เซต (Set)

1. **เซต** เป็นคำที่ใช้บ่งบอกถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และเมื่อกล่าวถึงกลุ่มใดแล้ว สามารถทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม และสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม เช่น

    เซตของสระในภาษาอังกฤษ หมายถึง กลุ่มของอักษร a, e, i, o และ u

    เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 10 หมายถึง กลุ่มของตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9

    สิ่งที่อยู่ในเซต เรียกว่า สมาชิก (element หรือ members)

2. **การเขียนเซต** การเขียนเซตอาจเขียนได้สองแบบคือ

    การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก (Tabular From) โดยเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น

    เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 7 เขียนแทนด้วย {1, 2, 3, 4, 5, 6}

    เซตของพยัญชนะไทย 5 ตัวแรก เขียนแทนด้วย {ก, ข, ฃ, ค, ฅ}

    เซตของจำนวนคู่ตั้งแต่ 2 ถึง 10 เขียนแทนด้วย {2, 4, 6, 8, 10}

    เขียนเซตแบบบอกเงื่อนไข (Builder Form) ใช้ตัวแปรเขียนแทนสมาชิกของเซต แล้วบรรยายสมบัติของสมาชิกที่อยู่ในรูปของตัวแปร เช่น

    { x | x เป็นสระในภาษาอังกฤษ }

    อ่านว่า เซตของ x โดยที่ x เป็นสระในภาษาอังกฤษ

    { x | x เป็นเดือนแรกและเดือนสุดท้ายของปี }

    อ่านว่า เซตของ x โดยที่ x เป็นเดือนแรกและเดือนสุดท้ายของปี

    เครื่องหมาย “ | ” แทนคำว่า โดยที่

    ในการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกนั้นจะใช้จุดสามจุด (. . .) เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่น ๆ ซึ่งเป็นที่เข้าใจกันทั่วไปว่ามีอะไรบ้างที่อยู่ในเซต เช่น

    {1, 2, 3, . . ., 10} สัญลักษณ์ . . . แสดงว่ามี 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 เป็นสมาชิกของเซต

    {วันจันทร์, อังคาร, พุธ, . . ., อาทิตย์ } สัญลักษณ์ . . . แสดงว่ามีวันพฤหัสบดี วันศุกร์ และวันเสาร์เป็น สมาชิกของเซต

3. **สัญลักษณ์แทนเซต**

ในการเขียนเซตโดยทั่วไปจะแทนเซตด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C และแทนสมาชิกของเซตด้วยตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c เช่น

A = {1, 4, 9, 16, 25, 36} หมายถึง A เป็นเซตของกำลังสองของจำนวนนับหกจำนวนแรก

4. สมาชิกของเซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\in$ " **และ** จำนวนสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย $n(A)$ เช่น

$$A = \{1,2,3,4\}$$

จะได้ว่า 1 เป็นสมาชิกของ A หรืออยู่ใน A เขียนแทนด้วย $1 \in A$

3 เป็นสมาชิกของ A หรืออยู่ใน A เขียนแทนด้วย $3 \in A$

คำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ” หรือ “ไม่อยู่ใน” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\notin$ ” เช่น

5 ไม่เป็นสมาชิกของ A หรือไม่อยู่ใน A เขียนแทนด้วย $5 \notin A$

7 ไม่เป็นสมาชิกของ A หรือไม่อยู่ใน A เขียนแทนด้วย $7 \notin A$

สำหรับเซต A ซึ่งมีสมาชิก 4 ตัว เราจะใช้ n(A) เพื่อบอกจำนวนสมาชิกของเซต A นั่นคือ n(A) = 4

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, \{2\}, 3, \{1,2\}, 5\}$

สมาชิกของเซต A คือ .... และ $n(A) =$ ....

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $B = \left\{0, \phi, \{2, \{3\}\}, \{1,2\}, \{5\}, \{1,2,3, \dots\}\right\}$

สมาชิกของเซต B คือ .... และ $n(B) =$ ....

