

Университет ИТМО

Физико-технический мегафакультет

Физический факультет



Группа P3216

К работе допущен _____

Студент Ровкова Анастасия.

Работа выполнена _____

Григорьев Даниил, Серенко Егор

Преподаватель Рудель А. Е

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.04

*Исследование равноускоренного вращательного движения
(маятник Обербека)*

1. Цель работы.

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.

3. Расчет момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

3. Измерительные приборы.

таблица 1. Измерительные приборы

№	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	?	[0,01; 10] с	0,5 с
2	Линейка	Измерительный	[0; 700] мм	0,5 мм

4. Схема установки.

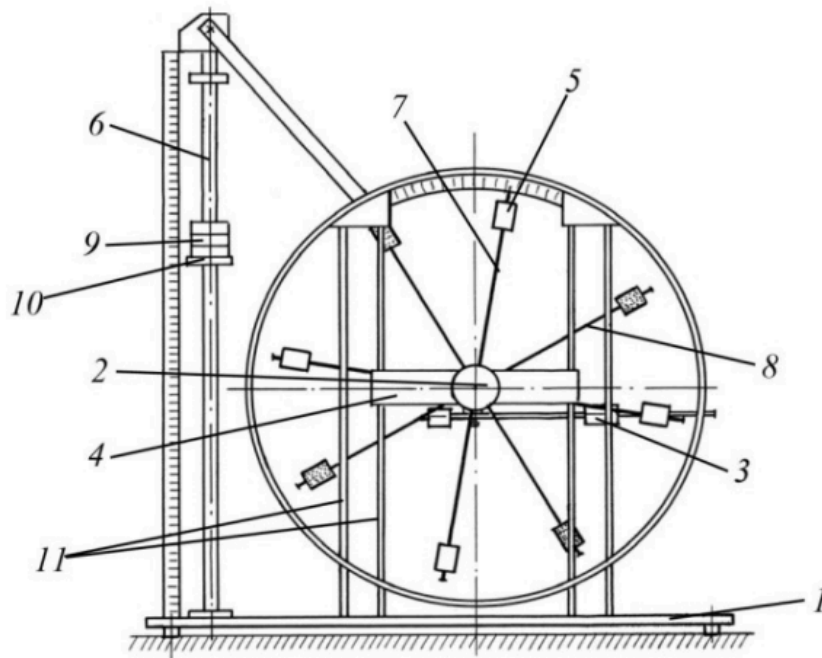


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид)

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин

3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

таблица 2. Параметры установки

Параметры установки		
1.	Масса каретки	(47,0 ± 0,5) г
2.	Масса шайбы	(220,0 ± 0,5) г
3.	Масса грузов на крестовине	(408,0 ± 0,5) г
4.	Расстояние от оси до первой риски	(57,0 ± 0,5) мм
5.	Расстояние между рисками	(25,0 ± 0,2) мм
6.	Диаметр ступицы	(46,0 ± 0,5) мм
7.	Диаметр груза на крестовине	(40,0 ± 0,5) мм
8.	Высота груза на крестовине	(40,0 ± 0,5) мм

5. Результаты прямых измерений.

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3} = \frac{3,79 + 3,72 + 3,57}{3} = 3,69 \text{ с.}$$

таблица 3. Результаты прямых измерений

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1.риска	2.риски	3.риски	4.риски	5.рисок	6.рисок
0,267	3,79	3,94	4,70	5,09	6,93	7,90
	3,72	3,98	4,64	5,36	6,88	7,72
	3,57	3,90	4,68	5,49	6,91	7,86
	3,69	3,94	4,67	5,31	6,91	7,83
0,487	2,59	3,04	3,58	3,98	4,97	5,82
	2,59	3,18	3,24	4,16	4,88	5,49
	2,51	3,04	3,38	4,08	4,93	5,68
	2,56	3,09	3,40	4,07	4,93	5,66

0,707	2,34	2,59	2,83	3,26	3,86	4,56
	2,19	2,71	2,92	3,44	4,00	4,49
	2,25	2,65	2,87	3,37	3,96	4,52
	2,26	2,65	2,87	3,36	3,94	4,52
0,927	1,87	2,00	2,66	2,66	3,03	3,79
	1,91	2,19	2,45	2,90	3,57	3,77
	1,85	2,11	2,53	2,72	3,61	3,71
	1,88	2,10	2,55	2,76	3,40	3,76

- жирное - t_{cp} .

