Разработка стратегий для «Игры в подстановки»

Гладков Артемий Николаевич

Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент, А. В. Смирнов

17.06.2024

Постановка задачи

Пример грамматики:

2. $S \to ABC$
3. $A \to aA \mid B$
4. $A \to bc \mid CA$
5. $A \to a$
6. $S \to AB \mid AC$
7. $B \to b$
8. $B \to BBB$
9. $C \to AA \mid c$
10. $C \to A \mid B \mid c$
11. $C \to T \mid A$
12. $B \to abacabade$

- Дана контекстно-свободная грамматика.
- Целью игроков является построение как можно большего количества сентенций большей длины.
- Игрок бросает 2 шестигранных кубика.
- Выпавшая сумма определяет группу продукций, которую игрок обязан применить к одному из своих выводов.
- Если это невозможно продукция отправляется в банк.
- После применения выпавшей продукции игрок также обязан применить все доступные продукции из банка.

Цели и задачи

Цель: разработать эффективные стратегии для «Игры в подстановки».
Задачи:

- Разработать чистые стратеги.
- Разработать смешанные стратегии.
- Написать программу с графическим интерфейсом для моделирования игры.
- Провести сравнительный анализ разработанных чистых и смешанных стратегий.

Родственные исследования

В диссертации „Context-free games on strings and nested words“, Schuster Martin [3] рассматриваются контекстно-свободные игры. В простом варианте они формулируются следующим образом:

- Первому игроку доступен выбор нетерминала, который необходимо заменить,
- второму игроку доступен выбор какую последовательность символов, соответствующую правилам данной КС-грамматики, вставить.
- Вопрос в том, имеет ли первый игрок выигрышную стратегию, если его задача получить одну из сентенциальных форм из определённого множества.

В работе рассматривается вопрос разрешимости и проводится анализ сложности этой задачи при разных ограничениях и дополнительных условиях.

Случайная стратегия

Идея заключается в совершении случайного хода. Выбор групп продукций, продукций и выводов делается равновероятно.

Распределение весов

Равные веса:

$$\omega_1(\alpha) = 1,$$

где α – группа продукций, продукция или вывод.

Вероятность выбора варианта равна его весу делённому на сумму весов всех вариантов.

Глупая стратегия коротких слов

- Призвана строить законченные выводы кратчайшим способом.
- Основана на анализе грамматики.
- Для оценки продукций и выводов используется метрика 1.
- На каждом шаге к выводу с лучшей метрикой применяется продукция с лучшей метрикой.
- Бесполезные продукции и циклы в грамматике могут сильно мешать работе стратегии.

Используемые метрики

Метрика (M_1)

1. *Метрика строки α равна количеству нетерминалов в ней.*
2. *Метрика продукции $A \to \alpha$:*

$$M_1(A \to \alpha) = M_1(\alpha).$$

3. *Метрика группы продукций $A \to \alpha_1 \mid \ldots \mid \alpha_k$:*

$$M_1(A \to \alpha_1 \mid \ldots \mid \alpha_k) = \min_{1 \leqslant i \leqslant k} M_1(A \to \alpha_i).$$

Чем метрика меньше, тем продукция(вывод) лучше.

Используемые метрики

Метрика (M_2)

Она строится итеративно:

1. *Изначально метрика каждой продукции равна* 0.
2. $M_2(A \to \alpha_1 \mid \ldots \mid \alpha_k) = \max_{1 \leqslant i \leqslant k} M_2(A \to \alpha_i)$.
3. $$M_2(\alpha) = \prod_{a \in \alpha} M_2(a), \quad M_2(A \to \alpha) = M_2(\alpha).$$
   $M_2(a) = 1 \; \forall a \in T, \quad M_2(A) = \sum M_2(q) \cdot p(q) \; \forall A \in N$, *где* q *– группа продукций вида* $A \to \gamma$, $p(q)$ *– шанс выпадения* q.
4. *Переходим к шагу 2.*

Чем метрика M_1 больше, тем продукция(вывод) лучше.
Метрика терминальной строки равна 1.
Метрика строки с бесполезными нетерминалами равна 0.