5. ชนิดของเซต

5.1 **เซตว่าง** คือ เซตที่**<u>ไม่มี</u>**สมาชิก เขียนแทนด้วย $\{\ \}$ หรือ ϕ

5.2 **เซตจำกัด** คือ เซตที่สามารถระบุจำนวนสมาชิกที่แน่นอนได้

5.3 **เซตอนันต์** คือ เซตที่**<u>ไม่ใช่</u>**เซตจำกัด

6. เซตที่เท่ากัน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ เซต A เท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $A = B$

เช่น $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,1\}$ และ $C = \{1,3,2,1\}$

7. เซตที่เทียบเท่ากัน

ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ **เซต A เทียบเท่าเซต B** ก็ต่อเมื่อ **จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับจำนวนสมาชิกของเซต B** เช่น $A = \{1,2,3\}$, $B = \{\{1\}, 2, \phi\}$

8. สับเซต

บทนิยาม ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

A เป็นสับเซตของ B ก็ต่อเมื่อ **สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ** B

A **เป็นสับเซตของ** B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

A **ไม่เป็นสับเซตของ** B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

สับเซตแท้

1. A เป็นสับเซต**แท้**ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$ (**สับเซตที่ไม่ใช่ตัวมันเอง**)
2. A เป็นสับเซต**ไม่แท้**ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A = B$

*** เซตว่างเป็นเซตที่**ไม่มี**สับเซตแท้ ***

ข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับสับเซต

1. A $\subset$ A
2. $\phi \subset$ A
3. ถ้า A $\subset \phi$ แล้ว A = ϕ
4. ถ้า A $\subset$ B และ B $\subset$ A ก็ต่อเมื่อ A = B
5. ถ้า A $\subset$ B และ B $\subset$ C ก็ต่อเมื่อ A $\subset$ C
6. **เซตว่าง**เป็นสับเซตของทุก ๆ เซต
7. **เซตทุกเซต**เป็นสับเซตของตัวมันเอง

ข้อสังเกต

เมื่อกำหนด A เป็น**เซตจำกัด** เราสามารถหาจำนวนสับเซตทั้งหมดของ A ได้ดังนี้

จำนวนสับเซต**ทั้งหมด**ของ A มี $2^{n(A)}$ เซต

จำนวน**สับเซตแท้**ทั้งหมดของ A มี $2^{n(A)}-1$ เซต

เช่น กำหนดให้เซต $A = \{1,2,\{3\}\}$ จงหาสับเซตทั้งหมดของ A

9. เพาเวอร์เซต

บทนิยาม ถ้า A เป็นเซตใด ๆ เพาเวอร์เซตของ A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของ A เขียนแทนด้วย $P(A)$ นั่นคือ

$$P(A) = \{x | x \subset \mathrm{A}\}$$

สมบัติเกี่ยวกับเพาเวอร์เซต

1. $\emptyset \in P(A)$
2. $A \in P(A)$
3. $P(A) \neq \emptyset$
4. ถ้า $n(A) = k$ แล้ว $n\big(P(A)\big) = 2^k$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด A = { 2 , 3 , 4 } ต่อไปนี้ข้อใดถูก ข้อใดผิด

1. $2 \in A$ ......
2. $\{2, 3\} \in A$ ....
3. $\{2, 3\} \subset A$ ....
4. $\{3\} \in A$ ....
5. $\{3\} \subset A$ ....
6. $\{3, 4\} \subset A$ ....
7. $3 \subset A$.......
8. $\{2, 3, 4\} \subset A$ ....
9. $\{2, 4\} \subset A$ ....
10. $\phi \subset A$ ....
11. $\{a\} \in \{\{a\}\}$ ....
12. $\{a\} \subset \{\{a\}\}$ ....
13. $\{0\} = \{\}$ ....
14. $\{\} \subset \phi$ ....
15. $\phi \in \{\phi\}$ ....
16. $\phi \subset \{\{\phi\}\}$ ....
17. $\phi \in P(A)$ ....
18. $\phi \subset P(A)$ ....
19. สับเซตของเซตจำกัดต้องเป็นเซตจำกัด ....
20. สับเซตของเซตอนันต์ต้องเป็นเซตอนันต์ ....

