1) $p=0{,}8 \quad q=1-0{,}8=0{,}2$

$n=100, \quad k=85$

Решение: по ф-ле Бернулли

$$P_{100}^{85}=C_{100}^{85}\cdot p^{85}\cdot q^{15}=\frac{100!}{85!\cdot 15!}\cdot 0{,}8^{85}\cdot 0{,}2^{15}\approx 0{,}04806$$

2сп: т.к. кол-во испытаний велико, то исп. локальную теорему Лапласа

$$P_n^k\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x), \text{ где } \underbrace{\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}}_{\text{ф-я Гаусса}}; \quad x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$$

$$x=\frac{85-100\cdot 0{,}8}{\sqrt{100\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}}=\frac{5}{4}=1{,}25$$

$\varphi(1{,}25)=0{,}1826$ (по таблице значений ф-и Гаусса)

Т. о. $P_{100}^{85}\approx\frac{1}{\sqrt{100\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}}\cdot 0{,}1826=\frac{0{,}1826}{4}\approx 0{,}04565$

(*) И вот тут вопрос: по ф-ле Лапласа считать быстрее и проще, но вероятность меньше (в данном случае). Так что лучше использовать? В Питоне, конечно же, легче считать по Бернулли:)

2) $p=0{,}0004; \quad n=5000.$

а) $k=0$; б) $k=2$

Решение: т.к. кол-во испытаний велико, а вероятность $\ll 0{,}1$, исп. ф-лу Пуассона:

$$P_m\approx\frac{\lambda^m}{m!}\cdot e^{-\lambda}, \quad \lambda=np$$

$\lambda=5000\cdot 0{,}0004=2$ - среднеожидаемое кол-во перегоревших лампочек

а) $k=0 \quad P_0=\frac{2^0}{0!}e^{-2}=\frac{1}{e^2}\approx 0{,}1353$

б) $k=2 \quad P_2=\frac{2^2}{2!}\cdot e^{-2}=\frac{2}{e^2}\approx 0{,}27067$

(*) И здесь вопрос: получается, что вероятность перегорания одной и ни одной лампочки равные?

3. $p=\frac{1}{2}$; $q=\frac{1}{2}$; $n=144$, $k=70$

Решение:

1сп Ф-ла Бернулли

$$P(A)=C_{144}^{70}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{70}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{74}=\frac{144!}{70!\cdot 74!}\cdot\frac{1}{2^{144}}\approx 0{,}0628$$

2сп Ф-ла Лапласа

$$P_n^k\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x)\ ;\ \varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}};\ x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$$

$$x=\frac{70-144\cdot\frac{1}{2}}{\sqrt{144\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}}=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}\ ;\ \varphi(x)=0{,}3778$$

(по табл. значений)

Т.о. $P_{144}^{70}\approx\frac{0{,}3778}{6}\approx 0{,}06296$

4. $\underbrace{\boxed{7б+3ч}}_{10}$ $\underbrace{\boxed{9б+2ч}}_{11}$

$p_1=\frac{7}{10}$ - вынуть белый шар из 1го мешка

$q_1=\frac{3}{10}$ - вынуть черный шар из 1го мешка

$p_2=\frac{9}{11}$ - вынуть белый шар из 2го мешка

$q_2=\frac{2}{11}$ - вынуть черный шар из 2го мешка

а) 1сп $\left(\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\right)\cdot\left(\frac{9}{11}\cdot\frac{8}{10}\right)=\frac{84}{275}\approx 0{,}30(54)$

2сп $\frac{C_7^2}{C_{10}^2}\cdot\frac{C_9^2}{C_{11}^2}=\frac{7!\cdot 8!\cdot 2!}{5!\cdot 2!\cdot 10!}\cdot\frac{9!\cdot 9!\cdot 2!}{7!\cdot 2!\cdot 11!}=\frac{6\cdot 7}{9\cdot 10}\cdot\frac{8\cdot 9}{10\cdot 11}\approx 0{,}30(54)$

б) 1сп $\underbrace{\left(\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\right)}_{2б}\ и\ \underbrace{\left(\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{10}\right)}_{2ч}+\left(\underbrace{\frac{7}{10}}_{1б}\cdot\underbrace{\frac{3}{9}}_{1ч}\right)\left(\underbrace{\frac{9}{11}}_{1б}\cdot\underbrace{\frac{2}{10}}_{1ч}\right)+\left(\underbrace{\frac{3}{10}}_{1ч}\cdot\underbrace{\frac{7}{9}}_{1б}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{2}{11}}_{1ч}\cdot\underbrace{\frac{9}{10}}_{1б}\right)+$

$+\underbrace{\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}\right)}_{2ч}\cdot\underbrace{\left(\frac{9}{11}\cdot\frac{8}{10}\right)}_{2б}=\frac{7\cdot 6\cdot 2+7\cdot 3\cdot 9\cdot 2+3\cdot 7\cdot 2\cdot 9+3\cdot 2\cdot 9\cdot 8}{9\cdot 10\cdot 11\cdot 10}=\frac{1272}{9900}$

$=0{,}12(84)$

2сп $\underset{2б}{\frac{C_7^2}{C_{10}^2}}\cdot\underset{2г}{\frac{C_2^2}{C_{11}^2}} + \underset{1г\ 1б}{\frac{C_7^1\cdot C_3^1}{C_{10}^2}}\cdot\underset{1г\ 1б}{\frac{C_9^1\cdot C_2^1}{C_{11}^2}} + \underset{2г}{\frac{C_3^2}{C_{10}^2}}\cdot\underset{2б}{\frac{C_9^2}{C_{11}^2}} =$

$= \frac{7!\cdot 8!\cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}\cdot 5!\cdot 10!}\cdot\frac{2!\cdot \cancel{2!}\cdot 9!}{\cancel{2!}\cdot 0!\cdot 11!} + \frac{7!}{6!\,1!}\cdot\frac{3!}{2!\,1!}\cdot\frac{2!\,8!}{10!}\cdot\frac{9!}{1!\,8!}\cdot\frac{2!}{1!\,1!}\cdot\frac{2!\cdot 9!}{11!} +$

$+ \frac{3!\cdot 8!\cdot 2!}{2!\,1!\cdot 10!}\cdot\frac{9!\cdot 2!\cdot 9!}{7!\,\cancel{2!}\cdot 11!} = \frac{6\cdot 7}{9\cdot 10}\cdot\frac{2}{10\cdot 11} + \frac{7\cdot 3\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 9\cdot 10}\cdot\frac{9\cdot 2\cdot 2}{10\cdot 11} +$

$+ \frac{3\cdot 2}{9\cdot 10}\cdot\frac{8\cdot 9}{10\cdot 11} = 0{,}12(84)$

в) 1сп $1-\underbrace{\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}\right)\left(\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{10}\right)}_{\text{все черные}} = 0{,}99(87)$

2сп $1-\frac{C_3^2\cdot C_2^2}{C_{10}^2\cdot C_{11}^2} = 1-\frac{3!}{\cancel{2!}\,1!}\cdot\frac{\cancel{2!}}{2!\,0!}\cdot\frac{2!\,8!}{10!}\cdot\frac{2!\,9!}{11!} =$

$= 1-\frac{6\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 9\cdot 10\cdot 10\cdot 11} = 0{,}99(87)$