

ЗАДАЧА

Пусть:

n — число клиентов;

m — число коммивояжеров;

$$V = \{0, \dots, n\}$$

$V' = \{0, \dots, n + 1\}$ — вершины графа;

$$A' = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\} \cup \{(i, n + 1): i \in \{1, \dots, n\}\} \setminus \{(i, 0): i \in \{1, \dots, n\}\}$$

— дуги графа;

$G(V', A')$ — взвешенный, полный ориентированный граф;

$t_{i,j}, \forall i, j \in A'$ — время, необходимое для того, чтобы добраться из i в j ;

$[a_i, b_i], \forall i \in V \setminus \{0\}$ — временное окно, то есть время, когда клиент может быть обслужен;

Неизвестные:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{дуга } (i, j) \text{ принадлежит найденному подграфу} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \forall (i, j) \in A' : \\ i \neq 0, j \neq n + 1 \\ \forall k \in \{1, \dots, m\}, \\ \forall i \in V' \setminus \{0, \dots, n + 1\} \end{array}$$
$$x_{0,i,k} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n + 1\}$$
$$x_{i,n+1,k} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \forall k \in \{1, \dots, m\}$$
$$u_i \text{ — время посещения } i \text{ клиента}$$
$$u_{0,k} \text{ — время выезда } k \text{ — го ком — ра со склада}$$
$$u_{n+1,k} \text{ — время приезда } k \text{ — го ком — ра на склад}$$

Критерий оптимизации:

$$\sum_{k \in \{1, \dots, m\}} u_{n+1,k} - u_{0,k} \rightarrow \min$$

$$\sum_{(i,j) \in A'} x_{i,j} = 1, \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\} \quad (1)$$

$$\sum_{(i,j) \in A'} x_{i,j} = 1, \quad \forall j \in V' \setminus \{0, n+1\} \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V' \setminus \{0, \dots, n+1\}} x_{i,n+1,k} \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V' \setminus \{0, \dots, n+1\}} x_{i,n+1,k} - \sum_{i \in V' \setminus \{0, \dots, n+1\}} x_{0,i,k} = 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (4)$$

$$u_i - u_{n+1,k} + K \cdot x_{i,n+1,k} \leq -t_{i,n+1} + K \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\}, \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (5)$$

$$u_{0,k} - u_i + K \cdot x_{0,i,k} \leq -t_{0,i} + K \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\}, \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (6)$$

$$u_i - u_j + K \cdot x_{i,j} \leq -t_{i,j} + K \quad \forall (i,j) \in A' : \quad i \neq 0, j \neq n+1 \quad (7)$$

$$u_i - t_{0,i} \cdot x_{0,i,k} \geq 0 \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\}, \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (8)$$

$$u_i \leq b_i \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\} \quad (9)$$

$$u_i \geq a_i \quad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\} \quad (10)$$

$$u_{0,k} - u_{n+1,k} \leq 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (11)$$

$$u_i \geq 0 \qquad \forall i \in V' \setminus \{0, n+1\} \qquad (12)$$

$$u_{0,k} \geq 0 \qquad \forall k \in \{1, \dots, m\} \qquad (13)$$

$$u_{n+1,k} \geq 0 \qquad \forall k \in \{1, \dots, m\} \qquad (14)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A' : \qquad (15)$$

$$i \neq 0, j \neq n+1$$

$$x_{0,i,k} \in \{0,1\} \qquad \forall k \in \{1, \dots, m\}, \qquad (16)$$

$$\forall i \in V' \setminus \{0, \dots, n+1\}$$

$$x_{i,n+1,k} \in \{0,1\} \qquad \forall k \in \{1, \dots, m\}, \qquad (17)$$

$$\forall i \in V' \setminus \{0, \dots, n+1\}$$