

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
“Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана”

ДИСЦИПЛИНА: АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Расстояния Левенштейна и Дамерау-Левенштейна

Студент: Сиденко Анастасия Геннадьевна

Группа: ИУ7-53Б

Преподаватели: Строганов Юрий Владимирович

Волкова Лидия Леонидовна

2019 г.

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1 Аналитическая часть</b>	<b>3</b>
1.1 Описание задачи . . . . .	3
1.2 Пути решения . . . . .	4
1.3 Выводы . . . . .	4
<b>2 Конструкторская часть</b>	<b>5</b>
2.1 IDEF0 . . . . .	5
2.2 Схемы алгоритмов . . . . .	5
2.2.1 Расстояние Левенштейна матричным способом . . . . .	5
2.2.2 Расстояние Дамерау-Левенштейна матричным способом . . . . .	6
2.2.3 Расстояние Дамерау-Левенштейна рекурсивным способом . . . . .	7
2.3 Выводы . . . . .	7
<b>3 Технологическая часть</b>	<b>8</b>
3.1 Требования к программному обеспечению . . . . .	8
3.2 Средства реализации . . . . .	8
3.3 Листинг кода . . . . .	8
3.4 Тестирование . . . . .	9
3.5 Выводы . . . . .	9
<b>4 Экспериментальная часть</b>	<b>11</b>
4.1 Примеры работы . . . . .	11
4.2 Результаты тестирования . . . . .	11
4.3 Замеры времени . . . . .	12
4.4 Выводы . . . . .	13
<b>Заключение</b>	<b>14</b>

# Введение

В данной лабораторной работе ставятся следующие задачи:

1. Изучение алгоритма Левенштейна и его модификации (алгоритма Дамерау-Левенштейна) для нахождения расстояния между строками
2. Получение практических навыков реализации данных алгоритма с использованием рекурсии и матрицы на одном из языков программирования
3. Сравнительный анализ матричного и рекурсивного алгоритмов по затрачиваемым ресурсам (зависимость времени от длины строки)
4. Экспериментальное подтверждение различий во временной эффективности рекурсивной и матричной реализаций выбранного алгоритма определения расстояния между строками на материале замеров процессорного времени выполнения реализации на варьирующихся длинах строк

# 1 Аналитическая часть

Рассмотрим понятия расстояния Левенштейна и расстояния Дамерау-Левенштейна, их использование в настоящее время.

## 1.1 Описание задачи

**Расстояние Левенштейна** (редакционное расстояние) — минимальное количество операций вставки одного символа, удаления одного символа и замены одного символа на другой, необходимых для превращения одной строки в другую.

Для двух строк  $s1, s2$ , их длины  $m, n$  соответственно, расстояние Левенштейна равно  $D(m, n)$ , где

$$D(i, j) = \begin{cases} 0, & i = 0, j = 0 \\ i, & i > 0, j = 0 \\ j, & i = 0, j > 0 \\ \min \begin{pmatrix} D(i, j-1) + 1 \\ D(i-1, j) + 1 \\ D(i-1, j-1) + \begin{cases} 0, & s1[i] = s2[j] \\ 1, & else \end{cases} \end{pmatrix}, & j > 0, i > 0 \end{cases} \quad (1)$$

**Редакторские операции:**

1. I – Вставка – штраф 1
2. D – Удаление – штраф 1
3. R – Замена – штраф 1
4. M – Совпадение – штраф 0

**Расстояние Дамерау-Левенштейна** – если к списку разрешённых операций добавить транспозицию (два соседних символа меняются местами), получается расстояние Дамерау — Левенштейна. Дамерау показал, что 80% ошибок при наборе текста человеком являются транспозициями. Цена ошибки транспозиции равна 1.

