KONRAD LORENZ
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIÓN DE CALOR CON POLINOMIOS DE CHEBYSHEV

Jeisson Cruz

Andersson Hincapié

Nataly Neira

PROBLEMA

Encontrar la solución de un modelo físico, que corresponde a la distribución de calor en un cuerpo en estado estacionario.

$$\begin{cases} -\dfrac{d}{dx}\left(\kappa \dfrac{d}{dx} u\right) = Q \quad para \;\; x \in (-1,1) \\ u(-1) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$$

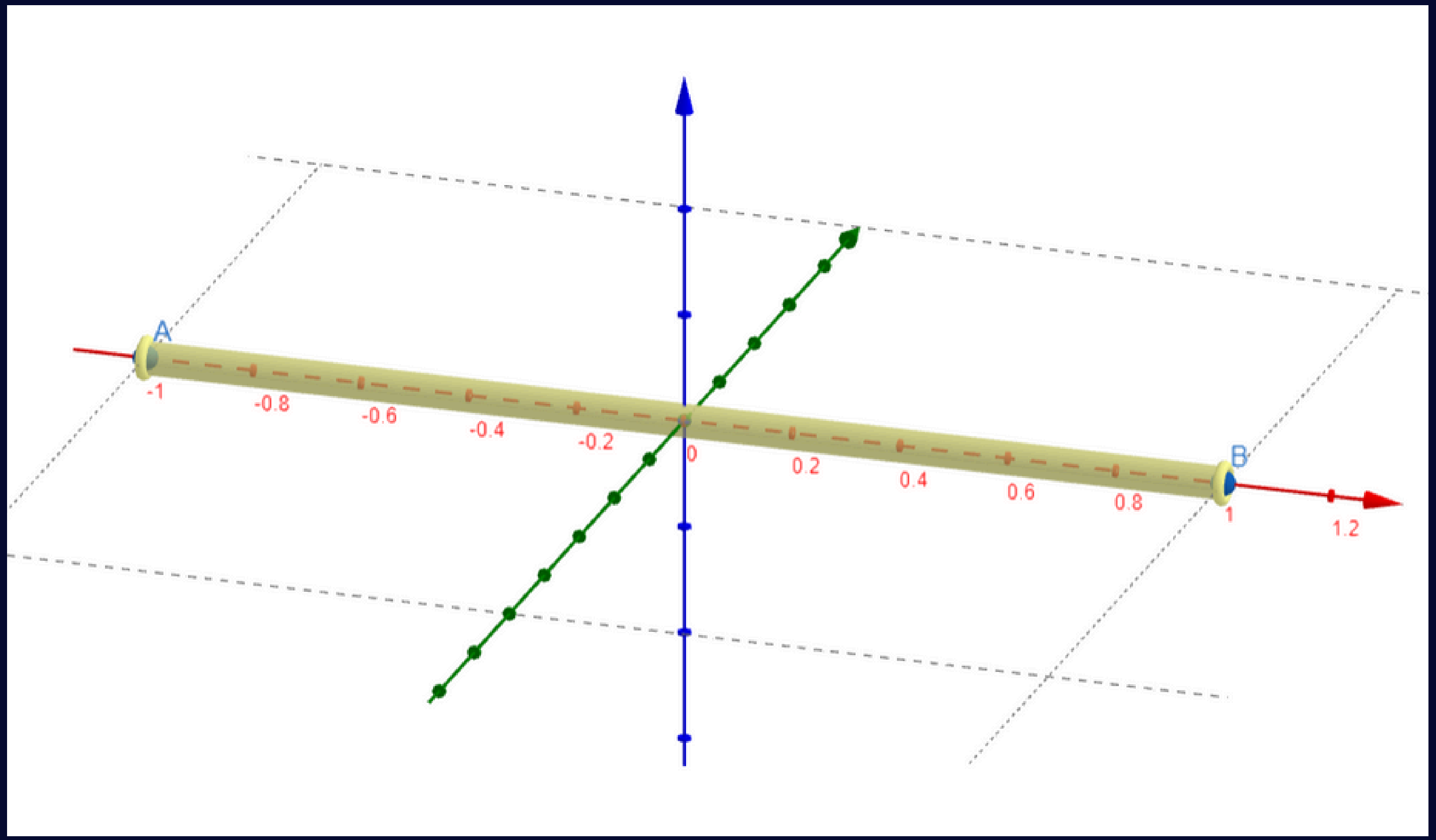
u(x):= función de tempatura relativa

$$k(x) = k_0 + \frac{k_1}{\sqrt{1+x^2}}$$

Conductividad Termica

$$Q(x) = x^2 (x+1)^{1/3}$$

Generación de calor



IMPLEMENTACIÓN

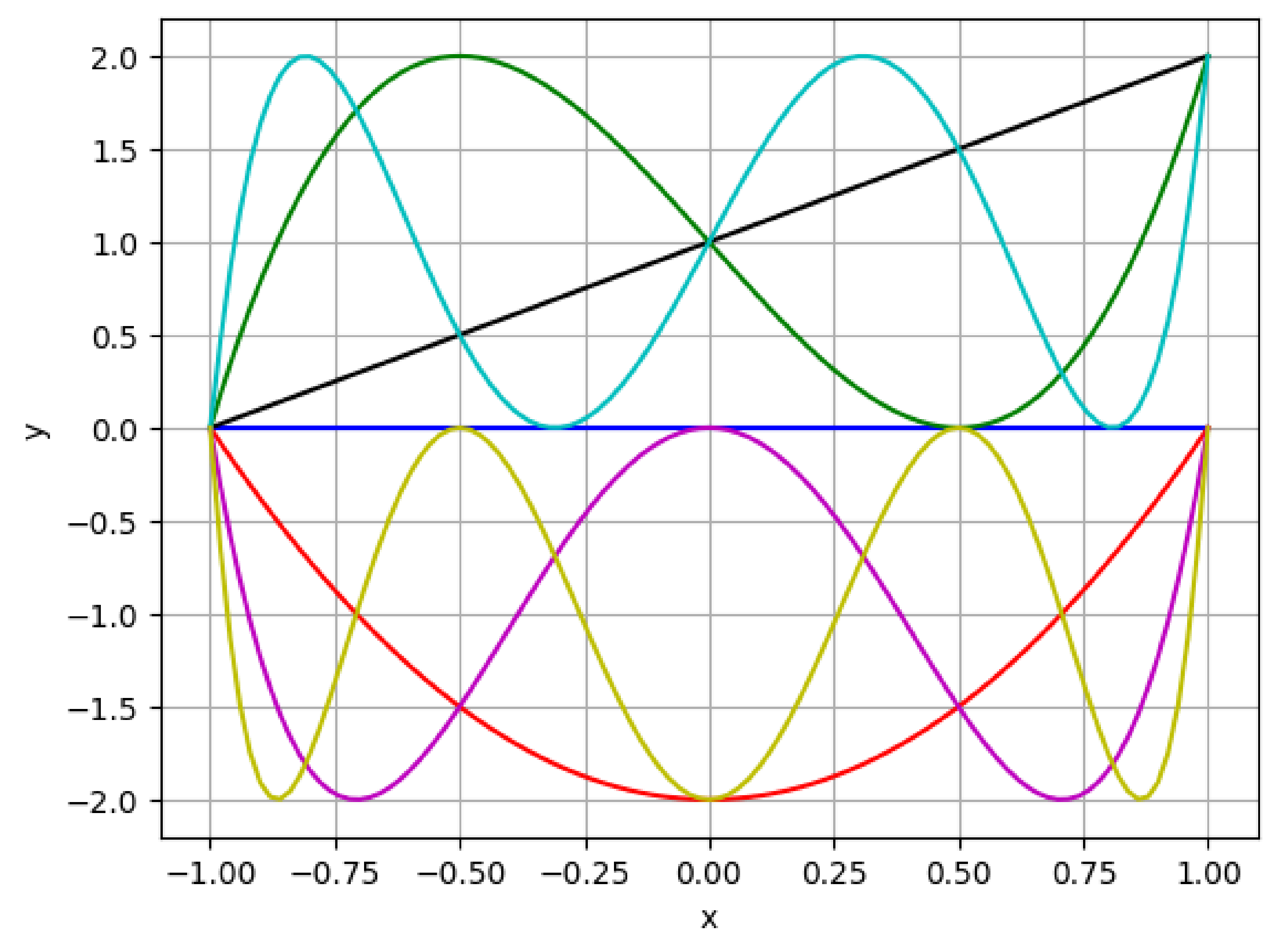
Método de Galerkin espectral 2

$$u^{G2}(x) = \sum_{i=1}^{n} U_i \cdot \hat{T}_i(x)$$

Proyección de una solución débil

$$T_0(x) = 1$$
$$T_1(x) = x$$
$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

