Labor „Nim-Spiel“: Spielregeln

Spielregeln:

Das Spiel beginnt mit drei Reihen, die beliebig viele, auch gar keine, Streichhölzer enthalten.

Zwei Spieler ziehen abwechselnd. Ein Zug besteht darin, eine Reihe auszuwählen und aus dieser Reihe beliebig viele, jedoch mindestens ein Streichholz zu entnehmen. Wer das letzte Streichholz nimmt, hat das Spiel gewonnen.

Labor „Nim-Spiel“: Spielstrategie

- Analyse des Spielstands nach dem Zug der Spielerin **1**
  - Interpretation der Streichholzanzahlen als Binärzahlen
    Gewinnstellung: keine Spalte enthält eine 1!
  - Fallunterscheidung bezüglich der Spalte i:

```
0
0
0
```

» Fall 1: Spalte i enthält keine 1; gerade Spaltensumme
⇒ Spielerin 1 hat das Spiel bezüglich dieser Spalte gewonnen

```
1
0
1
```

» Fall 2: Spalte i enthält genau zwei Bits mit dem Wert 1; gerade Spaltensumme
⇒ Spieler 2 kann das Spiel bezüglich dieser Spalte mit dem nächsten Zug nicht gewinnen

```
1
0
0
```

» Fall 3: Spalte i enthält genau ein Bit mit dem Wert 1; ungerade Spaltensumme
⇒ Spieler 2 kann das Spiel bezüglich dieser Spalte mit dem nächsten Zug gewinnen

```
1
1
1
```

» Fall 4: Spalte i enthält genau drei Bits mit dem Wert 1; ungerade Spaltensumme
⇒ Spielerin 1 kann das Spiel bezüglich dieser Spalte mit dem übernächsten Zug nicht gewinnen

Labor „Nim-Spiel“: Spielstrategie

- Fall 1 + 2: gerade Spaltensumme
  - aus der *Sicht des Spielers, der am Zug ist,* eine ***Verlustsituation*** bezüglich der betrachteten Spalte
- Fall 1 + 2 gilt für alle Spalten
  - aus der *Sicht des Spielers, der am Zug ist,* eine ***Spiel-Verlustsituation***

- Fall 3 + 4: ungerade Spaltensumme
  - aus der Sicht des Spielers, der am Zug ist, eine ***Gewinnsituation*** bezüglich der betrachteten Spalte
- Fall 3 + 4 gilt für mindestens eine Spalte
  - aus der Sicht des Spielers, der am Zug ist, eine ***Spiel-Gewinnsituation***

Labor „Nim-Spiel“: Spielstrategie

Spielerin 1 übergibt die Reihen so an Spieler 2, dass alle Spaltensummen gerade sind.

↓

Spieler 2 muss dann in mindestens einer Spalte genau eine 1 entfernen oder hinzufügen. Die Summe der Bits in dieser Spalte ist anschließend ungerade.

↓

Spielerin 1 kann dann in jeder Spalte mit ungerader Bitsumme genau eine 1 entfernen oder hinzufügen, so dass sich auch in diesen Spalten wieder gerade Spaltensummen ergeben.

Labor „Nim-Spiel“: Spielstrategie

- Exklusiv-Oder-Operation **xor**

```
  0101        01010101
  0110        00110011
  ----        00001111
  0011        --------
              01101001
```

- Test, ob die Summe der Bits in der Spalte i gerade oder ungerade ist
  - **xor**[i] == 1, wenn die Summe der Bits in der Spalte i ungerade ist,
    0 sonst
- Spieler 2 am Zug: Gewinner- bzw. Verlierertest
  - AnzahlReihe1 **xor** AnzahlReihe2 **xor** AnzahlReihe3 == 0

    ⇒ alle Spaltensummen sind gerade

    ⇒ Spieler 2 wird das Spiel verlieren!
  - AnzahlReihe1 **xor** AnzahlReihe2 **xor** AnzahlReihe3 != 0

    ⇒ mindestens eine Spaltensumme ist ungerade

    ⇒ Spieler 2 wird das Spiel gewinnen!

Labor „Nim-Spiel": Spielstrategie

- In welcher Reihe müssen wieviele Streichhölzer entfernt werden?