6. Расчет косвенных результатов.

$$a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 0,7}{3,69^2} = 0,1 \text{ [м/с}^2\text{]}$$

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,046} = 3,97 \text{ [рад/с}^2\text{]}$$

$$M = \frac{md}{2} (g - a) = \frac{0,267 \cdot 0,046}{2} (9,81 - 0,1) = 0,06 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

таблица 4. Результаты вычисления a , M , ε

Масса груза, г	t_{cp} , с	a , м/с ²	ε , с ⁻²	M , Н*м
0,267	3,69	0,10	4,46	0,06
	3,94	0,09	3,92	0,06
	4,67	0,06	2,79	0,06
	5,31	0,05	2,16	0,06
	6,91	0,03	1,28	0,06
	7,83	0,02	0,99	0,06
0,487	2,56	0,21	9,26	0,11
	3,09	0,15	6,39	0,11
	3,40	0,12	5,27	0,11
	4,07	0,08	3,67	0,11
	4,93	0,06	2,51	0,11
	5,66	0,04	1,90	0,11
0,707	2,26	0,27	11,92	0,16
	2,65	0,20	8,67	0,16
	2,87	0,17	7,37	0,16
	3,36	0,12	5,40	0,16
	3,94	0,09	3,92	0,16
	4,52	0,07	2,97	0,16
0,927	1,88	0,40	17,28	0,20
	2,10	0,32	13,80	0,20
	2,55	0,22	9,39	0,20
	2,76	0,18	7,99	0,21

	3,40	0,12	5,26	0,21
	3,76	0,10	4,31	0,21

МНК для рис 1

$$M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$$

$$M_{\text{ср}} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4} = \frac{0,6 + 0,11 + 0,16 + 0,20}{4} = 0,13 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{4} = \frac{4,46 + 9,26 + 11,92 + 17,28}{4} = 10,73 \text{ рад/с}^2$$

$$I_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 (\varepsilon_i - \varepsilon_{\text{ср}})(M_i - M_{\text{ср}})}{\sum_{i=1}^4 (\varepsilon_i - \varepsilon_{\text{ср}})^2} = \frac{\sum_{i=1}^4 (\varepsilon_i - 10,73)(M_i - 0,13)}{\sum_{i=1}^4 (\varepsilon_i - 10,73)^2} = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$M_{\text{тр}} = M_{\text{ср}} - I_1 \cdot \varepsilon_{\text{ср}} = 0,131 - 0,01 \cdot 10,73 = 0,01 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

таблица 5. Результаты вычисления I и $M_{\text{тр}}$

	$M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$					
	1 рис	2 рис	3 рис	4 рис	5 рис	6 рис
I	0,01	0,01	0,02	0,02	0,04	0,04
$M_{\text{тр}}$	0,01	0,01	0,00	0,01	0,02	0,02
$M_{\text{ср}}$	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
$\varepsilon_{\text{ср}}$	10,73	8,20	6,20	4,80	3,24	2,54

$$I = I_0 + 4m_{\text{ут}} R^2$$

$$I_{\text{ср}} = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{6} = \frac{0,01 + 0,01 + 0,02 + 0,02 + 0,04 + 0,04}{6} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

таблица 6. Результаты вычисления R^2 и I

№	1	2	3	4	5	6
R	0,077	0,102	0,127	0,152	0,177	0,202
R^2	0,006	0,010	0,016	0,023	0,031	0,041
I	0,01	0,01	0,02	0,02	0,04	0,04

МНК

$$R_{\text{cp}}^2 = \frac{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + R_5^2 + R_6^2}{6} = 0,0213 \text{ м}^2$$

$$m_{4\text{ут}} = \frac{\sum_{i=1}^6 (R_i^2 - R_{\text{cp}}^2)(I_i - I_{\text{cp}})}{\sum_{i=1}^6 (R_i^2 - R_{\text{cp}}^2)^2} = \frac{\sum_{i=1}^6 (R_i^2 - 0,14)(I_i - 0,03)}{\sum_{i=1}^6 (R_i^2 - 0,14)^2} = 0,96 \text{ кг} - \text{масса 4-х утяжелителей}$$

$$m_{\text{ут}} = \frac{m_{4\text{ут}}}{4} = \frac{0,96}{4} = 0,24 \text{ кг}$$

$$I_0 = I - 4m_{\text{ут}} R^2 = 0,02 - 4 * 0,24 * 0,0213 = 0,005 \text{ кг} * \text{м}^2$$

7, Расчет погрешности измерений.

1. Времени t:

$$t_{\text{cp}} = 3,69 \text{ с}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = \sqrt{\frac{1}{3*2} \sum_{i=1}^3 (t_i - 3,69)^2} = 0,0649 \text{ с}$$

$$\alpha = 0,95, N = 3$$

Коэффициент Стьюдента: 4,3

$$\text{Доверительный интервал: } \Delta t' = t_{\alpha, N} * S_t = 0,279 \text{ (с)}$$

Абсолютная погрешность:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta_t}{\langle t \rangle_N} * 100\% = \frac{0,279}{3,69} * 100\% = 5,67 \%$$