Для двух строк  $s1, s2$ , их длины  $m, n$  соответственно, расстояние Левенштейна равно  $D(m, n)$ , где

$$D(i, j) = \begin{cases} 0, & i = 0, j = 0 \\ i, & i > 0, j = 0 \\ j, & i = 0, j > 0 \\ \min \begin{pmatrix} D(i, j-1) + 1 \\ D(i-1, j) + 1 \\ D(i-1, j-1) + \begin{cases} 0, & s1[i] = s2[j] \\ 1, & else \end{cases} \end{pmatrix}, & i, j > 1, s1[i] = s2[j-1], s1[i-1] = s2[j] \\ \min \begin{pmatrix} D(i-2, j-2) + 1 \\ D(i, j-1) + 1 \\ D(i-1, j) + 1 \\ D(i-1, j-1) + \begin{cases} 0, & s1[i] = s2[j] \\ 1, & else \end{cases} \end{pmatrix}, & else \end{cases} \quad (2)$$

**Расстояние Левенштейна и его модификация активно применяются:**

1. для исправления ошибок в слове (в поисковых системах, базах данных, при вводе текста, при автоматическом распознавании отсканированного текста или речи).
2. для сравнения текстовых файлов утилитой diff и ей подобными. Здесь роль «символов» играют строки, а роль «строк» — файлы.
3. в биоинформатике для сравнения генов, хромосом и белков.

## 1.2 Пути решения

Впервые задачу поставил в 1965 году советский математик Владимир Левенштейн при изучении последовательностей 0-1, а впоследствии более общую задачу для произвольного алфавита связали с его именем.

А пару лет назад Фредерик Дамерау доказал, что большинство ошибок при наборе текста — как раз и есть транспозиции. Поэтому именно данная метрика дает наилучшие результаты на практике.

Исходный вариант алгоритма имеет временную сложность  $O((m+1)(n+1))$  и потребляет  $O((m+1)(n+1))$  памяти, где  $m$  и  $n$  — длины сравниваемых строк. Весь процесс можно представить матрицей.

## 1.3 Выводы

Алгоритмы Дамерау и Дамерау-Левенштейна, для нахождения редакторского расстояния, особо актуальны во время развития технологий и биоинформатики. В основе нахождения минимального расстояния лежат редакторские операции - вставка, удаление, замена, совпадение и транспозиция, которая была введена Дамерау. В данной работе требуется изучить и применить данные алгоритмы, а также получить сравнение реализаций по скорости работы.

## 2 Конструкторская часть

В данной работе для нахождения расстояния Левенштейна используется матричный алгоритм, для Дамерау-Левенштейна - матричный и рекурсивный. Рассмотрим и изучим данные варианты реализации.

### 2.1 IDEF0

На рисунке 1 показана диаграмма нашего алгоритма.

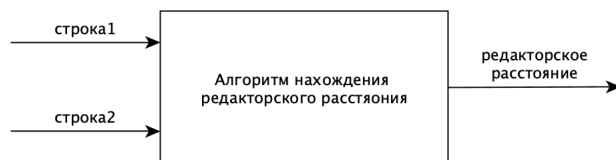


Рис. 1 - IDEF0

### 2.2 Схемы алгоритмов

Приведем схемы 3 исследуемых нами алгоритмов.

