

Лекция 1 Основы нейронных сетей

Байгушев Данила

2 сентября 2019 г.

Организационные вопросы

Структура курса

- ▶ Часть 1: Общая теория
 - 7 лекций (1.5 часа)
 - 7 семинаров (1.5 часа) [21 балл]
 - ▶ Коллоквиум [15 баллов]
- ▶ Часть 2: Применение
 - 7 лекций (1.5 часа)
 - 7 семинаров (1.5 часа) [21 балл]
 - Коллоквиум [15 баллов]
- Исследовательский проект [30 баллов]

Структура курса

- ▶ Часть 1: Общая теория
 - 7 лекций (1.5 часа)
 - 7 семинаров (1.5 часа) [21 балл]
 - ▶ Коллоквиум [15 баллов]
- ▶ Часть 2: Применение
 - 7 лекций (1.5 часа)
 - 7 семинаров (1.5 часа) [21 балл]
 - Коллоквиум [15 баллов]
- Исследовательский проект [30 баллов]

Разбалловка:

- ▶ [0,50) «неудовлетворительно»
- ▶ [50,70) «удовлетворительно»
- **▶** [70, 80) «хорошо»
- ▶ 80+ «отлично»

Структура курса

- ▶ Общение: Slack, # dm2 neural networks
- ▶ Лекторы:
 - ▶ Данила Байгушев (@danila baigushev, DanilaBay24@gmail.com)
 - Кузьма Храбров (@kuzma, k.khrabrov@corp.mail.ru)
- Задание посылается на почту networks.sphere@gmail.com
- ► Тема письма: "[NN19, Задание X], Фамилия Имя".

Первая лекция

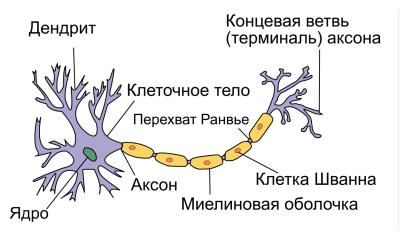


Figure: Структура нейрона

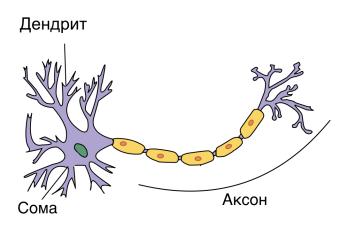


Figure: Структура нейрона

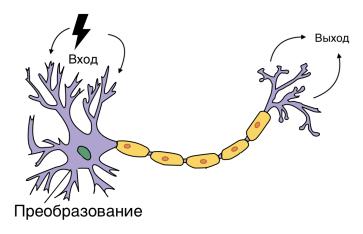


Figure: Структура нейрона

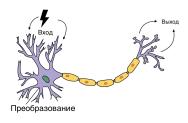


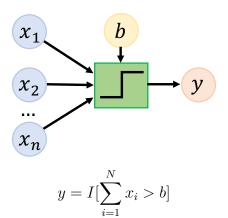
Figure: Структура нейрона

Выходной сигнал посылается при достижении определенного уровня входного сигнала.

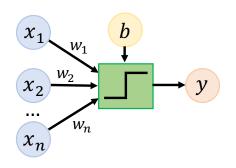
Модель:

$$y = \begin{cases} 1, & \sum\limits_{i=1}^N x_i > b \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} = I[\sum\limits_{i=1}^N x_i > b]$$

Модель 1: Схема

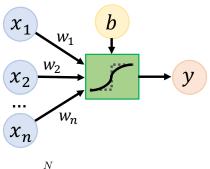


Модель 2: Чувствительность нейронов



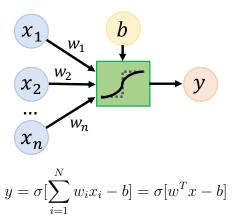
$$y = I[\sum_{i=1}^{N} w_i x_i > b] = I[w^T x > b]$$

Модель 3: Непрерывная активация



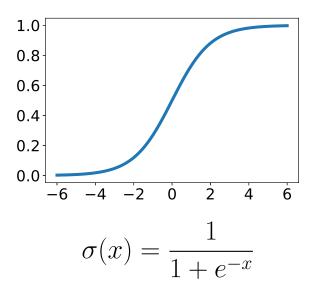
$$y = \sigma[\sum_{i=1}^{N} w_i x_i - b] = \sigma[w^T x - b]$$

Модель 3: Непрерывная активация



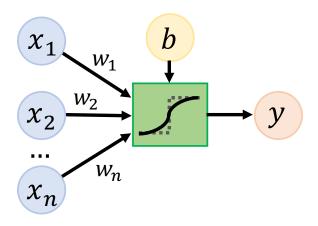
Параметры нейрона: w — веса, b — смещение.