2. Ускорение a для риски 1

$$a = \frac{2h}{t^2}; a_{\text{cp}} = 0,06 \text{ м/с}^2; h = 70,0 \pm 0,1 \text{ мм}; t = 3,69 \pm 0,1 \text{ с},$$

$$\Delta_a = \sqrt{\left(\frac{2\Delta h}{t^2}\right)^2 + \left(\frac{6*h}{t^3}\Delta_t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3,69^2} * 0,001\right)^2 + \left(\frac{6*0,7}{3,69^3} * 0,2\right)^2} = 0,02 \text{ м/с}^2$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a_{\text{cp}}} * 100\% = \frac{0,02}{0,06} * 100\% = 25 \%$$

3. Момент силы натяжения нити M для риски 1

$$M = \frac{md}{2}(g - a); M_{\text{cp}} = 0,13 \text{ Н} * \text{м}; m = 220,0 \pm 0,5 \text{ г},$$

$$\Delta_M = \sqrt{\left(\frac{md}{2} * \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{d}{2}(g - a)\Delta_m\right)^2 + \left(\frac{m}{2}(g - a)\Delta_d\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0,22 * 0,046 * 0,02}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,046 * (9,81 - 0,06) * 0,005}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,22 * (9,81 - 0,06) * 0,001}{2}\right)^2} = 0,001 \text{ Н} * \text{ м}$$

$$\delta_M = \frac{\Delta_m}{M_{\text{ср}}} * 100\% = \frac{0,001}{0,13} * 100\% = 0,8 \%$$

4. Угловое ускорение ε для риски 1

$$\varepsilon = \frac{2a}{d}; \varepsilon_{\text{ср}} = 2,6 \text{ рад/с}^2; a = 0,06 \pm 0,02 \text{ м/с}^2; d = 0,046 \pm 0,001 \text{ м}$$

$$\Delta_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{2}{d} * \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{4a}{d^2} \Delta_d\right)^2 +}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{0,046} * 0,02\right)^2 + \left(\frac{4 * 0,06}{0,046^2} * 0,001\right)^2} = 0,3$$

$$\delta_\varepsilon = \frac{\Delta_\varepsilon}{\varepsilon_{\text{ср}}} * 100\% = \frac{0,3}{2,6} * 100\% = 11 \%$$

5. Масса утяжелителей для риски 1

$$m_{\text{ут}} = 0,24 \text{ кг}; \delta_M \approx 0,8 \%, \delta_\varepsilon \approx 11 \%; R = 0,77 \text{ м}, \Delta R = 0,0005 \text{ м}$$

$$\delta_I = \sqrt{\delta_M^2 + \delta_\varepsilon^2} = \sqrt{11^2 + 0,8^2} \approx 11,1 \%$$

$$\delta_{R^2} = \frac{2\Delta R}{R} * 100\% \approx 1,3 \%$$

$$\delta_{m_{\text{ут}}} = \sqrt{\delta_I^2 + \delta_{R^2}^2} = \sqrt{11,3^2 + 11,1^2} = 11,2 \%$$

$$\Delta m_{\text{ут}} = m_{\text{ут}} * \frac{\delta_{m_{\text{ут}}}}{100\%} = 0,03 \text{ кг}$$

8, Графики.