ตัวอย่างที่ 4 จงเติมคำตอบต่อไปนี้

1) กำหนด $A = \{\phi, \{2\}, 3, 4\}$ สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 2 ตัว คือ

2) กำหนด B = { 1 , 2 , 3 , 4 } สับเซตของ B ที่มีสมาชิก 3 ตัว คือ

3) กำหนด D = { 0 , {1} , 2 } สับเซตของ D ทั้งหมด คือ

ตัวอย่างที่ 5 จงหาเพาเวอร์เซตของข้อต่อไปนี้

1. A = { ϕ }

2. B = { 1 , {2,3}}

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ A = {1} จงหา P(P(A))

หมายเหตุ ถ้า $X \subset A$ แล้ว $X \in P(A)$

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดให้ $B = \{\phi, 0, 1\}$ และ $P(B)$ แทนเพาเวอร์เซตของ B ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. $\phi \in P(B)$ และ $0 \notin P(B)$

ข. $\phi \subset P(B)$ แต่ $1 \not\subset P(B)$

ค. $\{\phi\} \in P(B)$ และ $\{1\} \in P(B)$

ง. $\{\phi\} \subset P(B)$ และ $\{0\} \subset P(B)$

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดให้ $A = \{1, \{1, 2\}\}$ จงหา

1. จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A มี ....
2. จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A มี ....

3. $n(P(A)) =$ ....

4. $n[P(P(A))] =$ ....

5. $n[P(P(P(A)))] =$ ....

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จงหาจำนวนเซต X ที่ทำให้ $A \subset X \subset B$

10. การดำเนินการของเซต (Operation of set)

แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ (Venn-Euler Diagram)

แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ เป็นแผนภาพที่ใช้แสดงความเกี่ยวข้องของเซต เพื่อช่วยในการคิดคำนวณหรือแก้ปัญหา ซึ่งตัวชื่อแผนภาพตามชื่อของนักคณิตศาสตร์คือ เวนน์และออยเลอร์ การเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ มีวิธีการเขียนดังนี้

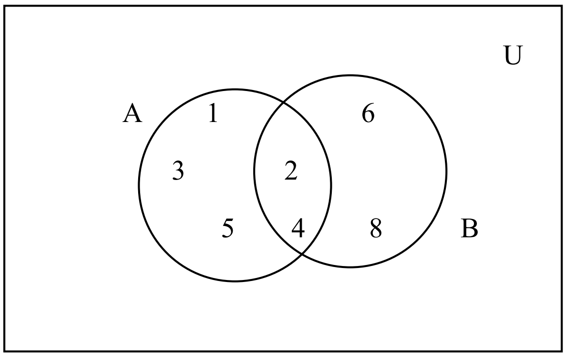
ให้ เอกภพสัมพัทธ์ U แทนด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปปิดใด ๆ

เซต A, B, C, . . . ซึ่งเป็นสับเซตของ U แทนด้วยวงกลม วงรี หรือรูปปิดอื่น ๆ โดยให้เซต A, B, C, . . . อยู่ใน U ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 10 กำหนด U = {1, 2, 3, . . .} , A = {1, 2, 3, 4, 5} และ B = {2, 4, 6, 8}

จงเขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ แทนเซต

วิธีทำ ∵ เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันคือ 2 และ 4 ซึ่งสามารถเขียนแผนภาพแทนเซต A และ B ได้ดังนี้



ยูเนียน (Union)