Использование метрики 2

Стратегия коротких слов

Является улучшенным вариантом предыдущей стратегии. Использует метрику 2.
Успешно получается строить законченные выводы.

Переборная стратегия

Стратегия основана на переборе возможных шагов и выборе лучшего из получаемых выводов. Из-за невозможность полного перебора ходов глубина перебора ограничена. Выводы оцениваются с помощью метрики 2.

Умная случайная стратегия

Является модификацией случайной стратегии. Идея заключается в выборе продукций и выводов с разной вероятностью. Веса продукций и выводов определяются метрикой 2:

Распределение весов

Веса в соответствии с метрикой 2:

$$\omega_2(\alpha) = M_2(\alpha),$$

где α *— группа продукций, продукция или слово.*

В большинстве ситуация ведёт себя как стратегия коротких слов. Это происходит из-за слишком быстрого приближения метрики 2 к нулю при увеличении количества нетерминалов в выводе.

Используемые метрики

Метрика (M_3)

Она строится итеративно:

1. *Изначально метрика каждой продукции равна* 0.
2. $M_3(A \to \alpha_1 \mid \ldots \mid \alpha_k) = \max_{1 \leqslant i \leqslant k} M_3(A \to \alpha_i)$.
3. $M_3(A \to \alpha) = M_3(\alpha)$,

   $$M_3(\alpha) = \min_{a \in \alpha \wedge a \in N} M_3(a) \div count(a \in \alpha \wedge a \in N).$$

   Метрики терминалов и нетерминалов рассчитываются как в метрике 2.
4. *Переходим к шагу 2.*

Сохраняет основные свойства метрики 2.

Улучшенная умная случайная стратегия

Является модификацией умной случайной стратегии. Веса продукций и выводов определяются метрикой 3. Которая призвана решить недостаток метрики 2.

Распределение весов

Веса в соответствии с метрикой 3 с последующим извлечением корня:

$$\omega_3(\alpha) = \sqrt{M_3(\alpha)},$$

где α *– группа продукций, продукция или вывод.*

Извлечение корня используется чтобы уменьшить разницу между весами.

Адаптивная случайная стратегия

Призвана строить более длинные выводы.
Основана на анализе положения игры и смене модели поведения с одной на другую.

- В начале партии — совершать ходы, не приводящие к уменьшению количества нетерминалов.
- В конце партии — совершать ходы, наиболее быстро приводящие выводы к завершению. Применяется переборная стратегия.

Инвертированная случайная стратегия

Используется на первом этапе адаптивной случайной стратегии. Определяется весами:

Распределение весов

Инвертированные веса:

$$\omega_4(\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{если } M_3(\alpha) = 0, \\ 1{,}01 - M_3(\alpha), & \text{иначе,} \end{cases}$$

где α *– группа продукций, продукция или вывод.*

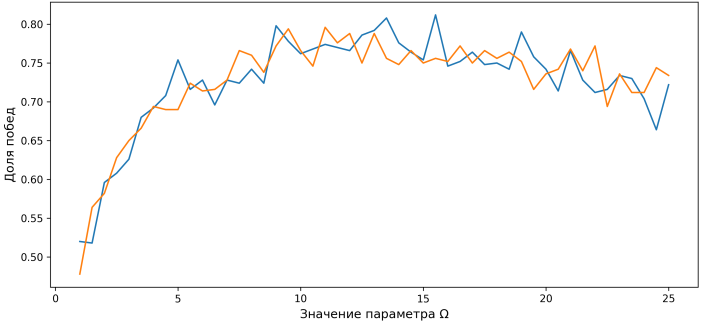
Стратегия не является самостоятельной, поскольку неспособна строить законченные выводы.

Момент смены модели поведения

Переход ко второму будет совершаться, когда

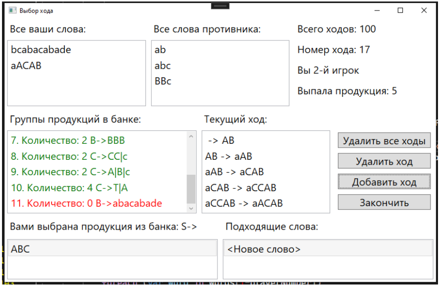
$$s_1 \cdot \Omega > s_2,$$

где s_1 – количество нетерминалов в выводах игрока, а s_2 – количество оставшихся ходов. Стратегия сильно зависит от параметра Ω.



