

## ЗАДАЧА MTSPTW

Пусть:

$n$  — число клиентов;

$m$  — число коммивояжеров;

$p$  — максимальное число клиентов на пути коммивояжера (в маршруте);

$V = \{0, \dots, n\}$  — вершины графа;

$A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$  — дуги графа;

$G(V, A)$  — взвешенный, полный ориентированный граф;

$C_{i,j}, \forall i, j \in A$  — матрица стоимостей;

$t_{i,j}, \forall i, j \in A$  — время, необходимое для того, чтобы добраться из  $i$  в  $j$ ;

$[a_i, b_i], \forall i \in V \setminus \{0\}$  — временное окно, то есть время, когда клиент может быть обслужен;

Задача:

Необходимо найти решение задачи нескольких коммивояжеров, чтобы все временные окна были удовлетворены.

Неизвестные:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{дуга } (i, j) \text{ принадлежит найденному подграфу} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad \forall (i, j) \in A$$
$$u_i \text{ — время посещения } i \text{ клиента} \quad \forall i \in V \setminus \{0\}$$

Критерий оптимизации:

$$\sum_{(i,j) \in A} c_{i,j} \cdot x_{i,j} \rightarrow \min$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = 1, \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (1)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = 1, \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{(0,j) \in A} x_{0,j} = m, \quad (3)$$

$$\sum_{(i,0) \in A} x_{i,0} = m, \quad (4)$$

$$u_i \leq b_i \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (5)$$

$$u_i \geq a_i \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (6)$$

$$u_j \geq t_{0,j} \cdot x_{0,j} \Rightarrow \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (7)$$

$$u_j - t_{0,j} \cdot x_{0,j} \geq 0$$

$$u_i \leq u_j - t_{i,j} + M(1 - x_{i,j}) \Rightarrow \quad \forall i, j \in V \setminus \{0\}, \quad (8)$$

$$u_i - u_j \leq -t_{i,j} + M(1 - x_{i,j}) \Rightarrow \quad i \neq j,$$

$$u_i - u_j + M \cdot x_{i,j} \leq -t_{i,j} + M \quad M - \text{очень большое}$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (9)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (10)$$