Задание 3.2

Пусть (x_1, y_1), (x_2, y_2) – координаты точек в 1 СК (системе координат)

$(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$, $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$ координаты точек во 2й СК.

Расстояние между точками $R = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ и

$R_1 = \sqrt{(\tilde{x}_2-\tilde{x}_1)^2 + (\tilde{y}_2-\tilde{y}_1)^2}$ – соответственно.

Докажем, что $R = R_1$

Из формул ортогонального преобразования

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = (x_1-a)\cos\alpha + (y_1-b)\sin\alpha \\ \tilde{y}_1 = -(x_1-a)\sin\alpha + (y_1-b)\cos\alpha \end{cases} \quad \text{и}$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_2 = (x_2-a)\cos\alpha + (y_2-b)\sin\alpha \\ \tilde{y}_2 = -(x_2-a)\sin\alpha + (y_2-b)\cos\alpha \end{cases}$$

$$\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1 = x_2\cdot\cos\alpha - a\cos\alpha + y_2\sin\alpha - b\sin\alpha - x_1\cos\alpha + a\cos\alpha - y_1\sin\alpha + b\sin\alpha$$

$$= (x_2-x_1)\cos\alpha + (y_2-y_1)\sin\alpha$$

$$\tilde{y}_2 - \tilde{y}_1 = -x_2\sin\alpha + a\sin\alpha + y_2\cos\alpha - b\cos\alpha + x_1\sin\alpha - a\sin\alpha - y_1\cos\alpha + b\cos\alpha =$$

$$= -(x_2-x_1)\sin\alpha + (y_2-y_1)\cos\alpha$$

$$R_1 = \sqrt{(\tilde{x}_2-\tilde{x}_1)^2 + (\tilde{y}_2-\tilde{y}_1)^2} = \sqrt{((x_2-x_1)\cos\alpha + (y_2-y_1)\sin\alpha)^2 + (-(x_2-x_1)\sin\alpha + (y_2-y_1)\cos\alpha)^2} =$$

$$= \sqrt{(x_2-x_1)^2\cdot\cos^2\alpha + 2(x_2-x_1)(y_2-y_1)\cos\alpha\cdot\sin\alpha + (y_2-y_1)^2\cdot\sin^2\alpha +}$$

$$+ \overline{(x_2-x_1)^2\sin^2\alpha - 2(x_2-x_1)(y_2-y_1)\sin\alpha\cos\alpha + (y_2-y_1)^2\cdot\cos^2\alpha} =$$

$$= \sqrt{(x_2-x_1)^2\cos^2\alpha + (x_2-x_1)^2\cdot\sin^2\alpha + (y_2-y_1)^2\sin^2\alpha + (y_2-y_1)^2\cos^2\alpha} =$$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

$$= \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} = R, \text{ т.о. } R_1 = R, \text{ т.е. при}$$

ортогональном преобразовании сохраняется расстояние между точками