

## Отчет по лабораторной работе 2.2.1

### «Исследование взаимной диффузии газов»

**Цель работы:** 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов; 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

**В работе используются:** измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

#### Теоретические сведения:

*Диффузия* — самопроизвольное перемешивание молекул, происходящее вследствие их хаотичного теплового движения. При перемешивании молекул разного сорта говорят о *взаимной* (или *концентрационной*) диффузии.

В системе, состоящей из двух компонентов  $a$  и  $b$  (бинарная смесь), подчиняется закону Фика: плотности потока компонентов  $j_{a,b}$  (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций  $\nabla n_{a,b}$ , что в одномерном случае можно записать как

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x},$$

где  $D$  — коэффициент взаимной диффузии компонентов. Знак «минус» отражает тот факт, что диффузия идёт в направлении выравнивания концентраций. Равновесие достигается при равномерном распределении вещества по объёму сосуда ( $\partial n / \partial x = 0$ ).

В нашей работе используется диффузия гелия и воздуха. В работе концентрация гелия, как правило, мала. Кроме того, атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух, значит их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси легких частиц. Не на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v},$$

где  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$  — средняя тепловая скорость частиц примеси,  $\lambda = \frac{1}{n_0 \sigma}$  — их длина

свободного пробега,  $n_0$  — концентрация рассеивающих центров (фона),  $\sigma$  — сечение столкновения частиц примеси с частицами фона.

Таким образом, теория предсказывает, что коэффициент диффузии бинарной смеси обратно пропорционален давлению в системе  $D \propto 1/P$ , и не зависит от пропорций компонентов, что и предлагается проверить в работе экспериментально

Рассмотрим процесс выравнивая концентрации. Закон Фика:

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x}$$

В нашем случае ввиду того что, а) объем соединительной трубки мал по сравнению с объемами сосудов, б) концентрацию газов внутри каждого сосуда можно считать постоянной по всему объёму.

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}$$

Изменение компонента в сосудах:  $V_1 \Delta n_1 = V_2 \Delta n_2$

С другой стороны  $V_1 \Delta n_1 = J \Delta t$  и  $V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}$ ; Аналогично

$$V_2 \frac{dn_2}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}$$

Тогда

$$\frac{d(n_1 - n_2)}{dt} = -\left(\frac{n_1 - n_2}{l}\right) \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2}$$

Проинтегрируем и получим, что

$$n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{SD} = |V_1 = V_2 = V| = \frac{Vl}{2SD}$$

При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «разбаланс» моста. При незначительном различии в составах смесей показания гальванометра, подсоединенного к диагонали моста, будут пропорциональны разности концентрации примеси. В процессе диффузии разность концентраций убывает по экспоненте, и значит по тому же закону изменяются по времени показания гальванометра

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

### Экспериментальная установка.

Схема измерительной части установки приведена на рис. 2. Она соединена с системой откачки и напуска воздуха и гелия. Для откачки используется форвакуумный насос. Конструкции системы откачки и напуска могут быть различны в зависимости от установки (схемы и описания см. на столах); один из вариантов изображен на рис. 3. Часть установок компьютеризировано, что позволяет записывать зависимость показаний вольтметра  $U(t)$  в реальном времени (на остальных установках фиксация  $U(t)$  ведется вручную с помощью секундомера).

Измерительная часть установки состоит из двух сосудов  $V_1$  и  $V_2$ , размещённых вертикально. Краны  $K_1$  и  $K_2$  служат для управления откачкой и подачей воздуха/гелия в сосуды. Диффузия осуществляется через тонкую короткую трубку, соединяющую сосуды, оснащённую краном  $K_3$ . К соединительным трубкам подключен манометр  $M$ , измеряющий разность давлений между соединительными трубками и атмосферой, и позволяющий измерять давления в разных частях системы (в зависимости от положения кранов).

Выравнивание давлений в сосудах  $V_1$  и  $V_2$  без изменения состава газов в них может быть осуществлено через обводные трубки посредством кратковременного открытия кранов  $K_1$  и  $K_2$  (при закрытом  $K_3$ ).