#### 2.2.1 Расстояние Левенштейна матричным способом

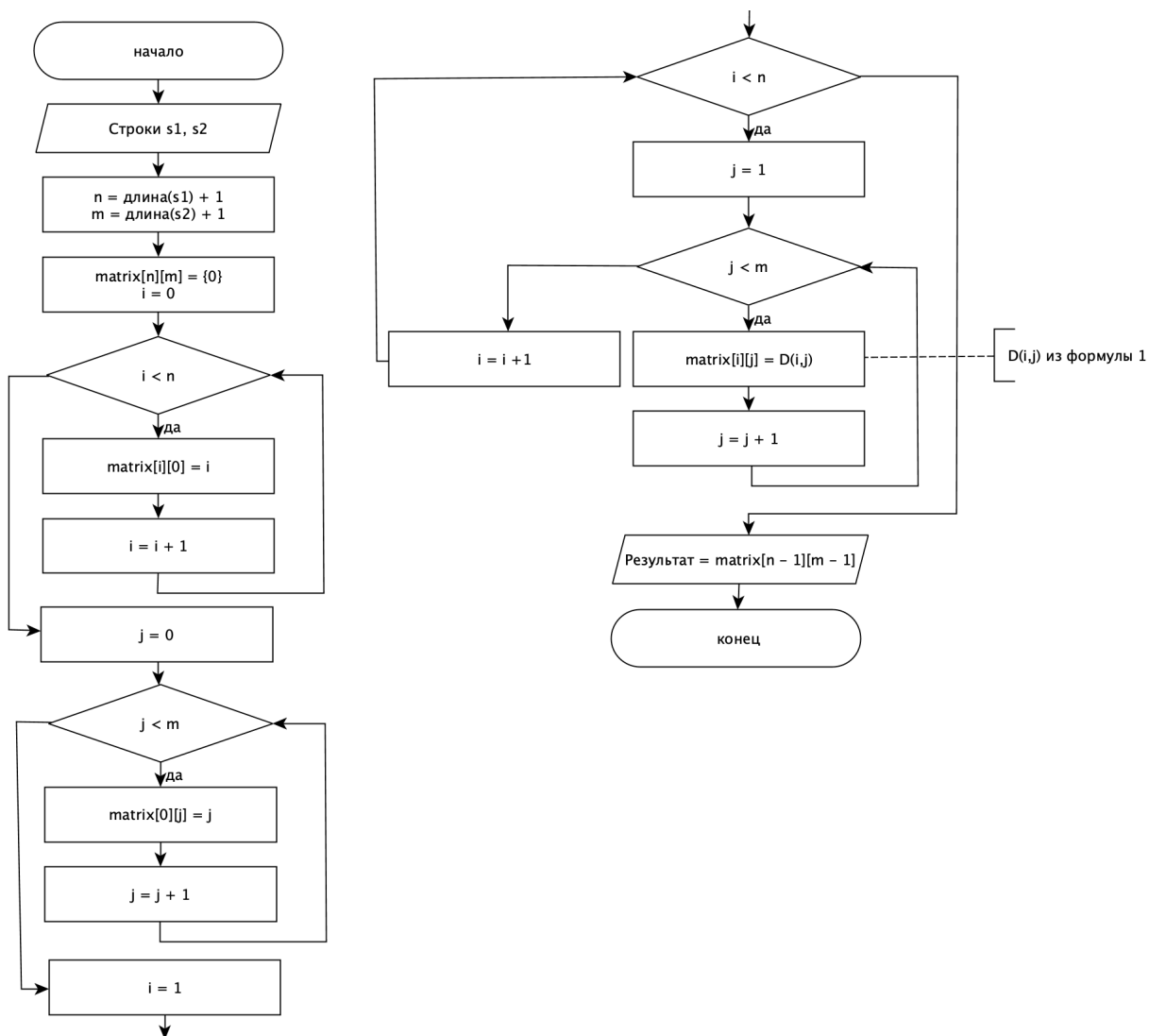


Схема 1 - алгоритм нахождения расстояния Левенштейна матричным способом

### 2.2.2 Расстояние Дameraу-Левенштейна матричным способом

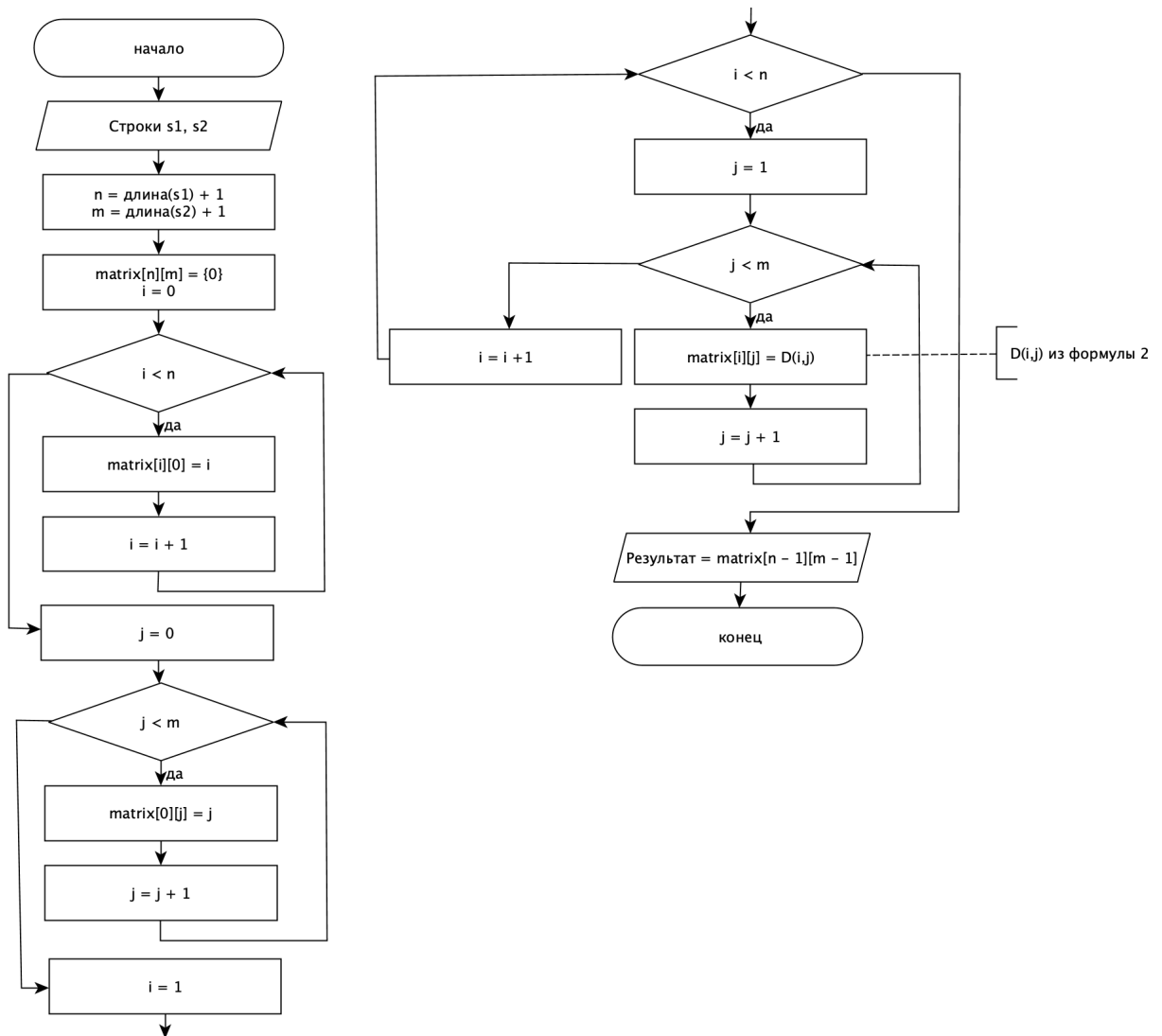


Схема 2 - алгоритм нахождения расстояния Дameraу-Левенштейна матричным способом

### 2.2.3 Расстояние Дameraу-Левенштейна рекурсивным способом

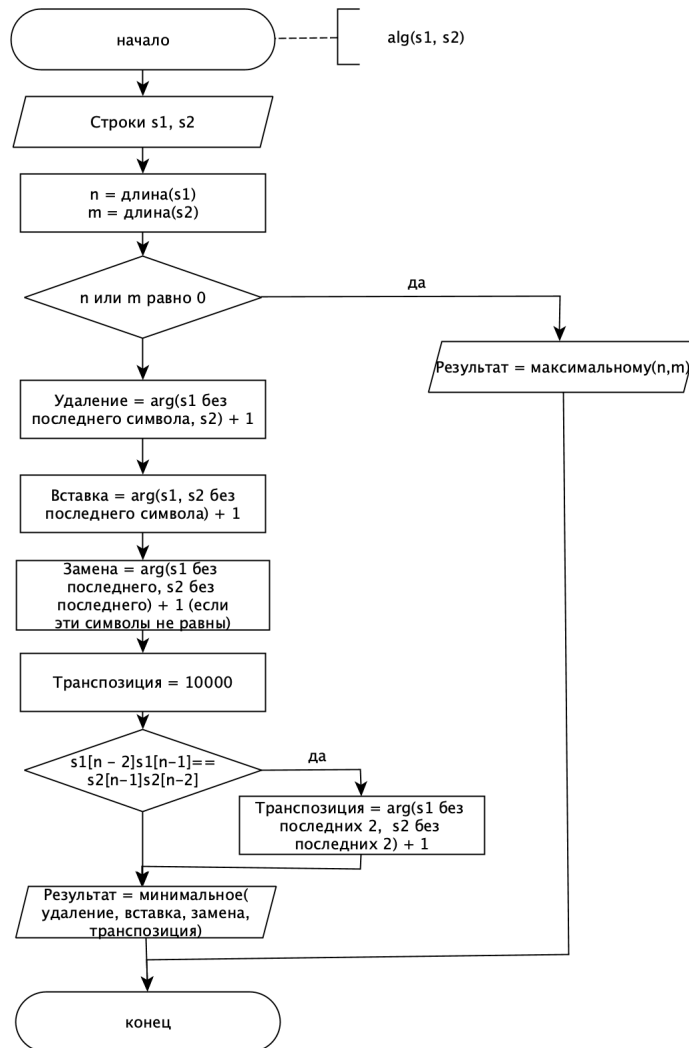


Схема 3 - алгоритм нахождения расстояния Дameraу-Левенштейна рекурсивным способом

## 2.3 Выводы

В самом коротком пути рекурсивный алгоритм нахождения расстояния Дameraу-Левенштейна имеет сложность  $\Omega(4^{\min(m,n)})$ , а в максимальная длина  $\Omega(4^{m+n+1})$ , матричная реализация имеет сложность  $\Omega(mn)$ . Следует вывод, что рекурсивная реализация является гораздо более затратной по времени. Реализуем алгоритмы поиска редакторских расстояний и проверим наше предположение.