Функция активации



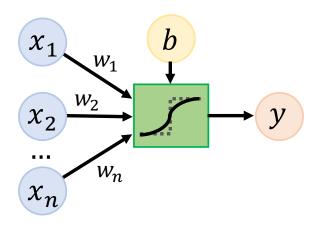
Полносвязные сети

Перцептрон



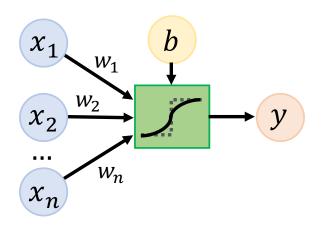
▶ Можем моделировать:

Перцептрон



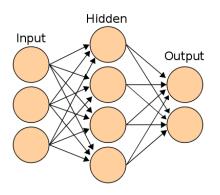
- ► Можем моделировать: NOT, AND, OR
- ▶ Не можем моделировать:

Перцептрон



- ► Можем моделировать: NOT, AND, OR
- ▶ Не можем моделировать: XOR

Сети с одним скрытым слоем



Теорема (универсальный аппроксиматор) 1

Любую непрерывную на компакте функцию можно равномерно приблизить нейронной сетью с одним скрытым слоем.

http://neuralnetworksanddeeplearning.com/chap4.html

¹Отличная визуализация:

Как обучить нейронную сеть?

Обучить нейронную сеть — подобрать значения всех настраиваемых параметров (веса и смещения).

Два этапа:

- 1. Задать функцию потерь $\mathcal L$
- 2. Подобрать веса, минимизирующие ${\cal L}$

Регрессия

Хотим предсказать непрерывную величину y для объекта X (задача регрессии).

Имеется выборка $(X_1,t_1),\dots,(X_n,t_n)$. Пусть сеть предсказала y на объекте с правильной меткой t. Функция потерь: $\delta=t-y$

- ▶ Mean Squared Error (MSE): δ^2
- Mean Absolute Error (MAE): $|\delta|$
- Разная стоимость пере- и недопрогноза:

$$\delta^2(a \cdot \mathcal{I}[\delta < 0] + b \cdot \mathcal{I}[\delta \ge 0])$$

Классификация: Negative log-likelihood

Хотим предсказать класс объекта. Функция потерь:

$$-\sum_{c=1}^{C} I[t=c] \log p_c$$

$$p_1,\dots,p_C$$
 — предсказания вероятностей от нейросети: $\sum\limits_{c=1}^C p_c=1$

lacktriangle Как обеспечить условие $\sum\limits_{c=1}^{C}p_c=1$?

Классификация: Negative log-likelihood

Хотим предсказать класс объекта. Функция потерь:

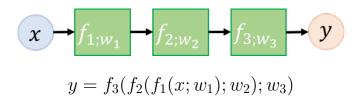
$$-\sum_{c=1}^{C} I[t=c] \log p_c$$

 p_1,\dots,p_C — предсказания вероятностей от нейросети: $\sum\limits_{c=1}^C p_c=1$

- lacktriangle Как обеспечить условие $\sum\limits_{c=1}^{C}p_c=1$?
- $extbf{P}_i = rac{e^{y_i}}{\sum\limits_{k=1}^C e^{y_k}} \leftarrow ext{Softmax} \, (ext{«мягкий» максимум})$

Отдельный случай: бинарная классификация.

- lacktriangle Достаточно одного выхода нейросети, пропущенного через σ

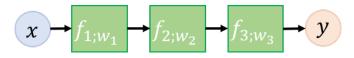


$$x \to f_{1;w_{1}} \to f_{2;w_{2}} \to f_{3;w_{3}} \to y$$

$$y = f_{3}(f_{2}(f_{1}(x; w_{1}); w_{2}); w_{3})$$

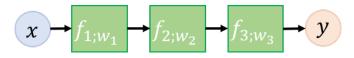
$$y = \sigma \Big(W_{3}[\sigma(W_{2}[\sigma(W_{1}x + b_{1})] + b_{2})] + b_{3}\Big)$$

$$\mathcal{L} = ||y - t||^{2} \to \min_{W_{1}, W_{2}, W_{3}, b_{1}, b_{2}, b_{3}}$$



Градиентный спуск:

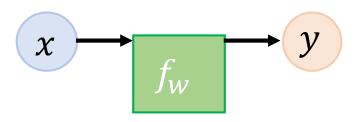
- 1. $W^0 \leftarrow$ Начальное приближение : $W_i \sim \mathcal{N}(0,0.1), b_i = 0$
- 2. WHILE not converged:
- 3. $W^k \leftarrow W^{k-1} \eta \nabla_W \mathcal{L}$