Гелий содержится в баллоне (не изображен на рис.) под давлением, превышающим атмосферное. Для предотвращения избыточного расхода гелия и его неконтролируемого проникновения в установку предусмотрен металлический кран  $K_7$ , отделяющий её от баллона с гелием. Его открывают только на время непосредственного заполнения установки гелием, остальное время он должен быть закрыт. Для подачи малых порций гелия предусмотрен двухходовый кран с дозатором (рис. 4). При повороте рычажка  $P$  в положение  $I$  гелий в небольшом количестве поступает в дозатор (если открыт  $K_7$ ), а при повороте  $P$  в положение  $II$  порция из дозатора поступает в установку. Датчики теплопроводности  $D_1$  и  $D_2$ , расположенные в сосудах  $V_1$  и  $V_2$  соответственно, включены в мостовую электрическую

схему согласно рис. 5. В одну из диагоналей моста включён высокочувствительный вольтметр (гальванометр)  $\Gamma$ , к другой подключается источник небольшого постоянного напряжения. Сопротивления проволок датчиков составляют одно из плеч моста. Второе плечо составляют переменные сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R$ , служащие для установки показаний вольтметра  $\Gamma$  на нуль (балансировка моста). Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  спарены (их подвижные контакты находятся на общей оси) и изменяются одновременно при повороте ручки грубой регулировки. Точная балансировка выполняется потенциометром  $R$ . Балансировку необходимо проводить перед каждым экспериментом заново: при этом установка заполняется чистым газом (воздухом без гелия) при давлении, близком «рабочему» (при котором затем будут проводится измерения).

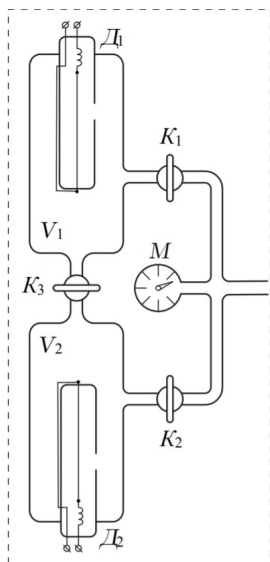


Рис. 2

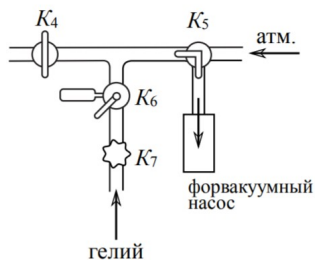


Рис. 3

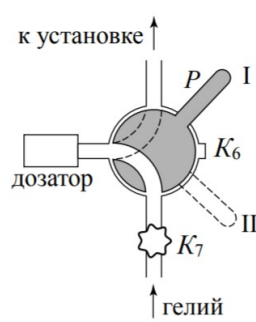


Рис. 4

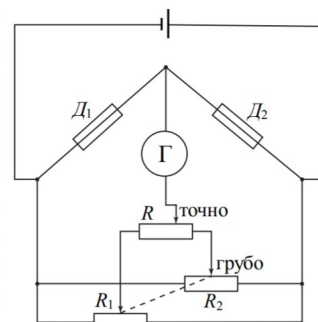


Рис. 5

## Ход работы

1. Подготовив установку к работе (включив питание датчиков и измерительного моста, убедившись, что кран  $K_7$  плотно закрыт, и в установке нет запертых объемов, подсоединив установку к форвакуумному насосу и откачав ее до давления  $\sim 0,1$  торр), сбалансируем измерительный мост при предполагаемом «рабочем» давлении (суммарное давление смеси в эксперименте  $P_\Sigma$ ). Получившееся значение «рабочего давления»  $P_\Sigma = (44,7 \pm 0,5)$  торр

Параметры установки:  $l/S = (9 \pm 0,1) \text{ см}^{-1}$ ,  $V_1 = V_2 = (420 \pm 10) \text{ см}^3$

2. Снова откачаем всю установку до  $\sim 0,1$  торр. Изолируем объем  $V_2$  и напустим в установку гелий до давления  $P_{\text{He}} = 0,2P_\Sigma$ . Затем, изолировав  $V_1$ , откачаем гелий из всех патрубков и заполним всю установку, кроме  $V_1$ , воздухом до давления  $P_{\text{возд}} = 1,8P_\Sigma$

3. Открыв кран  $K_3$ , начнем снимать показания вольтметра, пока напряжение не упадет на 30-50%. Построим график  $t(-\ln(U/U_0))$  и по коэффициенту наклона прямой  $\tau$  (характерное время выравнивания концентраций между сосудами) найдем коэффициент взаимной диффузии  $D_{44,7}$

