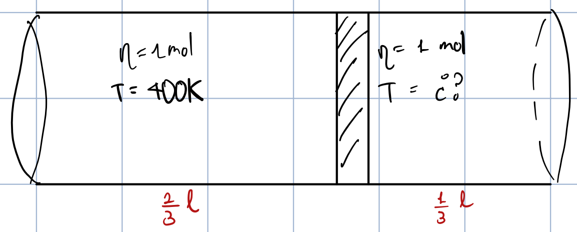
1.



Por equilibrio termodinámico podemos usamos:

$$PV = nRT \longrightarrow \text{Despejando } P \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

Asumimos que la presión es la misma para ambos casos.

$$P_1 = P_2$$

$$\therefore \frac{n_1 R T_1}{V_1} = \frac{n_2 R T_2}{V_2}$$

Despejamos T_2 y reemplazamos:

$$T_2 = \frac{V_2 (\cancel{1\,mol}) \cancel{R} (400K)}{V_1 (\cancel{1\,mol}) \cancel{R}}$$

nos queda: $T_2 = \frac{V_2}{V_1}(400K)$

Sabemos que el volumen de un cilindro es de:

$$\pi r^2 h$$

Reemplazamos:
$$T_2 = \frac{\pi r^2 \frac{1}{3} L}{\pi r^2 \frac{2}{3} L} (400\,K)$$

$$T_2 = \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}} (400\,K)$$

$$\therefore \quad \boxed{T_2 = 200K}$$

b) Sabemos que $\partial U = \partial Q - \partial W$ pero nuestro $\partial W = 0$
$$\therefore \quad \partial U = \partial Q$$

También sabemos que:
$$\partial U = n C_v \partial T$$

Por lo que podemos asumir que
$$\partial Q = n C_v \partial T$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = n C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

Reemplazando
$$-\frac{KA}{\ell} \Delta T = n C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

nos dicen que
$$C = \frac{KA}{\ell} (T_1 - T_2)$$

$$C_v = \frac{3R}{2}$$

∴ cuando evaluamos en $t=0$ nos queda:

$$\left.\frac{dT}{dt}\right|_{t=0} = \pm \hat{C}\left(T_1^0 - T_2^0\right)$$

$+$ para T_2 y $-$ para T_1.

c) Nuestro sistema de ecuaciones sería:

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = -C\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix}$$

Hallamos el determinante de nuestra matriz:

$$\det\begin{pmatrix} -C-\lambda & C \\ C & -C-\lambda \end{pmatrix}$$

$$= \left[(-C-\lambda)(-C-\lambda)\right] - C^2$$

Igualamos a 0 para hallar λ:

$$\cancel{C^2} + C\lambda + C\lambda + \lambda^2 - \cancel{C^2}$$

$$2C\lambda + \lambda^2 = 0$$

Con cuadrática:

$$\lambda = 0 \quad y \quad \lambda = -2c$$

Resolviendo en la matriz finalmente nos queda: (En matrixcalc)

$$T_1 = C_1 + C_2 e^{-2ct}$$
$$T_2 = C_1 - C_2 e^{-2ct}$$

Podemos reemplazar nuestro T para hallar C:

$$T_1(0) = C_1 + C_2 \cancel{e^{-2c(0)}}^{1}$$
$$400 = C_1 + C_2$$
$$C_1 = 400 - C_2 \quad (1)$$

$$T_2(0) = C_1 - C_2 \cancel{e^{-2c(0)}}^{1}$$
$$200 = C_1 - C_2 \quad (2)$$

Reemplazamos (1) en (2):

$$200 = 400 - C_2 - C_2$$
$$200 = 400 - 2C_2$$
$$C_2 = \frac{200}{2}$$

$$C_2 = 100$$

Reemplazamos en 1:

$$C_1 = 400 - 100$$

$$C_1 = 300$$

Por tanto, nuestras ecuaciones finales quedan:

$$T_1 = 300 + 100e^{-2ct}$$

$$T_2 = 300 - 100e^{-2ct}$$