## 3 Технологическая часть

Стоит задача разработки и сравнительного анализа алгоритмов, вычисляющих редакторские расстояния.

В реализациях в целях увеличения точности подсчета времени вывод матрицы был вынесен за пределы функций-алгоритмов. В целях наглядности были опущены части программ, не относящиеся к работе алгоритмов.

### 3.1 Требования к программному обеспечению

ПО должно предоставлять возможность замеров процессорного времени выполнения реализации каждого алгоритма. Требуется провести замеры для варьирующихся длин строк: от 100 до 1000. Один эксперимент ставится не менее 100 раз, результат одного эксперимента рассчитывается как среднее значение результатов проведенных испытаний с одинаковыми входными данными.

Используемое ПО - Mac OS.

### 3.2 Средства реализации

В качестве языка программирования был выбран Python.

Python – высокоуровневый язык программирования общего назначения, ориентированный на повышение производительности разработчика и читаемости кода. Синтаксис Python минималистичен. В то же время стандартная библиотека включает большой объём полезных функций.

Python обладает динамической типизацией, автоматическим управлением памятью.

### 3.3 Листинг кода

Расстояние Левинштейна, матричный способ:

```
1 def levinstein(s1, s2):
2     n_matrix = len(s1) + 1
3     m_matrix = len(s2) + 1
4     matrix = [[0] * m_matrix for i in range(n_matrix)]
5
6     for i in range(n_matrix):
7         matrix[i][0] = i
8     for j in range(m_matrix):
9         matrix[0][j] = j
10
11    for i in range(1, n_matrix):
12        for j in range(1, m_matrix):
13            matrix[i][j] = min(matrix[i - 1][j] + 1, matrix[i][j - 1] + 1,
14                               matrix[i - 1][j - 1] + (s1[i - 1] != s2[j - 1]))
15
16    return matrix[n_matrix - 1][m_matrix - 1]
```