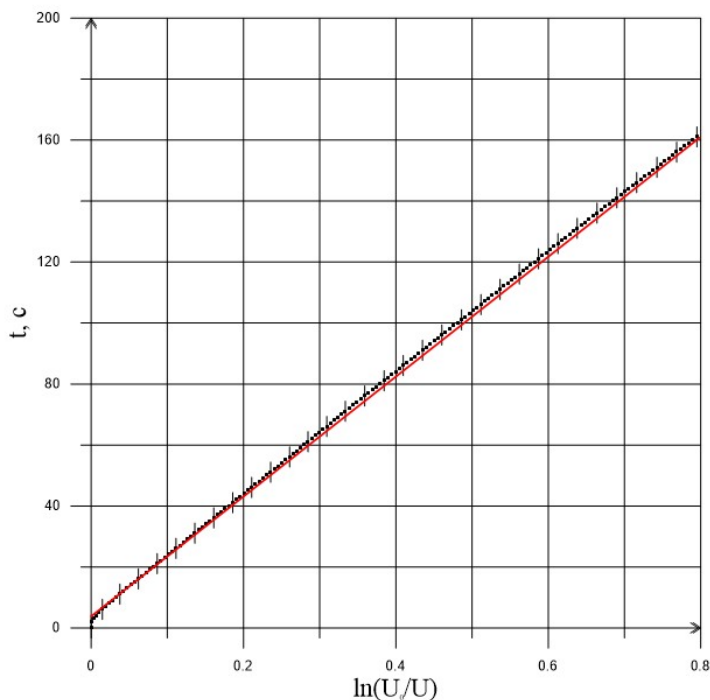
$$k = \tau = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle * \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \approx 199,16 \text{ c}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{162} \left( \frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2 \right)} \approx 3,62 \text{ c}$$

$$b = \langle y \rangle - k * \langle x \rangle \approx 4,0 \text{ c}$$

$$\sigma_b = \sigma_k * \sqrt{\langle x^2 \rangle} \approx 1,6 \text{ c}$$

$$\begin{aligned} k &= (199,16 \pm 3,62) \text{ c} \\ b &= (4,0 \pm 1,6) \text{ c} \end{aligned}$$



$$D_{44,7} = \frac{Vl}{2\tau S} = \frac{420 \text{ см}^3 * 9 \text{ см}^{-1}}{2 * 199,16 \text{ c}} \approx 9,49 \frac{\text{см}^2}{\text{c}} ; \quad \sigma_{D_{44,7}} = D_{44,7} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l/S}}{l/S}\right)^2} = 0,30 \frac{\text{см}^2}{\text{c}}$$

$$D_{44,7} = (9,49 \pm 0,30) \frac{\text{см}^2}{\text{c}}$$

4. Повторим измерения при  $P_\Sigma$ , равному 85,7 торр, 156,5 торр, и 301,8 торр и найдем коэффициенты взаимной диффузии.

$P_\Sigma = 85,7$  торр:

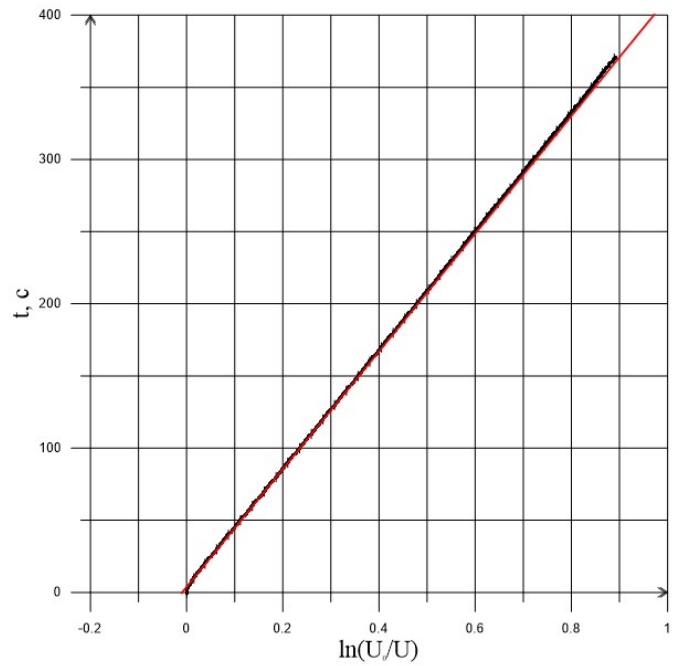
$$k = \tau = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle * \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \approx 411,54 \text{ c}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{162} \left( \frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2 \right)} \approx 3,77 \text{ c}$$

$$b = \langle y \rangle - k * \langle x \rangle \approx 3,8 \text{ c}$$

$$\sigma_b = \sigma_k * \sqrt{\langle x^2 \rangle} \approx 1,9 \text{ c}$$

$$\begin{aligned} k &= (411,54 \pm 3,77) \text{ c} \\ b &= (3,8 \pm 1,9) \text{ c} \end{aligned}$$



$$D_{85,7} = \frac{VI}{2\tau S} = \frac{420 \text{ cm}^3 * 9 \text{ cm}^{-1}}{2 * 411,54 \text{ c}} \approx 4,60 \frac{\text{cm}^2}{\text{c}} ; \quad \sigma_{D_{85,7}} = D_{85,7} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{IIS}}{I/S}\right)^2} \approx 0,13 \frac{\text{cm}^2}{\text{c}}$$

$$D_{85,7} = (4,60 \pm 0,13) \frac{\text{cm}^2}{\text{c}}$$

P<sub>x</sub> = 156,5 torr:

