PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas

Curso: ICS1113-Optimización
Semestre: 2021-2
Profesores: M. Klapp, R. Cuadrado, J. González, S. Vásquez, F. Verastegui

Tarea 2

Fecha de entrega: Viernes 15 de octubre - 23:59:00

INTEGRANTES:

Problema 1. Existencia, Equivalencias y Convexidad

Solución Problema 1.

(a) (I) Considerando que el recorrido de la función es estrictamente mayor a 0, la siquinte equivalencia es válida:

$$max \frac{1997}{e^{10x_1+7x_2}} \sim min\ e^{10x_1+7x_2}$$

Como esta función es estrictamente mayor a 0 y creciente, se le puede aplicar la función $g(z) = ln(z)$, transformándose al siguiente problema equivalente:

$$min\ 10x_1 + 7x_2$$
$$s.a.$$
$$ln(x_1 + x_2 - \alpha + e^4) \geq 4$$
$$\sqrt[3]{\alpha x_2 - 2} \geq 0$$

Al ser $ln(z)$ una función creciente, se es posible aplicar la funcion $h(z) = e^z$ y al ser la segunda restricción de exponente impar, es posible elevar la ecuación a 3 sin alterar el resultado, obteniendo el siguiente problema final lineal:

$$min\ 10x_1 + 7x_2$$
$$s.a.$$
$$x_1 + x_2 \geq \alpha$$
$$\alpha x_2 \geq 2$$

(II)

(b) b.1) Si $f(x) = x^2$, es necesario demostrar que

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$$

para asegurar la convexidad.

$$(\lambda x + (1-\lambda)y)^2 \leq \lambda x^2 + (1-\lambda)y^2$$
$$\lambda^2 x^2 + 2\lambda x(1-\lambda)y + (1-\lambda)^2 y^2 \leq \lambda x^2 + (1-\lambda)y^2$$
$$\lambda^2 x^2 - \lambda x^2 + 2\lambda x(1-\lambda)y \leq (1-\lambda)y^2 - (1-\lambda)^2 y^2$$
$$x^2\lambda(\lambda-1) + 2\lambda x(1-\lambda)y \leq (1-\lambda)y^2\lambda$$

$$x^2\lambda(\lambda-1) - 2(\lambda-1)y \leq -(\lambda-1)y^2\lambda$$
$$(\lambda-1)(x^2\lambda - 2\lambda xy + y^2\lambda) \leq 0$$
$$\lambda(x^2 - 2xy + y^2) \geq 0$$
$$(x-y)^2 \geq 0$$

La cual es una afirmación verdadera, por lo tanto $f(x)$ es convexa.

b.2)

(I) Para demostrar que el problema es convexo hay que demostrar que tanto la función objetivo sea una función convexa y que el dominio sea un conjunto convexo: Si $f(x,y) = x^2 + 16x + y^2 - 18y$, se debe demostrar:

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2, \lambda y_1 + (1-\lambda)y_2) \leq \lambda f(x_1,y_1) + (1-\lambda)f(x_2,y_2)$$
$$\lambda^2 x_1^2 + 2\lambda x_1 x_2(1-\lambda) + (1-\lambda)^2 x_2^2 + \lambda^2 y_1^2 + 2\lambda y_1 y_2(1-\lambda) + (1-\lambda)^2 y_2^2$$
$$-\lambda x_1^2(1-\lambda) + (1-\lambda)2\lambda x_1 x_2 + x_2^2(1-\lambda)(1-\lambda-1) \leq y_1^2(1-\lambda) - 2\lambda y_1 y_2(1-\lambda) - (1-\lambda)^2 y_2^2$$
$$-x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 \leq y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2$$
$$0 \leq (y_1-y_2)^2 + (x_1-x_2)^2$$

La cual es una afirmación veradadera, siendo $f(x)$ convexa.

Por otro lado, el dominio debe satisfacer ambas restricciones, la primera es u círculo, el cual es convexo, dado que dos puntos distintos cualesquiera que pertenezcan a este, realizar una combinación convexa entre ambos, para cualquier λ, el punto pertenecerá al círculo. Por otro lado, la segunda restricción es un subespacio afín, el cual es convexo por definición. Por propiedad la intersección de dos conjuntos convexos es un conjunto convexo, y como el dominio es la intersección de ambas restricciones, este es un conjunto convexo.

Es posible concluir que este es un problema convexo.