Расстояние Дамерау-Левинштейна, матричный способ:

```
1 def damerau_levinstein_matrix(s1, s2):
2     n_matrix = len(s1) + 1
3     m_matrix = len(s2) + 1
4     matrix = [[0] * m_matrix for i in range(n_matrix)]
5
6     for i in range(n_matrix):
7         matrix[i][0] = i
8     for j in range(m_matrix):
9         matrix[0][j] = j
10
11    for i in range(1, n_matrix):
12        for j in range(1, m_matrix):
13            if (i > 1 and s1[i - 1] == s2[j - 2] and s1[i - 2] == s2[j - 1]):
```

```

14         matrix[i][j] = min(matrix[i - 1][j] + 1,
15         matrix[i][j - 1] + 1, matrix[i - 1][j - 1] +
16         (s1[i - 1] != s2[j - 1]), matrix[i - 2][j - 2] + 1)
17     else:
18         matrix[i][j] = min(matrix[i - 1][j] + 1,
19         matrix[i][j - 1] + 1, matrix[i - 1][j - 1] +
20         (s1[i - 1] != s2[j - 1]))
21
22     return matrix[n_matrix - 1][m_matrix - 1]

```

**Расстояние Дамерау-Левинштейна, рекурсивный способ:**

```

1     def damerau_levinstein_recursive(s1, s2):
2         n = len(s1)
3         m = len(s2)
4         if (0 == n):
5             return m
6         if (0 == m):
7             return n
8
9         delete = damerau_levinstein_recursive(s1[:-1], s2) + 1
10        insert = damerau_levinstein_recursive(s1, s2[:-1]) + 1
11        replace = damerau_levinstein_recursive(s1[:-1], s2[:-1]) +
12        (s1[-1] != s2[-1])
13        transposition = 1000
14        if (n > 1 and m > 1 and s1[-1] == s2[-2] and s1[-2] == s2[-1]):
15            transposition = damerau_levinstein_recursive(s1[:-2], s2[:-2]) + 1
16
17        return min(delete, insert, replace, transposition)

```

### 3.4 Тестирование

В таблице 1 представлена заготовка данных для тестирования наших алгоритмов.

Строка1	Строка2	Ожидаемый результат
dessert	desert	1
cook	cooker	2
mother	money	3
woman	water	4
program	friend	6
house	girl	5
probelm	problem	1 or 2
head	ehda	2 or 3
bring	brought	4
happy	happy	0
minute	moment	5
person	eye	5
week	weeks	1
member	morning	6
death	health	2
education	question	4
room	moor	2
car	city	3
air	area	3
country	office	6

Таблица 1. Подготовленные тестовые данные.

### 3.5 Выводы

Реализовано 3 алгоритма, подготовлены тесты для оценки качества их работы.

Получены практические навыки реализации матричного поиска расстояния Левинштейна и матричного и рекурсивного – Дамерау-Левенштейна.

## 4 Экспериментальная часть

Оценка качества работы алгоритмов. Экспериментальное сравнение работы различных алгоритмов (зависимость времени выполнения от длины входных слов).

### 4.1 Примеры работы

На рисунке 2 представлены примеры работы программы на разных входных данных.

```
Тесты - 1, графики - 2, ввод строки - 3?  
3  
Введите строку 1  
qwerty  
Введите строку 2  
asd  
  
0 1 2 3  
1 1 2 3  
2 2 2 3  
3 3 3 3  
4 4 4 4  
5 5 5 5  
6 6 6 6  
Левинштейн 6  
  
0 1 2 3  
1 1 2 3  
2 2 2 3  
3 3 3 3  
4 4 4 4  
5 5 5 5  
6 6 6 6  
Дамерау-Левинштейн матричным способом 6  
Дамерау-Левинштейн рекурсивным способом 6  
  
Тесты - 1, графики - 2, ввод строки - 3?  
3  
Введите строку 1  
qwerty  
Введите строку 2  
qwerty  
  
0 1 2 3 4 5 6  
1 0 1 2 3 4 5  
2 1 0 1 2 3 4  
3 2 1 1 1 2 3  
4 3 2 1 2 2 3  
5 4 3 2 2 2 3  
6 5 4 3 3 3 2  
Левинштейн 2  
  
0 1 2 3 4 5 6  
1 0 1 2 3 4 5  
2 1 0 1 2 3 4  
3 2 1 1 1 2 3  
4 3 2 1 1 2 3  
5 4 3 2 2 1 2  
6 5 4 3 3 2 1  
Дамерау-Левинштейн матричным способом 1  
Дамерау-Левинштейн рекурсивным способом 1  
  
Тесты - 1, графики - 2, ввод строки - 3?  
3  
Введите строку 1  
  
Введите строку 2  
  
0  
Левинштейн 0  
  
0  
Дамерау-Левинштейн матричным способом 0  
Дамерау-Левинштейн рекурсивным способом 0
```