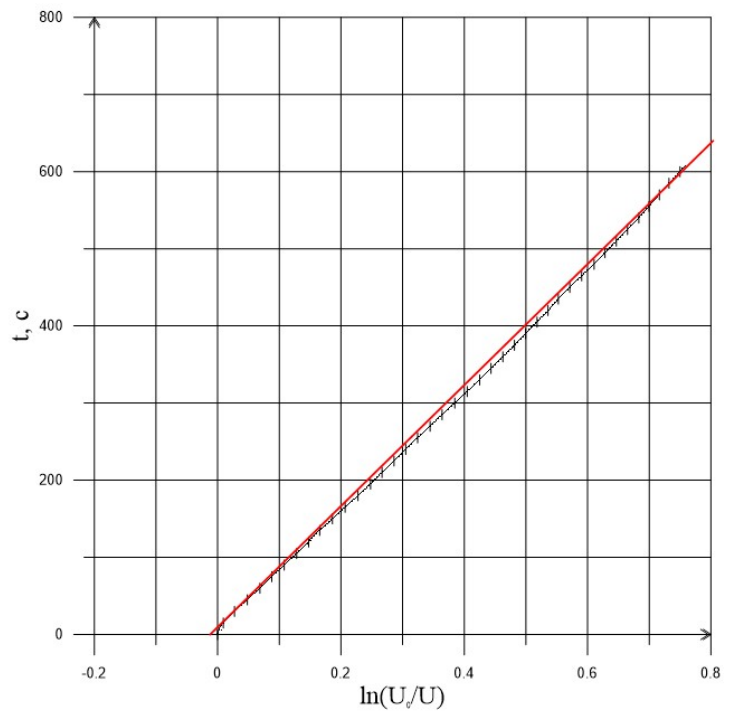
$$k = \tau = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle * \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \approx 783,07 \text{ c}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{371} \left( \frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2 \right)} \approx 3,94 \text{ c}$$

$$b = \langle y \rangle - k * \langle x \rangle \approx 3,05 \text{ c}$$

$$\sigma_b = \sigma_k * \sqrt{\langle x^2 \rangle} \approx 1,75 \text{ c}$$

$$\begin{aligned} k &= (783,07 \pm 3,94) \text{ c} \\ b &= (3,05 \pm 1,75) \text{ c} \end{aligned}$$



$$D_{156,5} = \frac{VI}{2\tau S} = \frac{420 \text{ cm}^3 * 9 \text{ cm}^{-1}}{2 * 783,07 \text{ c}} \approx 2,41 \frac{\text{cm}^2}{\text{c}} ; \quad \sigma_{D_{156,5}} = D_{156,5} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{IIS}}{I/S}\right)^2} \approx 0,06 \frac{\text{cm}^2}{\text{c}}$$

$$D_{156,5} = (2,41 \pm 0,06) \frac{cm^2}{c}$$

P<sub>г</sub> = 301,8 торр:

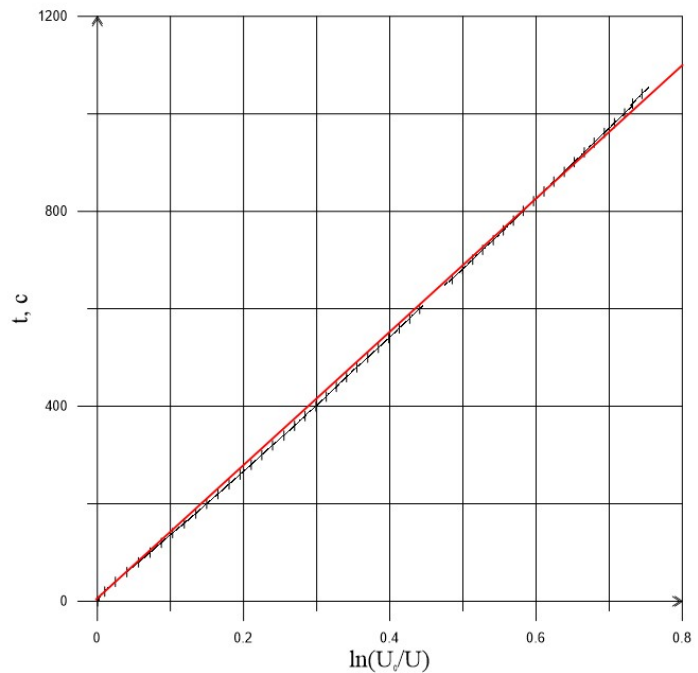
$$k = \tau = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle * \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \approx 1388,65 \text{ c}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{1013} \left( \frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2 \right)} \approx 4,32 \text{ c}$$