(II) Se demuestra que el problema tiene solución óptima por teorema Bolzano-Weitrass:

a) Función objetivo es continua: esta es un polinomio.
b) El problema es no vacío: punto $(5,2)$ es un resultado factible.
c) El problema es cerrado: las restricciones son de la forma $\leq$ y $\geq$.
d) El problema es acotado: pues reordenando las acuaciones:

$$1 \leq y \leq 1 + \sqrt{1-(x-5)^2}$$
$$4 \leq x \leq 6$$

Por lo tanto el problema admite solución óptima.

(c) Para demostrar que $h(x)$ es convexa es necesario demostrar que:

$$h(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda h(x) + (1-\lambda)h(y)$$

Como f_i es convexa $\forall i$, se cumple que:

$$f_i(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f_i(x) + (1-\lambda)f_i(y) \qquad / \cdot \lambda_i$$

Esto equivale a:

$$\lambda_1 f_1(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda_1\lambda f_1(x) + \lambda_1(1-\lambda)f_1(y)$$
$$\lambda_2 f_2(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda_2\lambda f_2(x) + \lambda_2(1-\lambda)f_2(y)$$
$$\ldots$$
$$\lambda_m f_m(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda_m\lambda f_m(x) + \lambda_m(1-\lambda)f_m(y)$$

Se suman:

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_i(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \lambda f_i(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (1-\lambda) f_i(y)$$

Que equivale:

$$h(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda h(x) + (1-\lambda) h(y)$$

Demostrando así que $h(x)$ es una función convexa.

Problema 2. Geometría Poliedral

Solución Problema 2.

(a)

(b) Si la solución óptima fuera en un punto x tal que no es vértice, por lo tanto $x = \lambda y + (1-\lambda)z$, con $y, z \in P$.
Si es un problema de minimización, entonces se debiera cumplir que $c^T x < c^T v_i \forall i$ con v_i vértice del polítopo P.

(c) (I) No es poliedral, ya que no es posible reescribir esas restricciones de modo lineal ya que hay un *o*, puesto a que el conjunto de restricciones debe ser positivo y negativo *o* negativo y positivo.

$$x_1^2 \leq x_2^2$$

$$x_1^2 - x_2^2 \leq 0$$

$$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) \leq 0$$

(II) Es poliedral, es posible escribir las restricciones de la siguiente manera:

$$|x_1 - x_2| \leq x_1 + x_2$$

$$|x_1 + x_2| \leq x_1 + x_2$$

Que a su vez se reescriben de la siguiente forma:

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

(III) No es poliedral, puesto a que la restricción no se puede reescribir linealmente, ya que se pide que tan solo el mínimo de esos dos valores sea menor o igual a $x_1 + x_2$.

(d) Completar tabla:

Propiedad	U	V	W	X	Y	Z
Existencia de representación poliedral	sí	sí	no	sí	no	no
¿Es convexo?	sí	sí	no	sí	sí	no
¿Es un cono poliedral?	no	no	no	si	no	no

Problema 3. Simplex

Solución Problema 3.

(a) (I) Se demuestra que el problema tiene solución óptima por teorema Bolzano-Weitrass:
a) Función objetivo es continua: esta es un polinomio.
b) El problema es no vacío: punto $(1, 1)$ es un resultado factible.
c) El problema es cerrado: las restricciones son de la forma $\leq$ y $\geq$.
d) El problema es acotado: pues reordenando las acuaciones:

$$0 \leq x_1 \leq 4$$

$$0 \leq x_2 \leq 4$$

Por lo tanto el problema admite solución óptima.

(II) Primero es necesario estandarizar el problema de optimización:

$$min\ x_1 - 2x_2 = min(z)$$

$$s.a.$$

$$x_1 + x_2 - h_1 = 1$$

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + h_2 = 4$$

$$x_1, x_2, h_1, h_2 \geq 0$$

Con:

$$x = \begin{bmatrix} \mathrm{x}_1 & \mathrm{x}_2 & \mathrm{h}_1 & \mathrm{h}_2 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Como se nos indica que se inicie desde el vértice $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, desde ese punto comienza la primera iteración:

$$V = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$V\acute{e}rtice\ con\ base\ x_B = [x_1, x_2, h_2] \qquad y\ no\ base\ x_R = [h_1]$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Comprobar factibilidad del punto:

$$\bar{b} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix} \geq 0\ por\ lo\ tanto\ es\ factible$$

Comprobar optimalidad (costos reducidos mayor o igual a cero):
Dejar todas la bases en función de la no base

$$Bx_B + Rx_R = b$$

$$x_1 + x_2 - h_1 = 1 \qquad x_1 + h_2 = 4 \qquad x_1 - x_2 = 0$$

Reordenando

$$x_1 = \frac{1+h_1}{2} \qquad x_2 = \frac{1+h_1}{2} \qquad h_2 = \frac{7+h_1}{2}$$

Se calculan los costos reducidos

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R$$

$$c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R = [0] - \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [-\frac{1}{2}]$$

Para que un punto sea óptimo los costos reducidos deben ser mayores o iguales a 0. Como la componente de los costos reducidos es menor que cero este no es el punto óptimo.