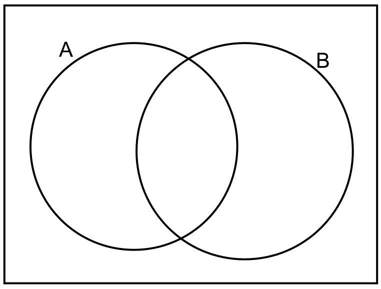
บทนิยาม ยูเนียนของเซต A และ เซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิก ซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A หรือ ของเซต B หรือ ของทั้งสองเซต

ยูเนียนของเซต A และ เซต B เขียนแทนด้วย **$A \cup B$**

นั่นคือ $A \cup B = \{ x \mid x \in A$ หรือ $x \in B$ หรือ x เป็นสมาชิกของทั้งสองเซต $\}$

เช่น กำหนดให้ A = { 1 , 2 , 3 } , B = { 2 , 3 , 4 , 5 }

ดังนั้น $A \cup B =$



อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

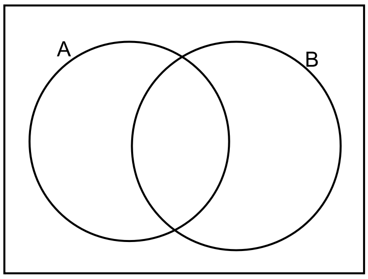
บทนิยาม อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B

อินเตอร์เซกชัน ของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย **$A \cap B$**

นั่นคือ $A \cap B = \{ x \mid x \in A$ และ $x \in B \}$

เช่น กำหนดให้ $A = \{ a , b , c \}$, $B = \{ b , c , d , e \}$

ดังนั้น $A \cap B =$



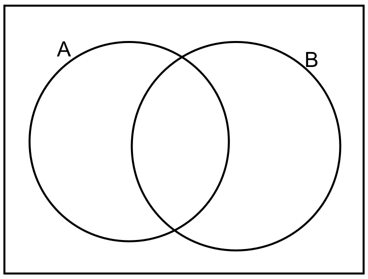
ผลต่าง (Difference)

บทนิยาม ถ้า A และ B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A ที่**<u>ไม่เป็น</u>**สมาชิกของเซต B

ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย **$A - B$**

นั่นคือ $A - B = \{ x \mid x \in A$ และ $x \notin B \}$

เช่น กำหนดให้ $A = \{ 1 , 2 , 3 , 4 \}$, $B = \{ 2 , 4 , 5 , 6 \}$



ดังนั้น $A - B =$ และ $B - A =$

ตัวอย่างผลต่างของเซตสองเซตใด ๆ ที่กำหนดให้

ข้อที่	**เซต A**	**เซต B**	**ผลต่างของเซต A และเซต B (A – B)**
1	A = {1, 2, 3, 4, 5}	B = {1, 2, 3}	{4, 5}
2	A = {2, 4, 6, 8, 10}	B = {2, 4}	{6, 8, 10}
3	A = {a, b, c, d}	B = {a, b}	{c, d}
4	A = {a, e, i, o, u}	B = {o, u}	{a, e, i}
5	A = {7, 8, 9, 10, 11}	B = {8, 9, 10}	{7, 11}
6	A = {20, 21, 22, 23}	B = {22, 23}	{20, 21}

จากตารางพบว่า ผลต่างของเซต A และเซต B คือเซตที่มีสมาชิกทุกตัวอยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B เขียนแทนด้วย A – B

$A - B = \{ x \mid x \in A$ และ $x \notin B\}$

คอมพลีเมนต์ (Compliment)

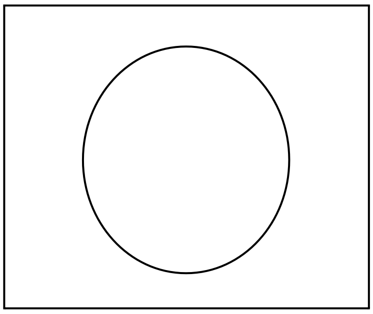
บทนิยาม ถ้า A เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U คอมพลีเมนต์ของเซต A คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ U แต่**ไม่เป็น**สมาชิกของ A