Программная реализация

- Использовался язык C# версии .Net Framework 4.8.2.
- Реализованы все описанные стратегии.
- Есть возможность запуска одной партии и турнира.
- Есть инструменты настройки правил и грамматики для игры.
- Есть возможность сыграть против игрока-компьютера.



Классификация грамматик

По частоте выпадения начальных продукций(позволяющих создавать новые выводы):

- низкая – требуется строить более длинные выводы
- средняя
- высокая – требуется максимально быстро заканчивать выводы. Результаты всех стратегий буду примерно схожи.

Сравнительный анализ

Частичные результаты турнира на грамматиках с средним шансом выпадения начальных продукций.

	СС	УУСС	ГСКС	СКС	ПС4	ААС
СС	238/256/6	35/461/4	64/432/4	50/449/1	12/488/0	14/485/1
УУСС	453/46/1	253/243/4	282/215/3	342/154/4	109/389/2	105/390/5
ГСКС	430/69/1	207/290/3	259/238/3	262/234/4	83/415/2	72/426/2
СКС	454/45/1	168/328/4	227/271/2	241/251/8	38/462/0	149/347/4
ПС4	486/14/0	403/95/2	427/72/1	463/36/1	273/223/4	247/246/7
ААС	485/14/1	390/106/4	423/75/2	358/140/2	252/246/2	256/241/3

Шанс выпадения продукции для создания нового вывода $\frac{1}{6}$.

Сравнительный анализ

Частичные результаты турнира на грамматиках с низким шансом выпадения начальных продукций.

	УУСС	ГСКС	СКС	ПС4	ААС
УУСС	249/244/7	181/318/1	380/117/3	198/300/2	100/399/1
ГСКС	321/177/2	265/233/2	435/61/4	314/184/2	120/378/2
СКС	90/408/2	75/423/2	233/227/40	30/468/2	55/443/2
ПС4	286/209/5	200/298/2	460/39/1	244/244/12	89/410/1
ААС	397/102/1	374/122/4	446/53/1	396/103/1	228/270/2

Шанс выпадения продукции для создания нового вывода $\frac{1}{36}$.

Смешанные стратегии

Определяются вероятностным выбором на каждом ходу одной из чистых стратегий.
Выявлена зависимость: Чем выше вероятности, выданные переборной стратегии и адаптивной случайной стратегии, тем результативность выше.
Объясняется наличием доминирующих стратегий. Смешение которых с другими стратегиями даёт лишь ослабленный вариант изначально хорошей стратегии.

Подведение итогов

В ходе работы выполнено:

- Разработаны эффективные стратегии для «Игры в подстановки».
- Рассмотрено применение смешанных стратегий.
- Реализована программа для моделирования игры.
- Проведён сравнительный анализ стратегий и выявлена наиболее выгодная стратегия — адаптивная случайная стратегия.

Также по теме диплома написана статья «Некоторые стратегии для «Игры в подстановки»(в соавторстве) в сборник «Заметки по информатике и математике. Выпуск 16».

Литература

- Соколов В. А. Введение в теорию формальных языков. Ярославль: ЯрГУ, 2014.
- Захаров А. В. Теория игр в общественных науках. М.: ВШЭ, 2015.
- Schuster M. Context-free games on strings and nested words: Dissertation // Technischen Universität Dortmund an der Fakultät für Informatik, 2017. URl: `http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-18135`.
- Кругликов А. М., Смирнов А. В. Разработка стратегий для игры «Укроти мустанга» // Путь в науку: прикладная математика, информатика и информационные технологии : Тезисы докладов Всероссийской молодёжной научно-практической конференции, Ярославль, 15–19 апреля 2024 года. – Ярославль: ЯРГУ, 2024. – С. 28-31.