$$\hat{T}_i = T_i(x) + (-1)^{i-1}$$



IMPLEMENTACIÓN

$$u^{G2}(x) = \sum_{i=1}^{n} U_i \cdot \hat{T}_i(x)$$

$$\boldsymbol{AU = b}$$

$$a_{ij} = \int_{-1}^{1} T_i' * T_j' * K(x)dx$$

$$b_i = \int_{-1}^{1}(T_i(x) + (-1)^{i-1}) * Q(x)dx$$

IMPLEMENTACIÓN

$$u^{G2}(x) = \sum_{i=1}^{n} U_i \cdot \hat{T}_i(x)$$

$$a_{ij} = \int_{-1}^{1} T_i' * T_j' * K(x)dx$$

$$b_i = \int_{-1}^{1}(T_i(x) + (-1)^{i-1}) * Q(x)dx$$

Cuadratura compuesta

Trapecio

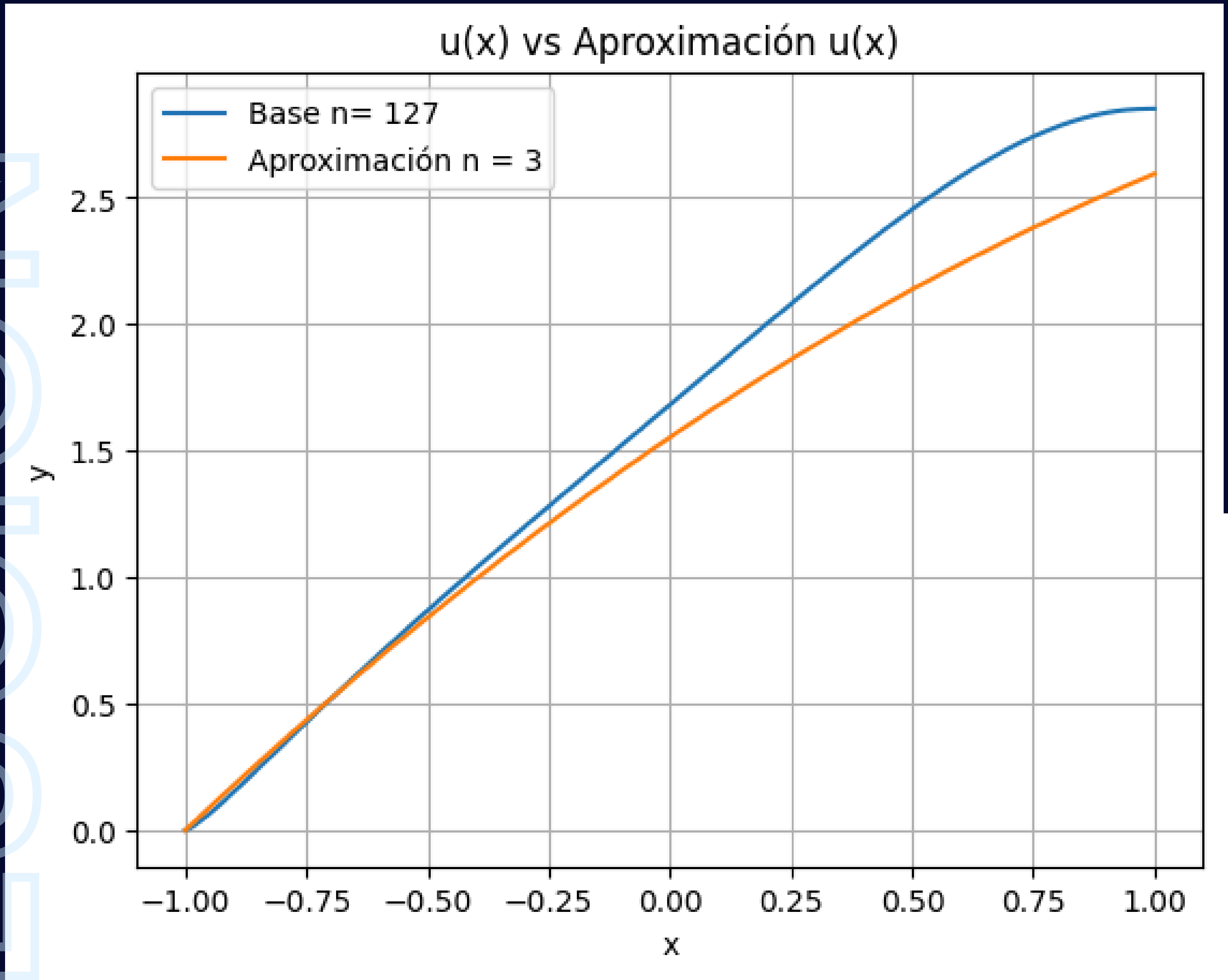
$$\boldsymbol{AU = b}$$

