomic Polynomials - dinoboy
15. Vieta Jumping – Yemin Ge

**গ্যাম্পলিংক্সে পোস্ট পড়বে:** dinoboy, v\_Enhance, math154, oneplusone, dibyo\_99, mathocean97, JuanOrtiz

**নোট:** সংখ্যাতত্ত্বে তত্ত্ব পড়া আর অলিম্পিয়াডে সংখ্যাতত্ত্বের সমস্যা সমাধান করার মাঝে অনেক বড় পার্থক্য আছে। নানা রকমের সংখ্যাতত্ত্বের ফাংশনযুক্ত হিবিজিবি সমস্যাগুলো কখনোই অলিম্পিয়াডে আসে না। অলিম্পিয়াডে যেসব জিনিস আসে, সেগুলো সাধারণত খুব সহজ জিনিসপত্র দিয়েই করে ফেলা সম্ভব। তাই নতুন থিওরেম শেখার চেয়ে একই থিওরেমের হাজার রকমের প্রয়োগ শেখা বেশি জরুরী। (শেষ লাইনটা আসলে এখানের সব কয়টা টপিকের জন্যই প্রযোজ্য। যেমন- AM-GM Inequality তুমি হয়তো ব্যবহার করতে পার।

কিন্তু আসলেই কি পারো? Secrets in Inequalities vol 1-এর প্রথম অধ্যায়টা পড় তো।  
তুমি আসলেই কি AM-GM ব্যবহার করতে পারতে?)

### অন্যান্য রিসোর্স:

1. Victor Wang-এর ড্রপবক্স ফোল্ডার: <https://goo.gl/vnwF8h>
2. আসিফ ই এলাহীর ওয়ান ড্রাইভ ফোল্ডার: <http://1drv.ms/1TGBx06>
3. ম্যাথলিংক্সের কন্টেন্ট পেইজ: <http://goo.gl/AYjz6e> (বিভিন্ন দেশ: বিশেষ করে China, USA, Romania, Serbia-র প্রব্লেমগুলো দেখবে। চীনের সব সমস্যাই স্ট্যান্ডার্ড। চীনের টিম সিলেকশন টেস্টের প্রবলেমগুলো অনেক ক্ষেত্রেই আইএমওর চেয়েও কঠিন। USAMO, USA TST, USA TSTST, MOP, ELMO, EGMO, Balkan-এর প্রব্লেমগুলো দেখতে পারো। )
4. IMOMath-এর বিভিন্ন দেশের সমস্যার সংগ্রহ: <http://goo.gl/tme1ct>
5. Canada IMO Training: <https://sites.google.com/site/imocanada/>
6. New Zealand Math Olympiad Notes: <http://goo.gl/chAZp4>
7. IMOMath: [www.imomath.com](http://www.imomath.com)
8. Mathlinks Olympiad Articles Collection: <https://goo.gl/Jsou24>
9. All Notes and Problem Compilations by Amir Hossein Parvardi
10. How to Solve Hard Problems: <https://goo.gl/IxG8J9>

### ব্যক্তিগত ওয়েবসাইট:

(প্রথম পাঁচ জন আইএমও গোল্ড মেডেলিস্ট, আর ৬ষ্ঠ জন যুক্তরাষ্ট্র গণিতদলের বর্তমান কোচ)

1. Yufei Zhao: <http://yufeizhao.com>
2. Alexander Remorov: <https://goo.gl/3AVOG6>
3. Darij Grinberg: <https://goo.gl/Q6aB9F>
4. Victor Wang: <http://web.mit.edu/vywang/www/>



5. Evan Chen: <https://goo.gl/8FpeFo>
6. Poh-Shen Loh: <http://goo.gl/W4JRke>

### পরিশিষ্ট:

1. ধাপ ০-র জন্য প্রস্তুতি: <http://goo.gl/EtIuNn>
2. Mathematical Excalibur: [www.math.ust.hk/excalibur](http://www.math.ust.hk/excalibur)
3. BdMO Forum: [www.matholympiad.org.bd/forum](http://www.matholympiad.org.bd/forum)
4. Mathlinks: [www.mathlinks.ro](http://www.mathlinks.ro)
5. **BdMO Forum Notable Users:** Nayel, masum, \*Mahi\*, Zadid, Tahmid Hasan, sourav das, SANZEED, Phlembac Adib Hasan
6. **Mathlinks Notable Users:** pco, v\_Enhance, math154, pythag011, tevlcohl, Luis González, dinoboy, arqady, mathocean97, mellowmellon, chaotic\_yak, JuanOrtiz, oneplusone(2012 IMO Perfect Scorer) **সিনিয়র ক্যাম্পার:** bappa1971 (Dhananjay Bishwas), Nayel(Samin Riasat), dragonboy(Sourav Das), mahi (Mahi Nur Muhammad), orin(Tahmid Hasan), particle (Adib Hasan), saturzo (Sazid Akhter Turzo), mad (Asif E Elahi)
7. Geometry Camp 2009 Problem Set: <https://goo.gl/6SzucW>
8. National Camp 2016 Geometry Problem Set: <https://goo.gl/XQ6bXs>
9. Functional Equation Marathon compilation (first 100 problems) - Adib Hasan: <https://goo.gl/z65YbM>
10. আমার গুগল ড্রাইভ ফোল্ডার (এপর্যন্ত যা লিখেছি ও ভবিষ্যতে যা যা লিখব সব এখানে থাকবে): <https://goo.gl/PrLVH3>

*\*\*খুব তাড়াতাড়ি মাকে লেখা হল বলে নোটটা অসম্পূর্ণ এবং প্রচুর টাইপো দিয়ে ভর্তি। ভবিষ্যতে আরও রিসোর্স যোগ করে ঢেলে সাজানোর ইচ্ছে আছে।*

**আদীব হাসান** সদস্য, বাংলাদেশ গণিতদল (২০১২-২০১৫) ১০ মার্চ, ২০১৬