Se reemplazan los valores en la función objetivo

$$z = x_1 - 2x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{h_1}{2}$$

Como $h_1 = 0$

$$z = -\frac{1}{2}$$

Se analiza la función objetico inicial. Como el coeficiente de costo de x_2 es menor que el de x_1, se tiene el incentivo que x_2 aumente de valor.

Como x_1 debe ser igual a x_2, h_2 debe salir de la base y h_1 entra a esta.

$$\textit{La nueva base sería } x_B = [x_1, x_2, h_1] \qquad \textit{y no base } x_R = [h_2]$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Comprobar factibilidad del punto:

$$\bar{b} = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} \geq 0 \; por\ lo\ tanto\ es\ factible$$

Comprobar optimalidad (costos reducidos mayor o igual a cero):

Se calculan los costos reducidos

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R$$

$$c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R = [0] - \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = [1]$$

Como los costos reducidos son mayores que cero este es un punto óptimo, para obteer los valores que corresponden a las variables se reemplaza h_1 por 0: Dejar todas la bases en función de la no base

$$x_1 = 4 - h_2 \qquad x_2 = 4 - h_2 \qquad h_1 = 7 - 2h_2$$

Quedando así:

$$x_1 = 4 \qquad x_2 = 4 \qquad h_1 = 7 \qquad h_2 = 0$$

Reemplazando en la función objetivo:

$$z = x_1 - 2x_2 = 4 - 2 \cdot 4 = -4$$

Lo cual es menor al valor que tomaba en el vértice anterior, logrando concluir que $x_1 = 4$ y $x_2 = 4$ es la solución óptima del problema de optimización.

(b) (I) **Variables**

- x_1 : Cantidad de televisores a fabricar.
- x_2 : Cantidad de computadores a fabricar.

Restricciones

1)
$$x_2 \leq 2x_1$$

2)
$$x_1 + x_2 \geq 6$$

3)
$$2x_2 \geq x_1 + 4$$

4)
$$2x_2 + x_1 \leq 16$$

Función objetivo Maximizar la utilidad:

$$max 2x_2 + x_1$$

(II) El gradiente de la funcion objetivo es $(1, 2)$, las coordenas de los vertices son: A:$(2, 4)$, B:$(16/5, 32/5)$, C:$(6, 5)$ y D:$(8/3, 10/3)$. De manera gráfica podemos determinar que las soluciones optimas son multiples, ya que nos damos cuenta que una restriccion es paralela a uno de los lados del poliedro. La solución corresponde a la combinación convexa de los vertices B y C. Si evaluamos cualquiera de estos vertices en la función objetivo llegamos a que el valor óptimo es 16.

(III) Primero es necesario estandarizar el problema de optimización:

$$max\ x_1 + 2x_2 = max(z)$$
$$s.a.$$
$$x_2 - 2x_1 + h_1 = 0$$
$$x_1 + x_2 - h_2 = 6$$
$$2x_2 - x_1 - h_3 = 4$$
$$x_1 + 2x_2 + h_4 = 16$$
$$x_1, x_2, h_1, h_2, h_3, h_4 \geq 0$$

Con:

$$x = \begin{bmatrix} \mathrm{x_1} & \mathrm{x_2} & \mathrm{h_1} & \mathrm{h_2} & \mathrm{h_3} & \mathrm{h_4} \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 4 & 16 \end{bmatrix}$$

Como se nos indica que se inicie desde el vértice A, desde ese punto comienza la primera iteración:

$$V = (2,4)$$

$$V\acute{e}rtice\ con\ base\ x_B = [x_1, x_2, h_3, h_4] \qquad y\ no\ base\ x_R = [h_1, h_2]$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Comprobar factibilidad del punto:

$$\bar{b} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix} \geq 0\ por\ lo\ tanto\ es\ factible$$

Comprobar optimalidad (costos reducidos mayor o igual a cero):

Se calculan los costos reducidos

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R$$

$$c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R = [0] - \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