Reihe 1:	0011	$= n_1$	1101	0011	0011
Reihe 2:	0100	$= n_2$	0100	1010	0100
Reihe 3:	1001	$= n_3$	1001	1001	0111
E :	1110	$= n_1$ **xor** n_2 **xor** n_3	0000	0000	0000

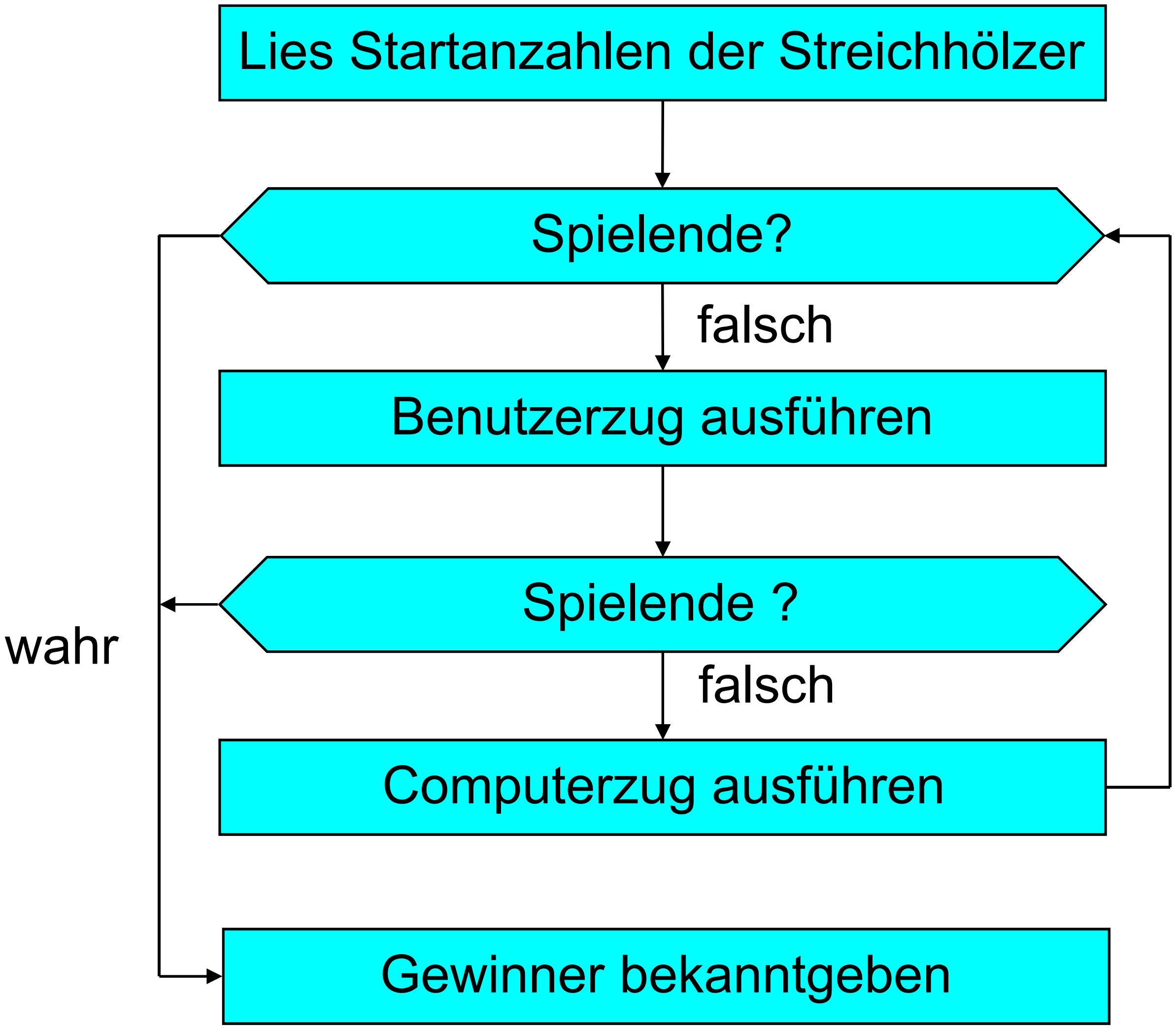
$$E[k] \;\mathbf{xor}\; n_i[k] == \begin{cases} \text{der zu } n_i[k] \text{ inverse Bitwert, wenn } E[k] \text{ gleich 1 ist,} \\ n_i[k]\text{, sonst} \end{cases}$$

B_1 = E **xor** n_1;
B_2 = E **xor** n_2;
B_3 = E **xor** n_3;

↓

Ersetze in einer Reihe i, für die $B_i < n_i$ gilt, die alte Anzahl n_i durch den neuen Wert B_i

Labor „Nim-Spiel“: Programmstruktur



Labor „Nim-Spiel"
Teilprogramm: Computerzug ausführen