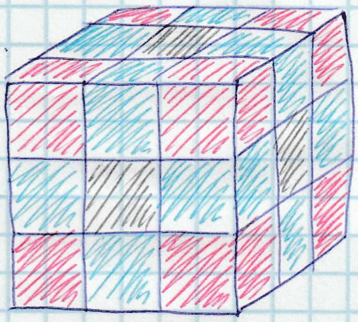
⑦. Х Решала чер. вероятности (м.б. комбинаторно, но тема урока „Вв. в теор. вероятностей“)).



8 кубиков (угловые) с 3мя окраш. гранями

12 кубиков окрашены с 2х сторон

6 кубиков окрашены с 1й стороны

1 (внутр.) кубик неокрашенный

Σ 27 кубиков

Собираем „белый куб“:

1) Выбираем кубик, у которого нет белых граней

$$p_1 = \frac{1}{27}$$

2) Выбираем из оставшихся 26 кубиков 6 раз подряд кубик, окраш. с 1й стороны и при этом „ставим“ его в нужное расположение

$$p_2 = \left(\frac{6}{26}\cdot\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{25}\cdot\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{4}{24}\cdot\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{3}{23}\cdot\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{2}{22}\cdot\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{21}\cdot\frac{1}{6}\right) = \frac{20!\cdot 6!}{26!\cdot 6^6}$$

$*\frac{6}{26}$ – осталось 26 кубиков, из них 6 нужных

$*\frac{5}{25}$ – осталось 25 кубиков, из них 5 нужных (т.к. 1й нужный уже выбрали) и т.д.

$*\frac{1}{6}$ – „ставим“ в любое из 6 мест, где окрашена д.б. 1 сторона

3) Выбираем из оставшихся 20 кубиков 12 раз подряд кубики, окраш. с 2х сторон (вер-ти считаем по аналогии с p_2)

$$p_3 = \left(\frac{12}{20}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{11}{19}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{10}{18}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{9}{17}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{8}{16}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{7}{15}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{6}{14}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{5}{13}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{4}{12}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{3}{11}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{12}\right) = \frac{8!\cdot 12!}{20!\cdot 12^{12}}$$

4) Выбираем оставшиеся 8 кубиков с 3мя окраш. гранями на оставшиеся 8 мест

$$p_4 = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8} = \frac{1}{8^8}$$

Итого вероятность собрать „белый куб“ (все 4 вероятности „*“, т.к. все они „связаны“ и)

$$P = p_1\cdot p_2\cdot p_3\cdot p_4 = \underbrace{\frac{1}{27}\cdot\frac{20!\cdot 6!}{26!\cdot 6^6}}_{27!}\cdot\frac{8!\cdot 12!}{20!\cdot 12^{12}}\cdot\frac{1}{8^8} = \frac{6!\cdot 8!\cdot 12!}{27!\cdot 6^6\cdot 8^8\cdot 12^{12}}$$