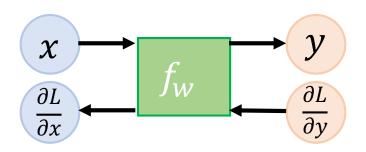


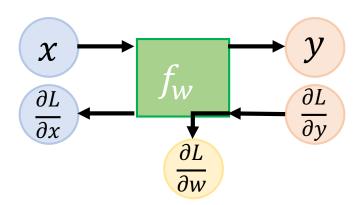
Градиентный спуск:

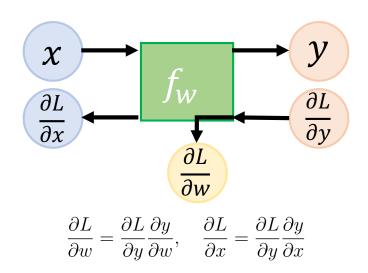
- 1. $W^0 \leftarrow$ Начальное приближение : $W_i \sim \mathcal{N}(0, 0.1), b_i = 0$
- 2. WHILE not converged:
- 3. $W^k \leftarrow W^{k-1} \eta \nabla_W \mathcal{L}$

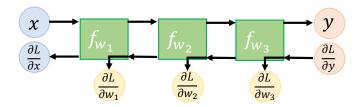
 $y = \sigma\Big(W_3[\sigma(W_2[\sigma(W_1x+b_1)]+b_2)] + b_3\Big)$: Сложность вычисления градиента растет с увеличением размера сети



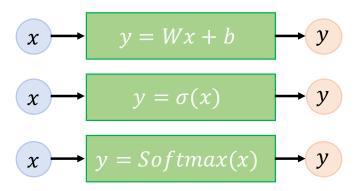








Building blocls



Gradient checking

Можно проверить корректность реализации, сравнив:

- Посчитанный градиент
- Численный градиент:

$$\frac{\partial L}{\partial w} \approx \frac{L(w+\epsilon) - L(w-\epsilon)}{2\epsilon}$$

Применение нейронных сетей

Neural networks vs Human writing

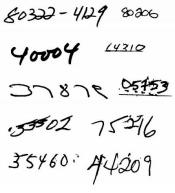


Figure: Zip codes

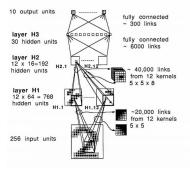


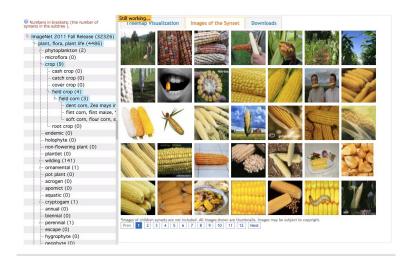
Figure: Network

AlphaGo

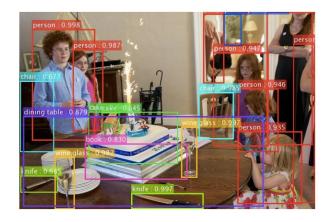


How Google's AlphaGo Beat a Go World Champion

Imagenet



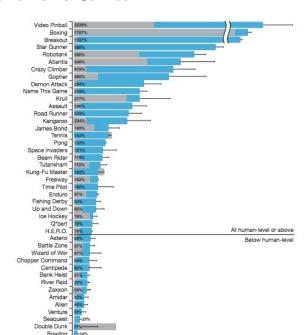
Classification: object detection



Artistic Style



Neural networks vs Games



DCGAN





Figure: Faces Figure: Anime Более хорошие результаты: https://www.youtube.com/watch?v=X0xxPcy5Gr4

Cross-domain



Семинар

№1: Матричные производные

- $ightharpoonup \frac{\partial}{\partial x} x^T A x = ?$
- $ightharpoonup \frac{\partial}{\partial A} x^T A x = ?$
- $\blacktriangleright \frac{\partial}{\partial x} ||Ax + b||^2 = ?$

№2: Линейная регрессия

- ▶ Выпишите функционал для линейной регрессии
- ▶ Найдите оптимальное значение весов

№3: Дифференцирование NLL

- ▶ Выпишите значение связки Softmax + NLL
- ightharpoonup Выведите градиент $\frac{\partial}{\partial y} \mathsf{NLL}(\mathsf{Softmax}(y);t)$

№4: Логистическая регрессия

- $p(y|x) = \sigma(y[w^T x])$
- Выпишите функцию правдоподобия
- ▶ Выпишите градиент логарифма функции правдоподобия
- Как ведет себя градиент на правильно классифицированных объектах?
- Как ведет себя градиент на неправильно классифицированных объектах?

Вопросы

