ЗАДАЧА

Необходимо найти расстановку контейнеров на платформах.

Критерии оптимизации:

- минимизация суммарного расстояния для перемещения контейнеров на платформы при помощи погрузочной техники (в точной постановке критерий №1);
- максимизация количества контейнеров, помещенных на платформы (в точной постановке критерий №2).

Ограничения:

- расстановка контейнеров должна удовлетворять условия на допустимые значения массы контейнеров и их длину для каждой платформы (данное условие выполняется через множество SC_p);
- контейнер может быть поставлен на платформу при условии, что все контейнеры с более высоким приоритетом расположена на платформах (в точной постановке ограничение №3).;
- партия контейнеров должна быть размещена на платформах целиком или не подлежит отправке вовсе (в точной постановке ограничение №4).

ТОЧНАЯ ПОСТАНОВКА

Пусть:

C – множество контейнеров;

P – множество платформ;

Π_P – перестановка платформ на железнодорожных путях;

A_p , $\forall\, p \in P$ – множество вариантов размещения типов контейнеров на платформах;

$n_{p,a}$, $\forall\, a \in A_p$ – количество контейнеров, которое помещается на платформу в рамках варианта размещения;

$m_{p,a}$, $\forall\, p \in P$, $\forall\, a \in A_p$ – масса контейнера в рамках расстановки;

B – множество номеров партий;

O – общее число приоритетов среди всех контейнеров;

$C_i^1, i \in \{1, \dots, O\}$ – подмножество контейнеров с приоритетом i;

$C_i^2, i \in \{1, \dots, B\}$ – подмножество контейнеров партии i;

R – верхняя треугольная матрица $|C| \times |C|$, содержит информацию о том могут ли соседствовать контейнеры на платформе;

$$r_{c_1,c_2} = \begin{cases} 1 - \text{ контейнеры } c_1 \text{ и } c_2 \text{ могут соседствовать} \\ 0 - \text{контейнеры } c_1, c_2 \text{ не могут соседствовать} \end{cases} \quad \forall\, c_1, c_2 \in C,\ c_1 < c_2$$

SC – допустимое множество упорядоченных подмножеств контейнеров исходя из матрицы R;

C_{sc} , $\forall\ sc \in SC$ – контейнеры, описывающие данное подмножество;

$n_{SC} = |C_{SC}|$ – количество контейнеров, которые входят в упорядоченное подмножество, $\min\limits_{\substack{p\in P \\ a\in A_p}} n_{p,a} \leq n_{SC} \leq \max\limits_{\substack{p\in P \\ a\in A_p}} n_{p,a}$;

$SC_c \subset SC$ – упорядоченное множество подмножеств, где упоминается контейнер c (таких что $c \in C_s, \forall sc \in SC_c$).

$SC'_p \subset SC, \forall\ p \in P$ – множество подмножеств, которые удовлетворяют ограничениям на габариты и массы для платформы p;

$SC_p \subset SC'_p$, таким образом, что $\forall sc \in SC_p, \forall sc' \in SC'_p :\ C_{sc} = C'_{sc} \Rightarrow d_{p,sc} \leq d_{p,sc'}$, при этом $\nexists sc_1, sc_2 \in SC_p : C_{sc_1} = C_{sc_2}$

$d_{p,sc}, \forall\ p \in P, \forall\ sc \in SC_p$ – расстояние, которое надо проехать технике для перемещения контейнеров из множества sc на платформу p;

$\forall c \in C \ \ \bigcup C_i^1, \forall i \in \{1, \dots, O_{c-1}\}$ – множество контейнеров высшего приоритета, чем рассматриваемый.

Неизвестные:

$$x_{p,sc} = \begin{cases} 1 - & \text{берем сценарий } sc \text{ для платформы } p \\ 0 - & \text{не берем сценарий } sc \text{ для платформы } p \end{cases} \qquad \forall\ p \in P, \ \forall sc \in SC_p$$

$$y_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \qquad \forall i \in \{1, \dots, B\}$$

Критерии оптимизации:

1. $\sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \cdot d_{p,sc} \ \rightarrow min$
2. $\sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \cdot n_{p,sc} \rightarrow max \Rightarrow$

   $-\sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \cdot n_{p,sc} \rightarrow min$

Целевая функция:

$$\sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \cdot (d_{p,sc} - n_{p,sc}) \longrightarrow min$$

$$\sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} = 1, \qquad \forall\, p \in P, \ \forall sc \in SC_p \tag{1}$$

$$x_{p,sc} \in \{0,1\}$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \leq 1, \qquad \forall c \in C, \ \forall sc \text{ такое, что } c \in sc \tag{2}$$

$$\sum_{c \in \bigcup C_i^1} \sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \geq \left|\bigcup C_i^1\right| \cdot \sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \qquad \forall i \in \{1, \dots, O_{C-1}\}, \ \forall c \in C, \ \forall sc \text{ такое, что } c \in sc \tag{3}$$

$$\begin{cases} \sum_{c \in C_i^2} \sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \leq 0 + M_1 \cdot y_i \\ -\sum_{c \in C_i^2} \sum_{p \in P} \sum_{sc \in SC_p} x_{p,sc} \leq -\left|C_i^2\right| + M_2 \cdot (1 - y_i) \\ y_i \in \{0,1\} \end{cases} \qquad \forall i \in \{1, \dots, B\}, \ \forall c \in C, \ \forall sc \text{ такое, что } c \in sc, \ M_1, M_2 \text{ – очень большие числа} \tag{4}$$