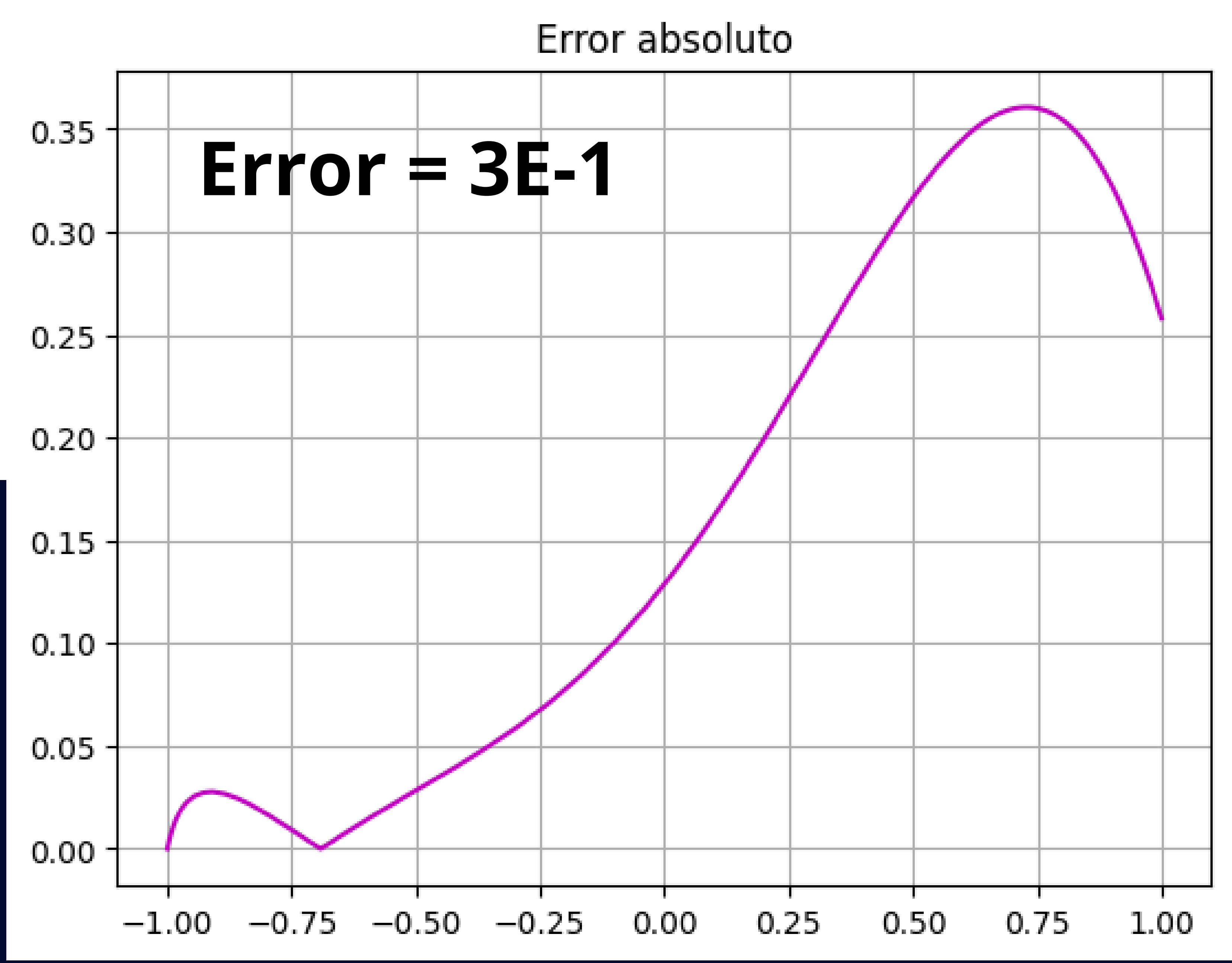
Factorización de Cholesky

Sustitución progresiva y regresiva

SOLUCIÓN

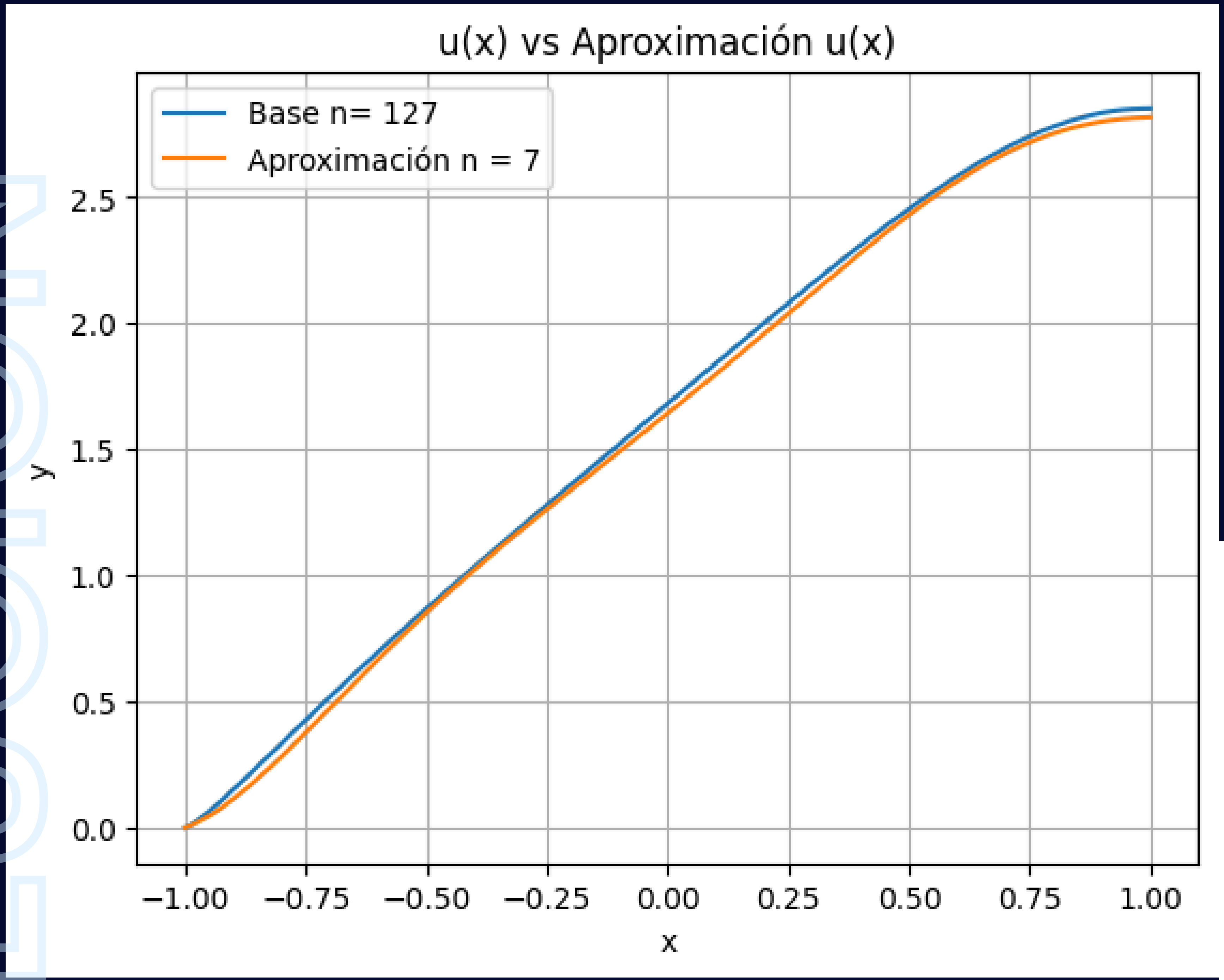
SOLUCIÓN

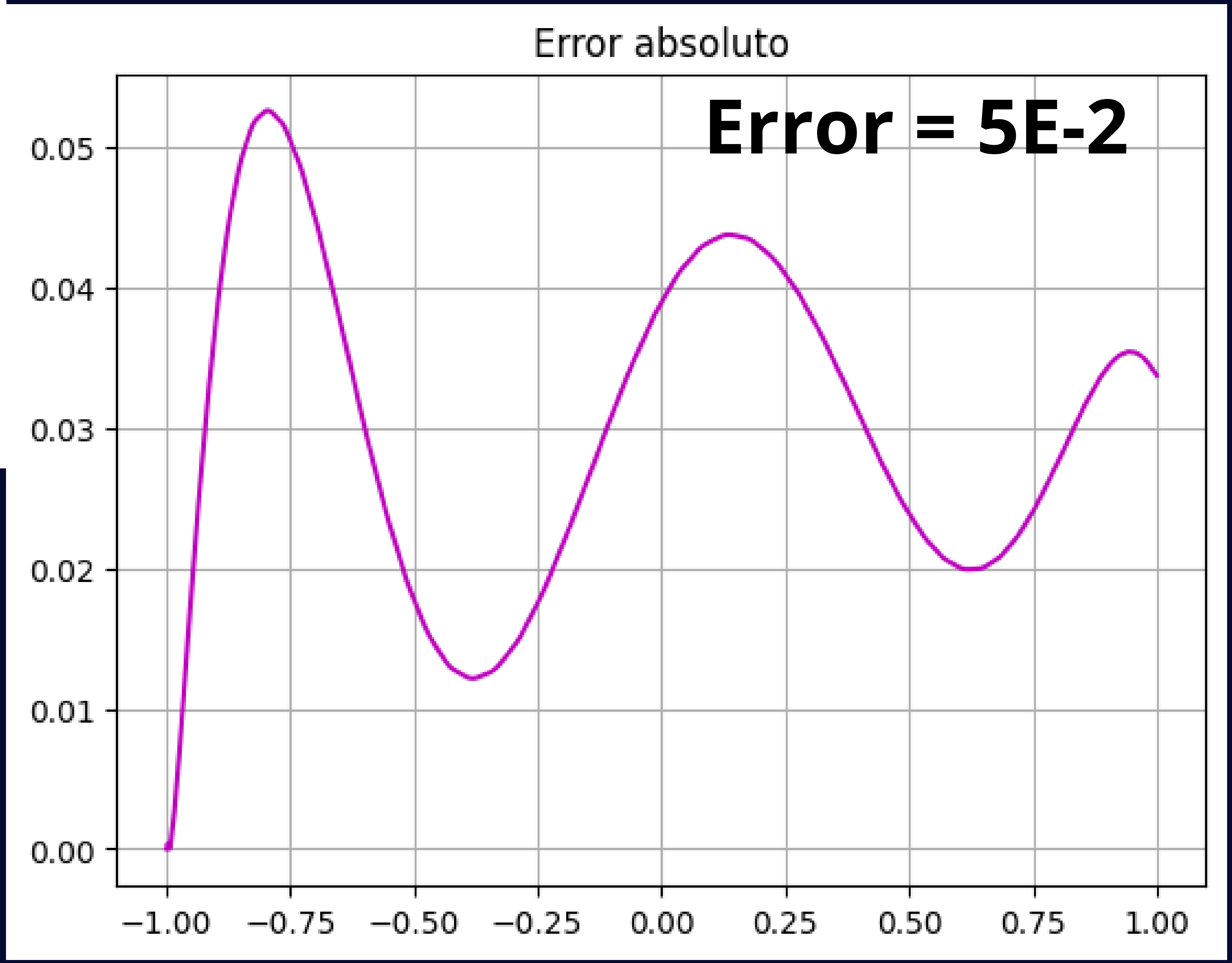




SOLUCIÓN

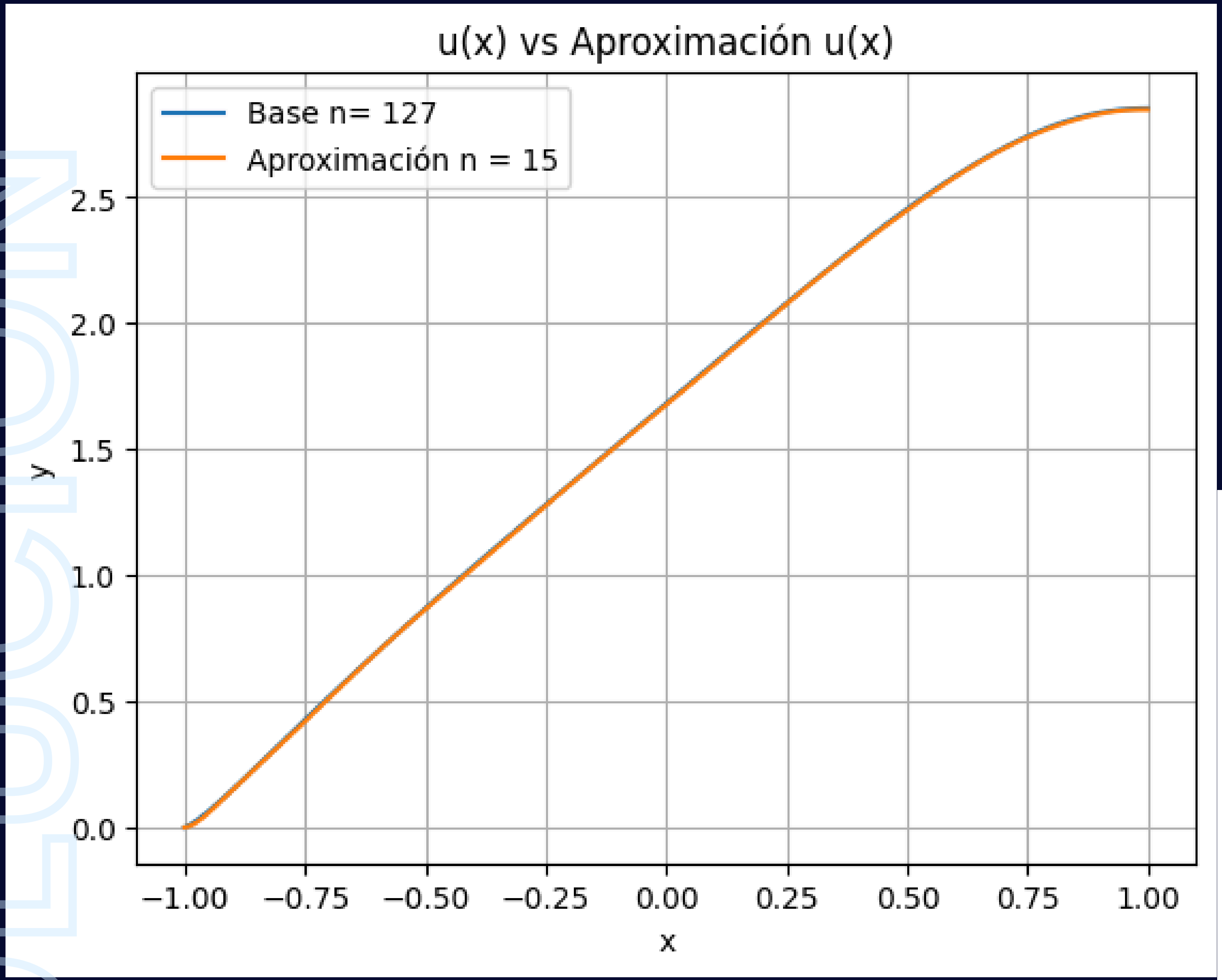
