

Университет ИТМО

Физико-технический мегафакультет

Физический факультет



Группа P3216

К работе допущен _____

Студент Ровкова Анастасия.

Работа выполнена _____

Григорьев Даниил, Серенко Егор

Преподаватель Рудель А. Е

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

– Исследование распределения случайной величины на примере длительностей песен группы “Nirvana”.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Собрать данные о длительности всех песен группы Nirvana (в секундах).
2. Построить гистограмму распределения длительностей.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию выборки.
4. Сравнить гистограмму с функцией нормального распределения с теми же параметрами.

3. Объект исследования.

Длительность песен группы "Nirvana" среди вкладки "популярное" в приложении Spotify.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократное измерение длительности треков и оценка полученных в процессе значений случайной величины с целью определения статистических характеристик.

5. Рабочие формулы и исходные данные

$\langle t \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (t_i - \langle t \rangle)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.

$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.

$p(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right\}$ – функция Гаусса

$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения

$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – доверительный интервал.

6. Измерительные приборы.

| № п/п | Наименование | Тип прибора | Используемый диапазон | Погрешность прибора |
|-------|--------------|-------------|-----------------------|---------------------|
| 1 | Секундомер | Цифровой | 0 - 306 с | 0.3 с |

7. Схема установки.

Используются уже измеренные данные, так что в установке нет необходимости.

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

[См. Таблица 1](#)

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

- $\langle t \rangle = \frac{1}{38} \sum_{i=1}^{38} t_i = 190 \text{ с.}$
- $\sigma = \sqrt{\frac{1}{38-1} \sum_{i=1}^{38} (t_i - 190)^2} = 59,16 \text{ с.}$
- $\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = 0,0067 \text{ с.}$
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{38(38-1)} \sum_{i=1}^{38} (t_i - 190_N)^2} = 59,16324 * \sqrt{\frac{1}{38}} = 9,598 \text{ с.}$

Среди полученных данных $t_{\min} = 103 \text{ с}$ и $t_{\max} = 306 \text{ с}$ $\sqrt{N} \approx 6$, $\Delta t = 34 \text{ с.}$

| № | Границы интервалов, с | ΔN | $\rho, \text{ с}^{-1}$ | $t, \text{ с}$ | $\rho(t), \text{ с}^{-1}$ |
|---|-----------------------|------------|------------------------|----------------|---------------------------|
| 1 | [103; 137] | 4 | 0.01456 | 117 | 0.0031 |
| 2 | [137; 171] | 6 | 0.00790 | 157.11 | 0.0058 |
| 3 | [171; 205] | 7 | 0.00678 | 184 | 0.0067 |
| 4 | [205; 239] | 12 | 0.00773 | 221.25 | 0.0059 |
| 5 | [239; 273] | 5 | 0.01337 | 259.6 | 0.0034 |
| 6 | [273; 306] | 5 | 0.02904 | 291.5 | 0.0016 |

Стандартные доверительные интервалы

| | Начало интервала, с | Конец интервала, с | ΔN | $\frac{\Delta N}{N}$ | P |
|-----------------------------------|---------------------|--------------------|------------|----------------------|-----|
| $\langle t \rangle_N + \sigma_N$ | 199.99 | 180.80 | 0 | 0 | 0 |
| $\langle t \rangle_N + 2\sigma_N$ | 209.59 | 171.20 | 7 | 0.184 | 0.2 |
| $\langle t \rangle_N + 3\sigma_N$ | 219.19 | 161.60 | 18 | 0.473 | 0.4 |

1. Расчет вероятности попадания результата измерения в интервал $\langle t \rangle_N + \sigma_N$

–

2. Расчет вероятности попадания результата измерения в интервал $\langle t \rangle_N + 2\sigma_N$

$$P(171.20 < t < 209.59) = \int_{171.20}^{209.59} \rho(t) dt \approx \frac{7}{38} \approx 0.2$$

3. Расчет вероятности попадания результата измерения в интервал $\langle t \rangle_N + 3\sigma_N$

$$P(171.20 < t < 209.59) = \int_{171.20}^{209.59} \rho(t) dt \approx \frac{18}{38} \approx 0.4$$

Коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ и степени свободы $k = 37$

$$t_{\alpha, N} \approx 2.021$$

Доверительный интервал:

$$\Delta t = 2,021 \cdot 9,597544 = 19,396636424 \text{ с}$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

$$\Delta_{t_{\text{и}}} = 0.3 \text{ с} - \text{инструментальная погрешность}$$

$$\Delta_{t_{-}} = t_{\alpha, N} * \sigma_{\langle t \rangle} = 2,021 * 9,598 = 19,398 \text{ с} - \text{случайная погрешность}$$

$$\Delta_t = \sqrt{\Delta_{t_{-}}^2 + \left(\frac{2}{3}\Delta_{t_{\text{и}}}\right)^2} = \sqrt{19,398^2 + \left(\frac{2*0.3}{3}\right)^2} = 19,399 \text{ с}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta_t}{\langle t \rangle_N} * 100\% = \frac{19,399}{190} * 100\% = 10,21 \%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

[См График 1](#)

12. Окончательные результаты.

$$t = (201,3 \pm 19,4) \text{ с}; \varepsilon_t = 10,21 \% ; \alpha = 0,95.$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе работы были собраны данные о длительностях песен Nirvana и построена гистограмма их распределения. Среднее значение длительности оказалось около 190 секунд. Полученное распределение в целом имеет форму, близкую к нормальной. Это можно объяснить малым объемом выборки. В целом нормальное распределение может использоваться как приближенная модель, но для более точных выводов нужна большая выборка.

В нашем случае реальные значения оказались заметно меньше табличных. Это говорит о том, что распределение длительностей песен отличается от нормального: разброс значений больше.

Мы научились рассчитывать основные статистические характеристики, строить гистограммы и сравнивать экспериментальные данные с теоретической моделью, а также строить анализ по правилу трех сигм.

Приложение

Таблица 1

| № | Название | t_i , с. | $t_i - \langle t \rangle_N$, с | $(t_i - \langle t \rangle_N)^2$, с ² |
|---|-----------------------------|------------|---------------------------------|--|
| 1 | Smells Like Teen Spirit | 301 | 111 | 12233 |
| 2 | Heart-Shaped Box | 281 | 170 | 29034 |
| 3 | About a girl | 168 | -22 | 502 |
| 3 | Them Man Who Sold The World | 261 | 71 | 4985 |
| 4 | Come As You Are | 218 | 28 | 762 |
| 5 | All Apologies | 233 | 43 | 1815 |
| 6 | Rape Me | 170 | -20 | 416 |
| 7 | You Know You're Right | 217 | 27 | 708 |

| | | | | |
|----|---|-----|-----|-------|
| 8 | Lithium | 257 | 67 | 4436 |
| 9 | Dumb | 151 | -39 | 1552 |
| 10 | Love Buzz | 215 | 25 | 605 |
| 11 | Lake Of Fire-Live | 175 | -15 | 237 |
| 12 | Something In The Way | 232 | 42 | 1731 |
| 13 | Aneurysm | 275 | 85 | 7158 |
| 14 | Marigold | 154 | -36 | 1325 |
| 15 | Where Did You Sleep Last Night | 306 | 116 | 13365 |
| 16 | In Bloom | 255 | 65 | 4174 |
| 17 | Silver | 136 | -54 | 2959 |
| 18 | Blew | 174 | -16 | 269 |
| 19 | Oh Me | 205 | 15 | 213 |
| 20 | Drain You | 223 | 33 | 1063 |
| 21 | Serve The Servants | 217 | 27 | 708 |
| 22 | School | 162 | -28 | 806 |
| 23 | Plateau | 218 | 28 | 762 |
| 24 | Dive | 235 | 45 | 1990 |
| 25 | Pennyroyal Tea | 218 | 28 | 762 |
| 26 | Negative Creep | 175 | -15 | 237 |
| 27 | Jesus Doesn't Want Me For A Sunbeam | 277 | 87 | 7500 |
| 28 | Molly's Lips | 114 | -76 | 5836 |
| 29 | Very Ape | 115 | -75 | 5684 |
| 30 | Floyd The Barber | 138 | -52 | 2745 |
| 31 | I Hate Myself And Want to | 179 | -11 | 130 |

| | | | | |
|----|--|-----|-----|------|
| | Die | | | |
| 32 | Sappy | 205 | 15 | 213 |
| 33 | Frances Farmer Will Have Her Revenge in Seattle | 250 | 60 | 3553 |
| 34 | Been A Son | 175 | -15 | 237 |
| 35 | Moist Vagina | 213 | 23 | 511 |
| 36 | Verse Chorus Verse - Outtake | 216 | 26 | 656 |
| 37 | Downer | 103 | -87 | 7638 |

График 1