Рис. 2 - Примеры работы

### 4.2 Результаты тестирования

Проверяем нашу программу на тестах из таблицы 1. Полученные результаты представлены в таблице 2.

Строка1	Строка2	Л. матричный	Д.-Л. матричный	Д.-Л. рекурсивный
dessert	desert	1	1	1
cook	cooker	2	2	2
mother	money	3	3	3
woman	water	4	4	4
program	friend	6	6	6
house	girl	5	5	5
probelm	problem	2	1	1
head	ehda	3	2	2
bring	brought	4	4	4
happy	happy	0	0	0
minute	moment	5	5	5
person	eye	5	5	5
week	weeks	1	1	1
member	morning	6	6	6
death	health	2	2	2
education	question	4	4	4
room	moor	2	2	2
car	city	3	3	3
air	area	3	3	3
country	office	6	6	6

Таблица 2. Тестирование программы.

Тесты пройдены

### 4.3 Замеры времени

На графиках 1-3 представлено сравнение алгоритмов поиска редакционного расстояния по времени.

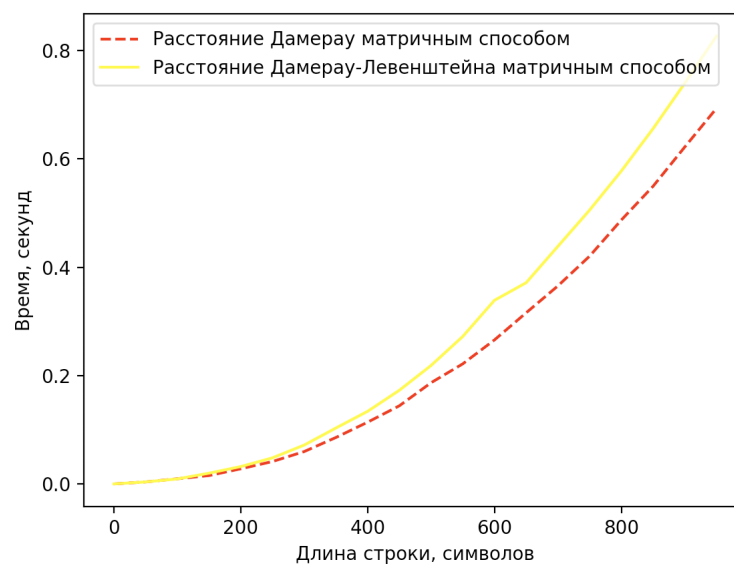


График 1 - Сравнение реализации алгоритмов нахождения расстояний Левенштейна и Дameraу-Левенштейна матричным способом