SOLUCIÓN

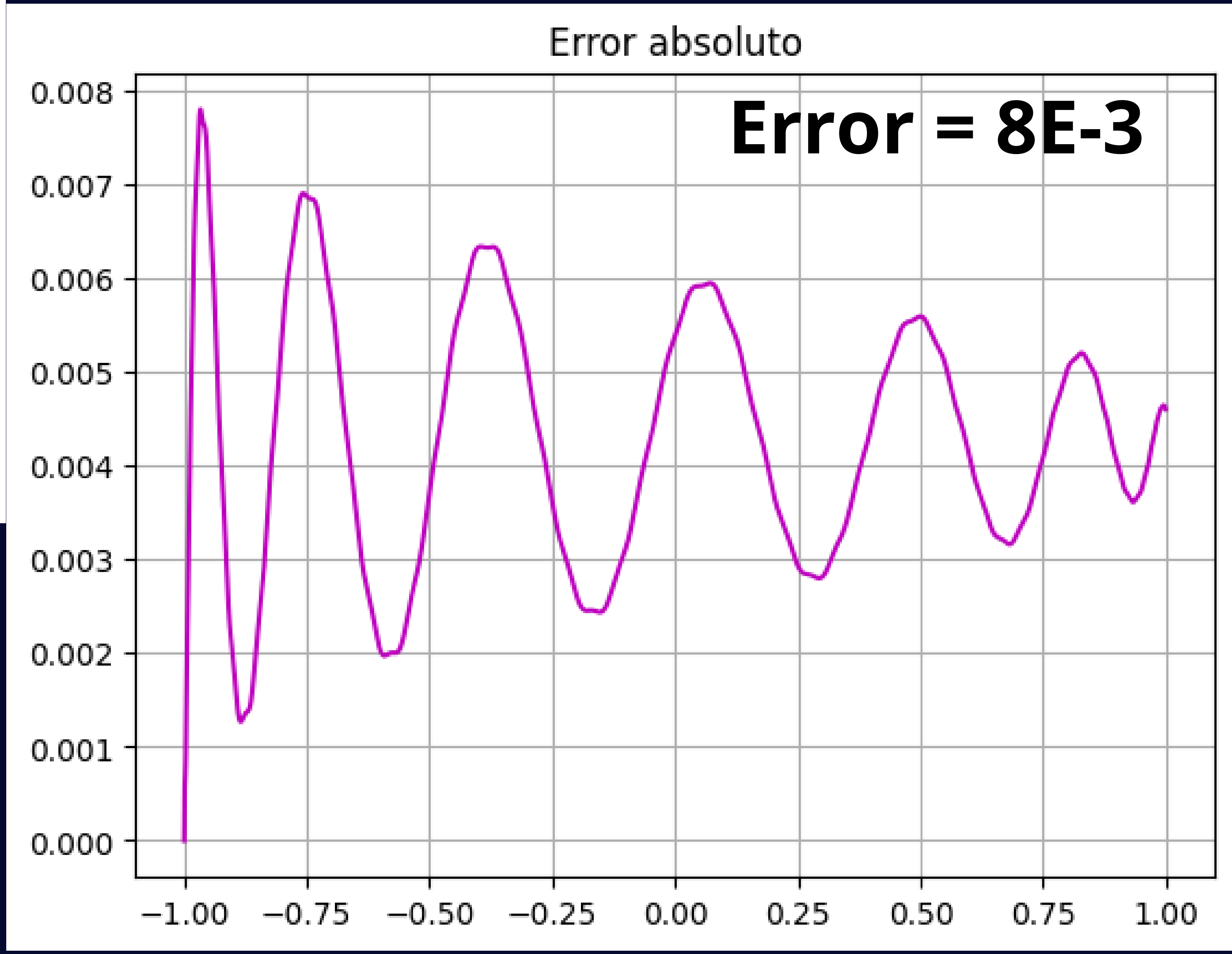




SOLUCIÓN

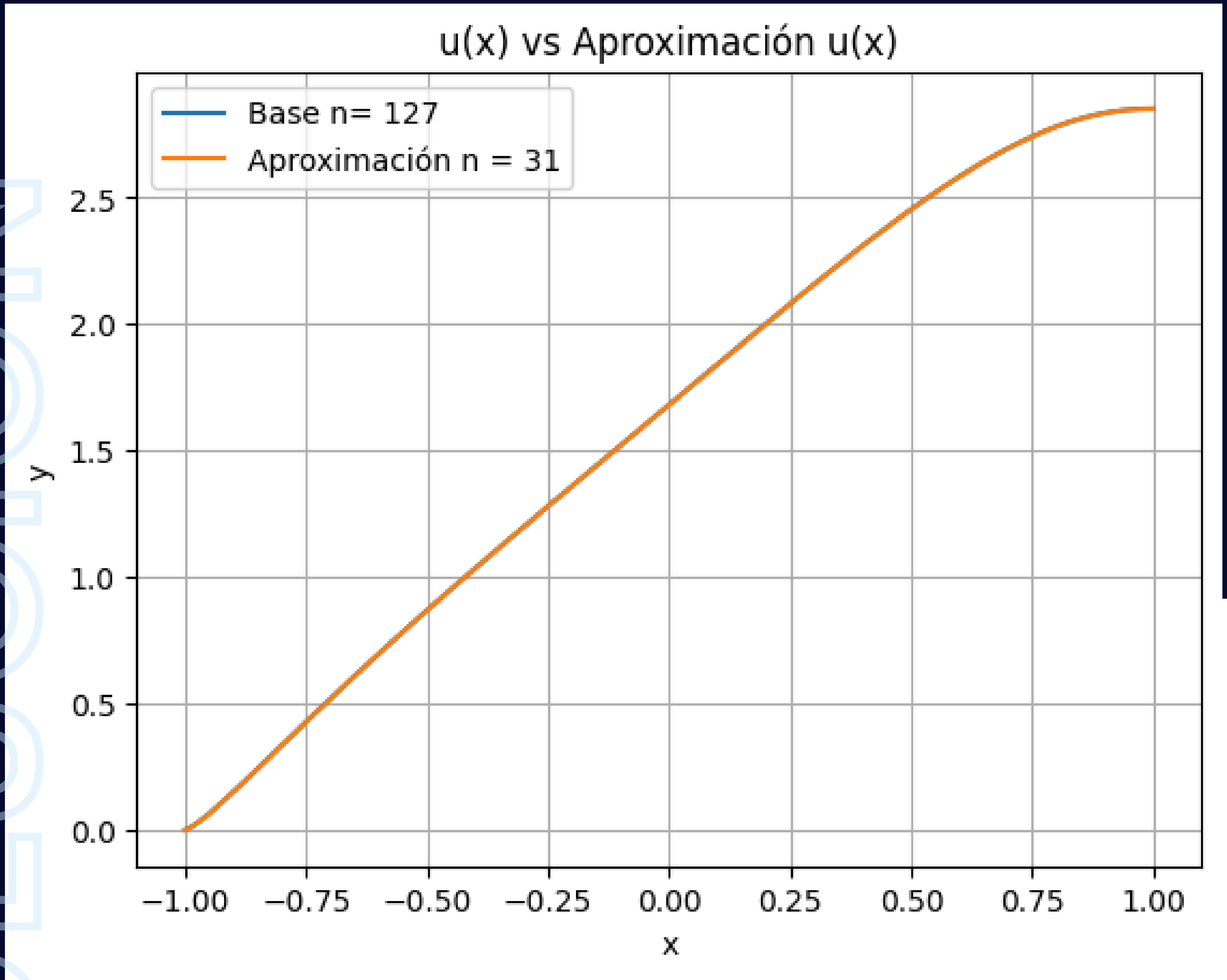
SOLUCIÓN

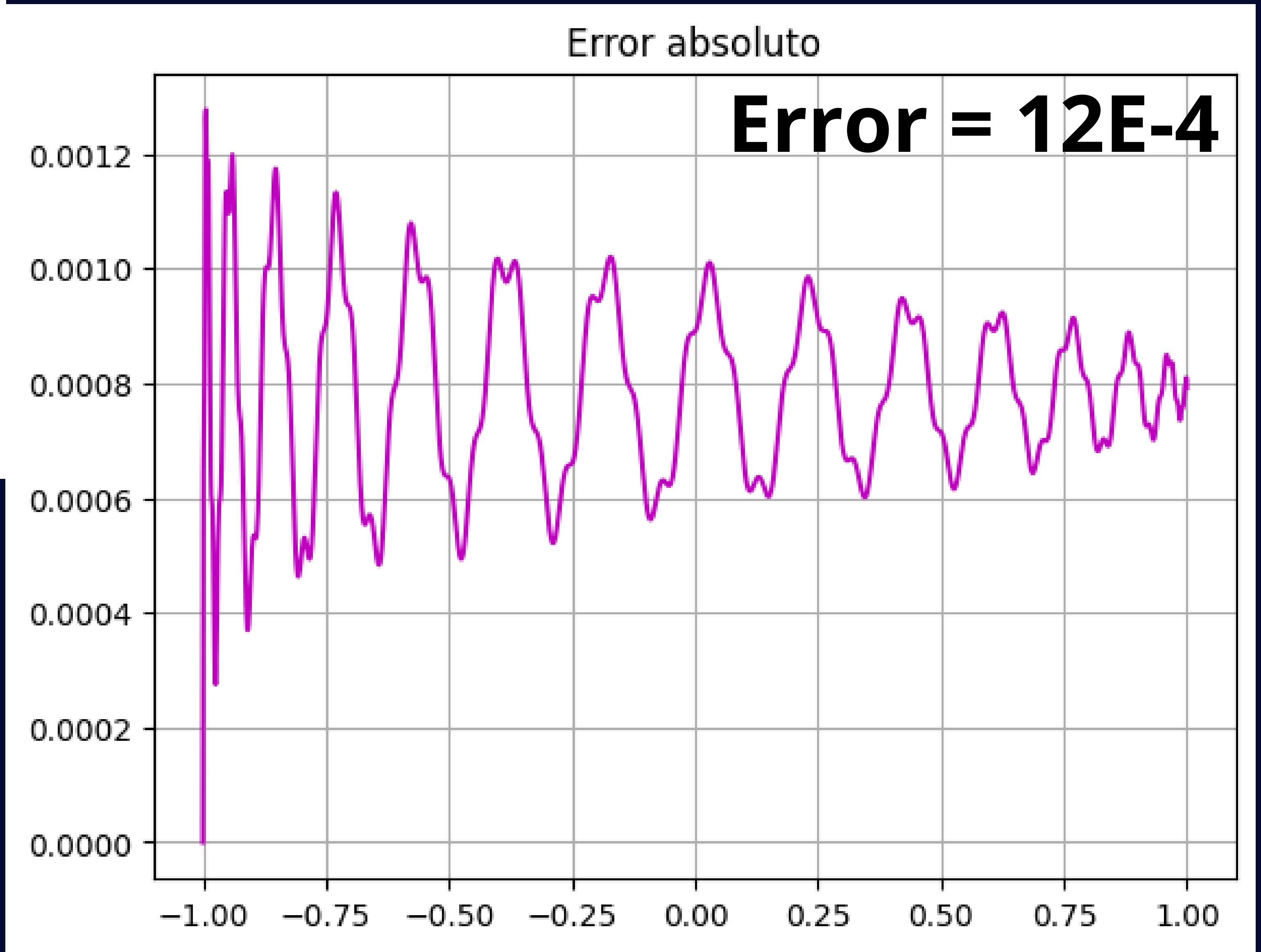




SOLUCIÓN

SOLUCIÓN

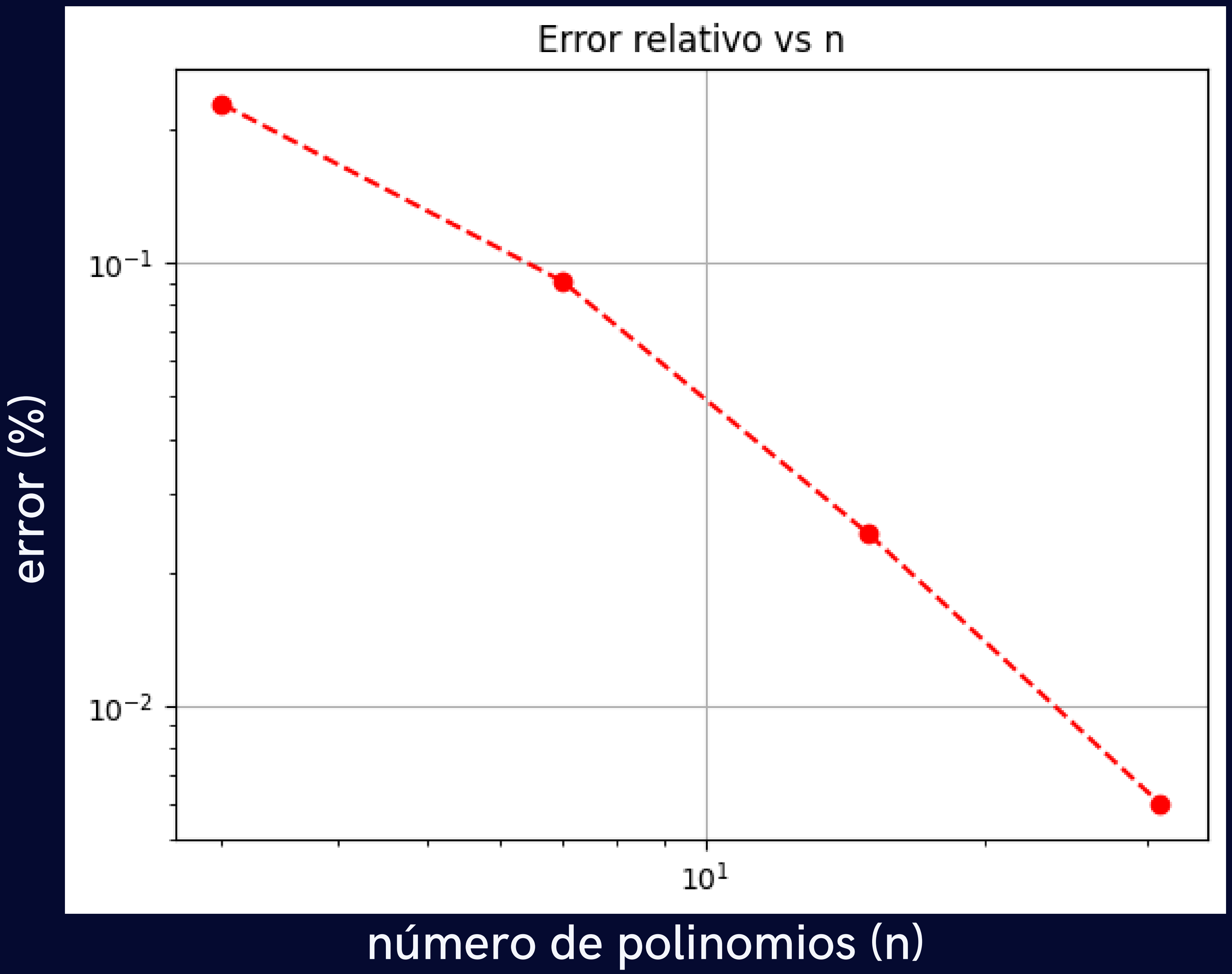




ANÁLISIS

ANÁLISIS

El orden de convergencia 3



CONCLUSIONES

- Se logró una implementacion computacional exitosa para:
  - La factorización de Cholesky
  - Sustitución progresiva y regresiva.
  - Integración por cuadratura compuesta de trapecio.
- Haciendo uso de los métodos numéricos, se encontró satisfactoriamente una aproximación a la solución debil del problema físico planteado.
- Se encontró un orden de convergencia cubico en la proyección realizada con respecto al grado de los polinomios de chebyshev usados.

código en Google colab

GRACIAS