Практическое задание №5

(5.1) Вычислить $(5 \cdot E)^{-1}$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 5E = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Определитель ед. матрицы $|E| = 1$, определитель $|5E| = 5^5 \neq 0$, значит, обр. матрица существует.

Найдем $(\widetilde{5E})^T$.

"значимое" 2-го п. в транспонированной матрице будут только по главной диагонали и равно $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$.

т.о. $(5E)^{-1} = \dfrac{1}{5^5} \cdot \begin{pmatrix} 5^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/5 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$$

(5.2) Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 7 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 6 \cdot (1 \cdot 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 7 + 4 \cdot 4 \cdot 1 - 1 \cdot 0 \cdot 7 - 4 \cdot 2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 \cdot 3) =$$

$$= 6(0 + 14 + 16 - 0 + 8 - 12) = 6 \cdot 10 = \boxed{60}$$

(5.3) ① Вычислить матрицу, обратную данной

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$. Определим $|A| = 60 \neq 0$ значит, обр. матрица существует

Найдем матрицу миноров M.

$M_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = -48$; $M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 36 - 42 = -6$ $M_{13} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 32$

$M_{21} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 24 = -6$; $M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 9 - 21 = -12$ $M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 8 - 14 = -6$

$M_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 12$; $M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6 - 12 = -6$ $M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -8$