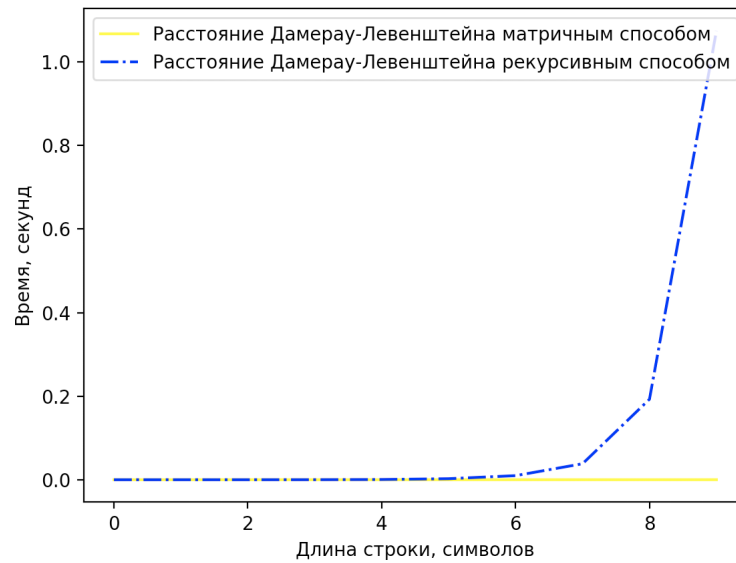


График 2 - Сравнение реализации алгоритмов нахождения расстояния Дameraу-Левенштейна матричным и рекурсивным способом

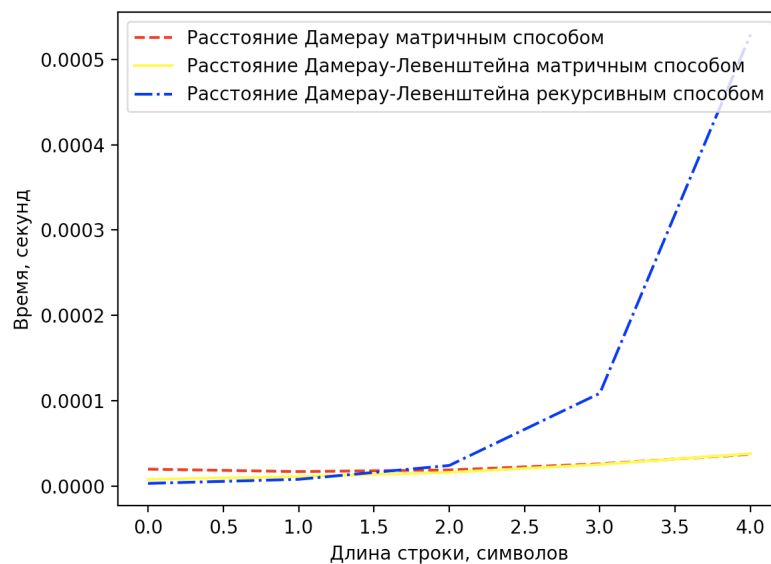


График 3 - Сравнение реализации всех 3 алгоритмов

## 4.4 Выводы

Как видно из графиков рекурсивный алгоритм является самым медленным, гораздо быстрее использовать алгоритмы матричные. Дameraу-Левенштейна проигрывает обычному Левенштейну только на очень больших длинах слов, но цена ошибки, в некоторых случаях, у него меньше.

## Заключение

В данной лабораторной работе было реализовано и проанализировано 3 алгоритма нахождения редакционных расстояний:

1. нахождение расстояния Левенштейна матричным способом
2. нахождение расстояния Дамерау-Левенштейна матричным способом
3. нахождение расстояния Дамерау-Левенштейна рекурсивным способом

Расстояние Левенштейна и его модификация активно применяются:

1. для исправления ошибок в слове (компьютерная или машинная лингвистика)
2. для сравнения текстовых файлов утилитой diff и ей подобными
3. в биоинформатике для сравнения генов, хромосом и белков

При сравнении данных алгоритмов пришли к следующим выводам:

1. Рекурсивный алгоритм является самым медленным, гораздо быстрее использовать алгоритмы матричные.
2. Дамерау-Левенштейна проигрывает обычному Левенштейну только на очень больших длинах слов, но цена ошибки, в некоторых случаях, у него меньше.

## Список литературы

- [1] Сложность дистанции редактирования (расстояние Левенштейна)[Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://qaru.site/questions/3908099/complexity-of-edit-distance-levenshtein-distance-recursion-top-down-implementation> (дата обращения: 15.09.2019).
- [2] Вычисление редакционного расстояния[Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/post/117063/> (дата обращения: 15.09.2019).
- [3] Нечёткий поиск в тексте и словаре[Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/post/114997/> (дата обращения: 15.09.2019).