

## ЗАДАЧА

Пусть:

$n$  — число контейнеров;

$m$  — число единиц погрузочной техники;

$V_1 = \{0, \dots, n\}$  — начальные позиции контейнеров;

$V_2 = \{n + 1, \dots, 2n\}$  — конечные позиции контейнеров;

$V = V_1 \cup V_2 \cup \{0, 2n + 1\}$  — множество всех вершин;

$|V_1| = |V_2| = n$ ;

$A = \{(i, j): i \in V_1, j \in V_2\}$  — дуги графа;

$A' = A \cup \{(0, j): j \in V_1\} \cup \{(i, 2n + 1): i \in V_2\}$  — множество возможных дуг;

$G(V_1, V_2, A)$  — двудольный граф;

$S$  — множество стеков на площадке;

$\forall s \in S \ V_1^s$  — подмножество вершин  $V_1$ , которое расположено в стеке  $s$ ;

$\delta_1, \delta_2$  — время для того, чтобы машина успела отъехать от стека;

$PV_1$  — множество пар вершин из  $V_1$ , для которых время изъятия из начальных позиций должно отличаться как минимум на  $\delta_2$ ,

$PV_1 = \{(u, v): u, v \in V_1, u < v\}$ ;

$PV_2$  — множество пар вершин из  $V_2$ , для которых время изъятия из начальных позиций должно отличаться как минимум на  $\delta_2$ ,

$$PV_2 = \{(u, v): u, v \in V_2, u < v\};$$

$t_{i,j}, \forall i, j \in A'$  — время, необходимое для перемещения погрузочной техники  $i$  в  $j$ ;

$$t_{0,j} = 0 \quad \forall (0, i): i \in V_1 ;$$

$$t_{i,2n+1} = 0 \quad \forall (i, 2n + 1): i \in V_2 ;$$

Неизвестные:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{есть переезд по дуге } (i, j) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad \forall (i, j) \in A$$

$$x_{0,j,k} = \begin{cases} 1, & \text{есть переезд по дуге } (0, j) \text{ на машине } k \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall j \in V_1, \\ \forall k \in \{1, \dots, m\} \end{matrix}$$

$$x_{i,2n+1,k} = \begin{cases} 1, & \text{есть переезд по дуге } (i, 2n + 1) \text{ на машине } k \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall i \in V_2, \\ \forall k \in \{1, \dots, m\} \end{matrix}$$

$$u_i - \text{время приезда в вершину } i \quad i \in V_1 \cup V_2$$

$$u_{0,k} - \text{время выезда со склада} \quad \forall k \in \{1, \dots, m\}$$

$$u_{2n+1,k} - \text{время возвращения в конечную позицию} \quad \forall k \in \{1, \dots, m\}$$

$$u_{max} - \text{максимальное время окончания маршрутов}$$

$$y1_{i,j} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \in PV_1$$

$$y2_{i,j} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \in PV_2$$

Критерии оптимизации:

$$1. \sum_{k \in \{1, \dots, m\}} u_{2n+1,k} - u_{0,k} \rightarrow \min$$

$$2. u_{\max} \rightarrow \min$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in V_1 \quad (1)$$

$$\sum_{(0,j) \in A'} x_{0,j,k} \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in \{1, \dots, m\}} x_{0,j,k} + \sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = 1 \quad \forall j \in V_1 \quad (3)$$

$$\sum_{k \in \{1, \dots, m\}} x_{i,2n+1,k} + \sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in V_2 \quad (4)$$

$$\sum_{(0,j) \in A'} x_{0,j,k} - \sum_{(i,2n+1) \in A'} x_{i,2n+1,k} = 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (5)$$

$$u_{\max} - u_{2n+1,k} \geq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (6)$$

$$u_{0,k} - K \cdot \sum_{(0,j) \in A'} x_{0,j,k} \leq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (7)$$

$$u_i - u_j \geq \delta_1 \quad \forall s \in S \quad \forall i, j \in V_1^s, \quad (8)$$

$$j < i$$

$$-u_i + u_j - K \cdot y1_{i,j} \leq -\delta_2 \quad \forall (i,j) \in PV_1 \quad (9)$$

$$u_i - u_j + K \cdot y1_{i,j} \leq K - \delta_2 \quad \forall (i,j) \in PV_1 \quad (10)$$

$$-u_i + u_j - K \cdot y2_{i,j} \leq -\delta_2 \quad \forall (i,j) \in PV_2 \quad (11)$$

$$u_i - u_j + K \cdot y_{2i,j} \leq K - \delta_2 \quad \forall (i, j) \in PV_2 \quad (12)$$

$$-u_i + u_j - K \cdot x_{i,j} \geq t_{i,j} - K \quad \forall (i, j) \in A \quad (13)$$

$$\begin{aligned} -u_i + u_{2n+1,k} - K \cdot x_{i,2n+1,k} &\geq t_{i,2n+1} - K & \forall (i, 2n+1) \in A', \\ \Rightarrow & & \forall k \in \{1, \dots, m\} \end{aligned} \quad (14)$$

$$-u_i + u_{2n+1,k} - M \cdot x_{i,2n+1,k} \geq -K$$

$$\begin{aligned} -u_{0,k} + u_j - K \cdot x_{0,j,k} &\geq t_{0,j} - K & \forall (0, j) \in A', \\ \Rightarrow & & \forall k \in \{1, \dots, m\} \end{aligned} \quad (15)$$

$$-u_{0,k} + u_j - K \cdot x_{0,j,k} \geq -K$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (16)$$

$$\begin{aligned} x_{0,j,k} &\in \{0,1\} & \forall k \in \{1, \dots, m\}, \\ & & \forall (0, j) \in A' \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} x_{i,2n+1,k} &\in \{0,1\} & \forall k \in \{1, \dots, m\}, \\ & & \forall (i, 2n+1) \in A' \end{aligned} \quad (18)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \in V_1 \cup V_2 \quad (19)$$

$$u_{0,k} \geq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (20)$$

$$u_{2n+1,k} \geq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (21)$$

$$u_{max} \geq 0 \tag{22}$$

$$y1_{i,j} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in PV_1 \tag{23}$$

$$y2_{i,j} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in PV_2 \tag{24}$$