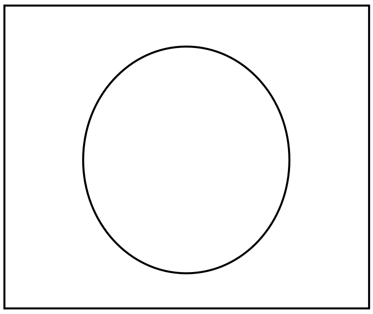
คอมพลีเมนต์ของเซต A เขียนแทนด้วย A' หรือ A^c

นั่นคือ $A' = \{ x \mid x \in U$ และ $x \notin A \} = U - A$

เช่น กำหนด $U = \{ a, b, c, d \}$, $A = \{ a, b \}$ และ $B = \{ a, d \}$

ดังนั้น $A' = U - A =$ และ $B^c =$





สมบัติที่สำคัญของการดำเนินการเกี่ยวกับเซต

$$A - B = A \cap B' \quad , \quad (A \cup B)' = A' \cap B' \quad , \quad (A \cap B)' = A' \cup B' \quad , \quad (A')' = A$$

ตัวอย่างคอมพลีเมนต์ของเซตต่าง ๆ ที่กำหนดให้

ข้อที่	เซตที่กำหนดให้	เอกภพสัมพัทธ์ (U)	คอมพลีเมนต์ของเซตที่กำหนดให้
1	A = {1, 2, 3, 5}	U = {1, 2, 3, . . . , 10}	A' = {4, 6, 8, 9, 10}
2	A = {2, 4, 6, 8, 10, 12}	U = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}	A' = {14}
3	B = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13}	U = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17}	B' = {15, 17}
4	B = {6, 7}	U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}	B' = {1, 2, 3, 4, 5, 8}
5	C = {1, 2}	U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}	C' = {3, 4, 5, 6}
6	C = {0, 1, 2}	U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}	C' = {3, 4, 5, 6, 7}

จากตารางพบว่า คอมพลีเมนต์ของเซตใด ๆ คือ เซตที่มีสมาชิกอยู่ใน U แต่ไม่อยู่ในเซตนั้น ๆ เช่น คอมพลีเมนต์ของเซต A คือ เซตที่มีสมาชิกอยู่ใน U แต่ไม่อยู่ใน A คอมพลีเมนต์ของเซต A เขียนแทนด้วย A'

$A' = \{x \mid x \in U$ และ $x \notin A\}$

ตัวอย่างที่ 11 กำหนด $U = \{ x \mid -10 < x < 10 \}$ $A = \{ x \mid -5 < x \leq 4 \}$

$B = \{ x \mid -2 \leq x < 6 \}$ $C = \{ x \mid -3 < x < 5 \}$

จงหา

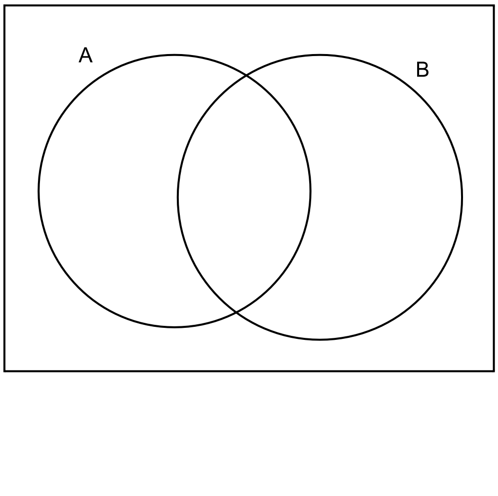
1. $A \cap B$ = ...
4. $B - C$ = ...
2. $A \cup B$ = ...
5. $A - C$ = ...
3. $A - B$ = ...
6. A' = ...
7. B' = ...
8. $(A \cap C) - B$ = ...

11. การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

1. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B)$



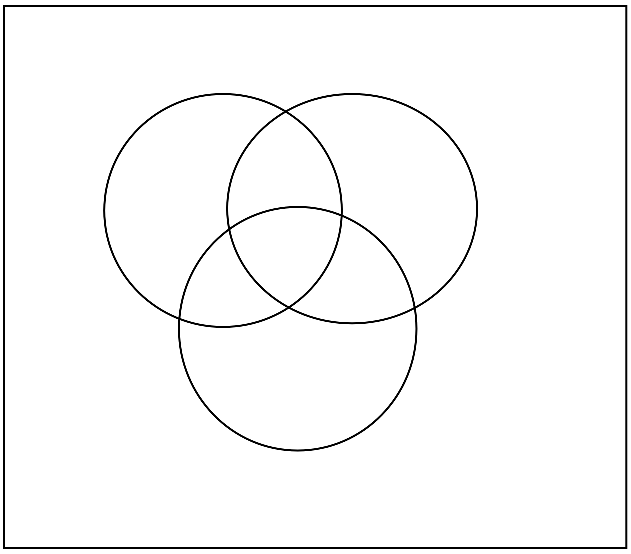
2. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

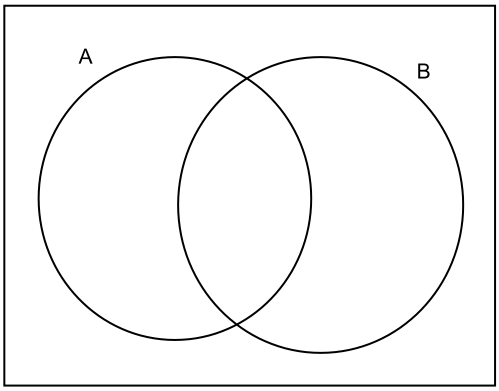
$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ เมื่อ $A \cap B = \varnothing$

3. ถ้า A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$



ตัวอย่างที่ 11 กำหนด $n(U) = 100$, $n(A) = 62$, $n(B) = 58$ และ $n(A \cap B) = 30$ จงหาจำนวนสมาชิกของเซตในข้อต่อไปนี้



1. $n(A \cup B)$ = ...
2. $n(A-B)$ = ...
3. $n(B-A)$ = ...
4. $n(A')$ = ...
5. $n(B')$ = ...
6. $n(A' \cap B')$ = ...
7. $n(A' \cup B')$ = ...
8. $n(A \cup B')$ = ...
9. $n(A \cup B')$ = ...

ตัวอย่างที่ 12 จากการสอบถามพ่อบ้านจำนวน 150 คน มีผู้ที่ชอบดื่มชา 90 คน ชอบดื่มกาแฟ 100 คน ชอบดื่มทั้งชาและกาแฟจำนวน 50 คน จงหาจำนวนพ่อบ้านที่ไม่ชอบดื่มทั้งชาและกาแฟ

ตัวอย่างที่ 13 โรงพยาบาลแห่งหนึ่งทำการสำรวจข้อมูลจากผู้ป่วยที่มีอายุเกิน 40 ปี จำนวน 1,000 คน ปรากฏว่ามีคนสูบบุหรี่ 312 คน มีคนเป็นมะเร็งที่ปอด 180 คน และมี 660 คนไม่สูบบุหรี่และไม่เป็นมะเร็งปอด อยากทราบว่า มีผู้สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งที่ปอดจำนวนเท่าใด และคิดเป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนผู้สูบบุหรี่ทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 14 ในการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 69 คน ซึ่งต้องลงทะเบียนเรียนอย่างน้อยหนึ่งวิชา พบว่านักเรียนลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 30 คน วิชาภาษาอังกฤษ 27 คน วิชาภาษาไทย 41 คน วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษ 19 คน วิชาภาษาอังกฤษและวิชาภาษาไทย 7 คนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทย 8 คน จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนทั้งสามวิชาเท่ากับเท่าใด