

ลำดับและอนุกรม (Sequence and series)

ลำดับ (Sequence)

ลำดับอนันต์

1, 2, 3, ...

ลำดับจำกัด

1, 2, 3, ..., 100

รูปทั่วไป

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ลำดับเลขคณิต

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ โดยที่ $d = a_{n+1} - a_n$ เมื่อ d คือ ผลต่างร่วม

1, 2, 3, 4, ..., n , ...

5, 10, 15, ..., $5n$, ...

โดยที่

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

โจทย์ข้อที่ 1 จงหาพจน์ที่ a_n ของ

4, 7, 10, 13, ...

โจทย์ข้อที่ 2 จงหาจำนวนของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 9 และ 199 ที่หารด้วย 8 ลงตัว

โจทย์ข้อที่ 3 จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาจำนวนของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง a และ b ที่ m หารลงตัว
วิเคราะห์โจทย์

ต้องการ a_1 a_n และ d เพื่อหา จำนวนพจน์ (n) ที่อยู่ระหว่าง a และ b โดยใช้สูตร

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$n = (a_n - a_1) / d + 1$$

ขั้นตอนวิธีการ	โปรแกรมภาษา C
Start 1. Read a, b, m 2. $a_1 = a + (m - a \bmod m)$ 3. $a_n = b - b \bmod m$ 4. $d = m$ 5. $n = (a_n - a_1) / d + 1$ 6. Print n Stop	

ลำดับเรขาคณิต

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ โดยที่ $r = a_{n+1}/a_n$ เมื่อ r คือ อัตราส่วนร่วม

$1, 5, 25, 125, \dots, 5^{n-1}, \dots$

$1, 1/3, 1/9, \dots, 1/3^{n-1}, \dots$

$-3, 3, -3, 3, \dots$

โดยที่

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

โจทย์ข้อที่ 4 จงหาพจน์ที่ a_n ของ

$3, 6, 12, \dots$

$1, -1/2, 1/4, -1/8, \dots$

โจทย์ข้อที่ 5 จงเขียนโปรแกรมเพื่อตรวจสอบว่าลำดับที่ทราบค่าของสามพจน์แรก เป็นลำดับอะไร และพจน์ที่ n มีค่าเท่าไร

ขั้นตอนวิธีการ
<ol style="list-style-type: none">รับค่า a, b, cคำนวณ ค่าหาผลต่างร่วมและอัตราส่วนร่วม<ol style="list-style-type: none">$d1 = b - a$$d2 = c - b$$r1 = b / a$$r2 = c / b$ตรวจสอบอันดับเลขคณิต<pre>if d1 = d2 then print "arithmetic sequence" An = a + (n-1)/d1</pre>ตรวจสอบอันดับเรขาคณิต<pre>if r1 = r2 then print "geometry sequence" An = a1* r1^(n-1) else print "not arithmetic or geometry sequence "</pre>จบ

โปรแกรมภาษา C

อนุกรม (Series)

อนุกรม คือ ผลบวกของลำดับ

อนุกรมของ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ คือ
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

อนุกรมของ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ คือ
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$

อนุกรมเลขคณิต

$$s_n = (n/2) [2a_1 + (n-1)d]$$
$$s_n = (n/2) (a_1 + a_n)$$

โจทย์ข้อที่ 6 จงหาผลบวก 14 พจน์แรกของ $2 + 5 + 8 + \dots$

โจทย์ข้อที่ 7 จงหาผลบวกของจำนวนเต็มระหว่าง -122 และ 1005 ที่ 4 หารลงตัว

อนุกรมเรขาคณิต

$$\begin{aligned} s_n &= n a_1 && \text{เมื่อ } r = 1 \\ s_n &= a_1 (1-r^n) / (1-r) && \text{เมื่อ } r \neq 1 \\ s_n &= (a_1 - a_n r) / (1-r) && \text{เมื่อ } r \neq 1 \\ s_n &= a_1 / (1-r) && \text{เมื่อ } -1 < r < 1 \end{aligned}$$

โจทย์ข้อที่ 8 จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของ $1 + 2 + 4 + \dots$

โจทย์ข้อที่ 9 จงหา $4 + 8 + 16 + \dots + 512$

โจทย์ข้อที่ 10 จงหาผลบวก n พจน์แรกของ $1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + \dots$