$$b = \langle y \rangle - k * \langle x \rangle \approx -7,1 \text{ c}$$

$$\sigma_b = \sigma_k * \sqrt{\langle x^2 \rangle} \approx 1,9 \text{ c}$$

$$\begin{aligned} k &= (1388,65 \pm 4,32) \text{ c} \\ b &= (-7,1 \pm 1,9) \text{ c} \end{aligned}$$



$$D_{301,8} = \frac{Vl}{2\tau S} = \frac{420 \text{ cm}^3 * 9 \text{ cm}^{-1}}{2 * 1388,65 \text{ c}} \approx 1,36 \frac{cm^2}{c} ; \quad \sigma_{D_{301,8}} = D_{301,8} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l/S}}{l/S}\right)^2} \approx 0,04 \frac{cm^2}{c}$$

$$D_{301,8} = (1,36 \pm 0,04) \frac{cm^2}{c}$$

5. Построим зависимость коэффициента диффузии от обратного давления в координатах D(1/P):

$$k = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \approx 431,14 \frac{\text{см}^2 * \text{торр}}{c}$$

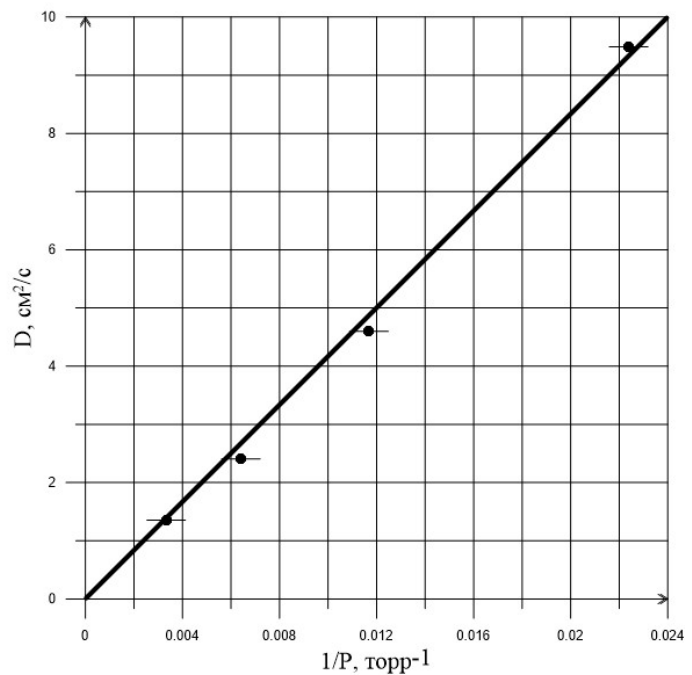
$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2 \right)} \approx 2,40 \frac{\text{см}^2 * \text{торр}}{c}$$

$$b = \langle y \rangle - k \langle x \rangle \approx -0,25 \frac{\text{см}^2 * \text{торр}}{c}$$

$$\sigma_b = \sigma_k * \sqrt{\langle x^2 \rangle} \approx 0,03 \frac{\text{см}^2 * \text{торр}}{c}$$

$$k = (431,14 \pm 2,40) c$$

$$b = (-0,25 \pm 0,03) c$$



Экстраполируя график к атмосферному давлению, оценим соответствующий коэффициент диффузии.

$$D_{\text{атм}} \approx 0,32 \frac{\text{см}^2}{c} ; \quad \sigma_D = 0,08 \frac{\text{см}^2}{c}$$

$$D_{\text{атм}} = (0,32 \pm 0,08) \frac{\text{см}^2}{c}$$

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle = \frac{1}{3} \lambda \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

Отсюда  $\lambda \approx 10^{-7} \text{ м}$  и  $\sigma = 4 * 10^{-19} \text{ м}^2$

## Вывод

Мы пронаблюдали явление взаимной диффузии на примере гелия и воздуха, определили коэффициенты взаимной диффузии при 4 разных давлениях. Построили график зависимости коэффициента диффузии от давления. А также оценили с помощью коэффициента диффузии длину свободного пробега молекул и размер молекул.