$$M = 0,01 + 0,01\varepsilon$$

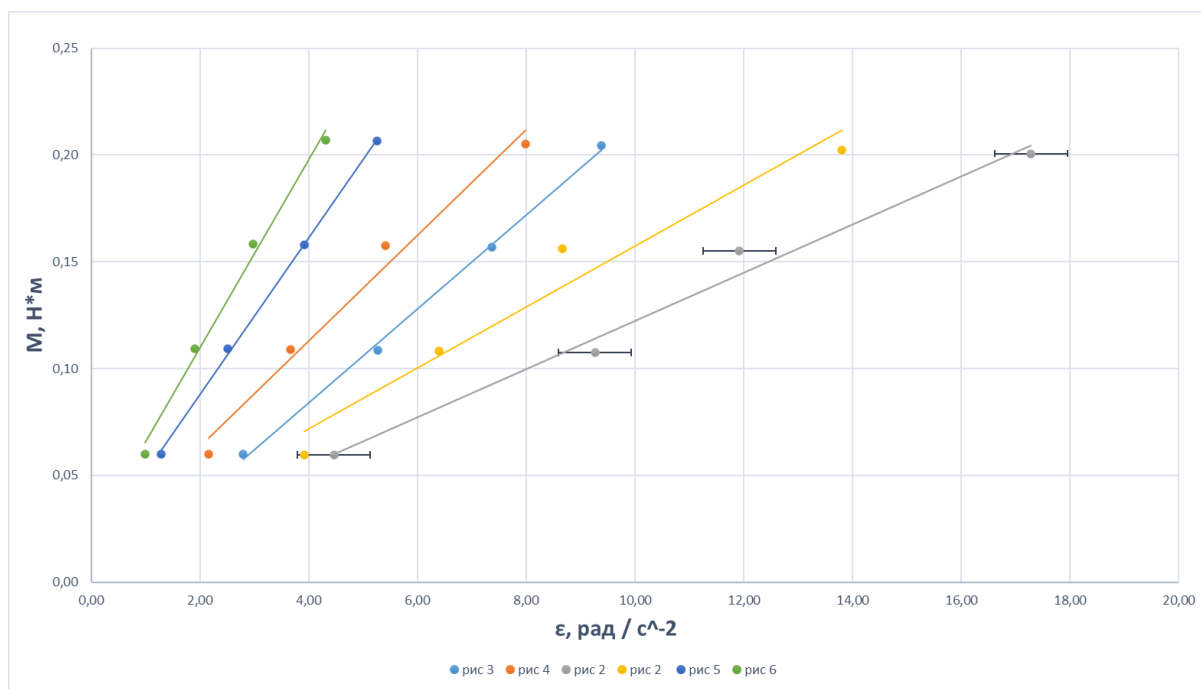


Рис. 1. График Зависимости $M(\epsilon)$, Аппроксимирующие прямые для каждой риски

$$I = 0,005 + 0,96R^2$$

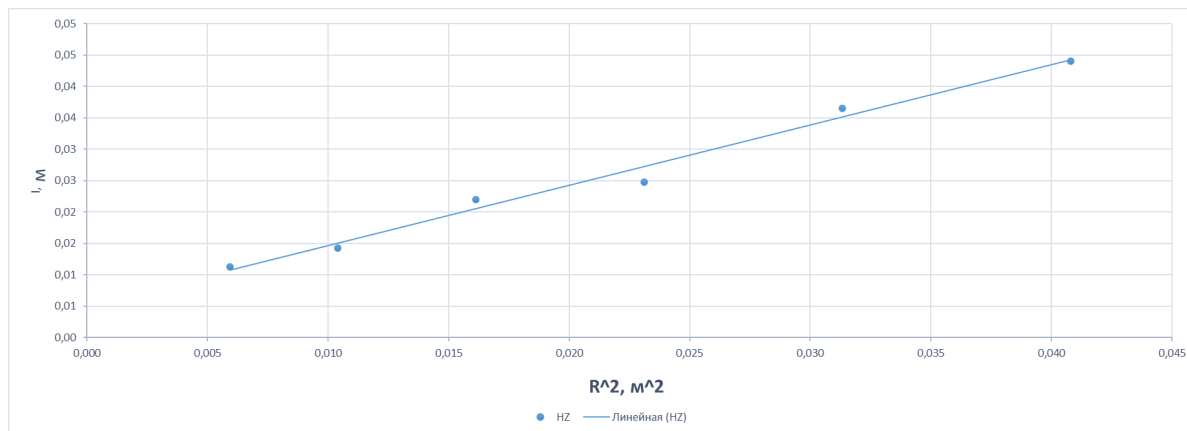


Рис.2. График. Зависимости $I(R^2)$. Аппроксимирующая прямая.

9. Окончательные результаты.

$$t = (3,69 \pm 0,28) \text{ с}; \quad \delta_{\epsilon} = 10,21 \% ; \quad \alpha = 0,95.$$

$$a = (0,06 \pm 0,02) \text{ м/с}; \quad \delta_{\epsilon} = 25 \% ; \quad \alpha = 0,95.$$

$$\epsilon = (2,6 \pm 0,3) \text{ рад} * \text{с}^{-2}; \quad \delta_{\epsilon} = 11 \% ; \quad \alpha = 0,95.$$

$$M = (0,13 \pm 0,001) \text{ Н} * \text{м}; \quad \delta_{\epsilon} = 0,8 \% ; \quad \alpha = 0,95.$$

$$m_{\text{ут}} = (0,24 \pm 0,03) \text{ кг}; \quad \delta_{\epsilon} = 11,2 \% ; \quad \alpha = 0,95.$$

10. Вывод.

В ходе данной лабораторной работы мы проверили основной закон динамики вращения и зависимость момента инерции положения от положения масс относительно оси вращения. В процессе исследования мы убедились, что зависимость момента силы натяжения нити от углового ускорения действительно есть, тем самым проверив основной закон динамики вращения. Также мы исследовали зависимость момента инерции от положения масс относительно оси вращения, которая также подтвердилась нашими расчетами, то есть тем самым проверив также и теорему Штейнера.

В результате были получены большие погрешности для времени ускорения и углового ускорения, такие погрешности могут возникать из-за медленной реакции(пользоваться таймером сложно), трении о стержень при падении, каких-либо проблем с ниточкой.

Что касается масс то были получены 0.24 кг против 0.12 кг указанных в параметрах, что вполне ожидаемо при погрешностях во времени и ускорении описанных выше.