Para que un punto sea óptimo los costos reducidos deben ser mayores o iguales a 0. Como un componente de los costos reducidos es menor que cero este no es el punto óptimo y esta variable entra a la base.
Dejar todas la bases en función de la no base

$$x_2 - 2x_1 + h_1 = 0 \qquad x_1 + x_2 - h_2 = 6 \qquad 2x_2 - x_1 - h_3 = 4 \qquad x_1 + 2x_2 + h_4 = 16$$

Reordenando

$$x_1 = 2 + \frac{h_1}{3} + \frac{h_2}{3} \qquad x_2 = 4 + \frac{2h_1}{3} + \frac{2h_2}{3} \qquad h_3 = 2 + h_1 + h_2 \qquad h_4 = 6 - \frac{5h_1}{3} - \frac{5h_2}{3}$$

Se reemplazan los valores en la función objetivo

$$z = x_1 + 2x_2 = 10 + \frac{5h_1}{3} + \frac{5h_2}{3}$$

Se analiza la función objetico. Como el coeficiente de costo de h_1 y h_2 son iguales, se decide arbitrariamente evaluar el ratio para h_2. Se calcula el ratio correspondiente y se determina que debe entrar a la base h_2 y debe salir de la base h_3.

$$La\ nueva\ base\ sería\ x_B = [x_1, x_2, h_2, h_4] \qquad y\ no\ base\ x_R = [h_1, h_3]$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ \frac{4}{3} & 0 & -\frac{5}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

Comprobar factibilidad del punto:

$$\bar{b} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{8}{3} \\ -2 \\ \frac{28}{3} \end{bmatrix} \leq 0\ por\ lo\ tanto\ es\ infactible$$

Se vuelven a analizar los ratios y se determina el minimo siguiente al encontrado anteriormente. Por lo tanto sale de la base h_4 y entra h_2

$$La\ nueva\ base\ sería\ x_B = [x_1, x_2, h_3, h_2] \qquad y\ no\ base\ x_R = [h_1, h_4]$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{5} & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & 0 & -1 & \frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & -1 & 0 & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

Comprobar factibilidad del punto:

$$\bar{b} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{16}{5} \\ \frac{32}{5} \\ \frac{28}{5} \\ \frac{18}{5} \end{bmatrix} \geq 0\ por\ lo\ tanto\ es\ factible$$

Comprobar optimalidad (costos reducidos mayor o igual a cero):

Se calculan los costos reducidos

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R$$

$$c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} -\frac{2}{5} & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & 0 & -1 & \frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & -1 & 0 & \frac{3}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c_R^T - c_B^T B^{-1} R = [0] - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Como los costos reducidos son mayores que cero este es un punto óptimo para el problema. Reemplazando en la función objetivo obtenemos el valor optimo, que corresponde a 16.

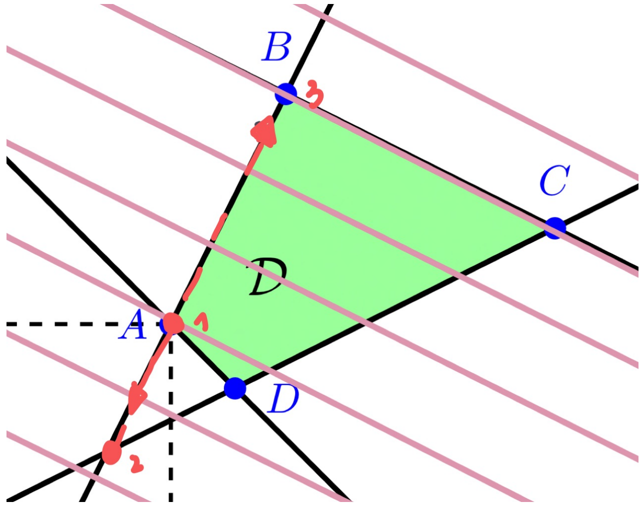

Figura 1: Figura que muestra como avanza el algoritmo Simplex por los vertices

Mediante el algoritmo Simplex, desde el vertice A se desplaza hasta el vertice porducido por la intersección de las restricciones 1 y 3, el cual corresponde a un punto infactible, ya que no cumple con las restricciones del problema. Luego se desplaza hasta el vertice B, el cual determinamos que corresponde a un punto optimo del problema.

Gráficamente podemos darnos cuenta que el punto que econtramos como optimo no es el único, ya que este porblema presenta multiples puntos optimos, que corresponden a la combinación convexa del vertice B y vertice C.

Los costos reducidos miden el efecto sobre la función objetivo de un aumento unitario en el valor de cada una de las variables no basicas.

(c) Si la restricción 4 se eliminara el problema sería no acotado y no sería posible encontrar un punto optimo, ya que siempre existiría un punto que de un valor mejor que el anterior.