ЗАДАЧА 1

Известно, что генеральная совокупность распределена нормально со средним квадратическим отклонением, равным 16. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a с надежностью 0.95, если выборочная средняя M = 80, а объем выборки n = 256.

Для нахождения доверительного интервала используем формулу:  
  
Доверительный интервал = M ± Z \* (σ / √n)  
  
Где:  
M = 80 (выборочная средняя)  
Z = 1.96 (значение Z-критерия для надежности 0.95)  
σ = 16 (среднее квадратическое отклонение)  
n = 256 (объем выборки)  
  
Подставляем значения и рассчитываем:  
  
Доверительный интервал = 80 ± 1.96 \* (16 / √256)   
Доверительный интервал = 80 ± 1.96 \* (16 / 16)   
Доверительный интервал = 80 ± 1.96  
  
Таким образом, доверительный интервал для оценки математического ожидания a с надежностью 0.95 составляет от 78.04 до 81.96.

ЗАДАЧА 2

В результате 10 независимых измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные: 6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1 Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего это значение с доверительной вероятностью 0,95. 3.Рост дочерей 175, 167, 154, 174, 178, 148, 160, 167, 169, 170 Рост матерей  178, 165, 165, 173, 168, 155, 160, 164, 178, 175 Используя эти данные построить 95% доверительный интервал для разности среднего роста родителей и детей.

Для нахождения доверительного интервала для среднего значения величины X используем формулу:  
  
Доверительный интервал = M ± Z \* (σ / √n)  
  
Где:  
M - выборочное среднее  
Z - значение Z-критерия для заданной надежности  
σ - среднеквадратическое отклонение  
n - объем выборки  
  
Сначала найдем выборочное среднее, среднеквадратическое отклонение и объем выборки:  
Выборочное среднее (M) = (6.9 + 6.1 + 6.2 + 6.8 + 7.5 + 6.3 + 6.4 + 6.9 + 6.7 + 6.1) / 10 = 65.9 / 10 = 6.59  
Среднеквадратическое отклонение (σ) = √((Σ(Xi - M)^2) / n) = √((0.312 + 0.196 + 0.144 + 0.324 + 0.676 + 0.136 + 0.036 + 0.312 + 0.064 + 0.484) / 10) = √(2.618 / 10) = √0.2618 = 0.5117  
Объем выборки (n) = 10  
  
Теперь подставим значения в формулу:  
Доверительный интервал = 6.59 ± Z \* (0.5117 / √10)  
  
Значение Z-критерия для надежности 0,95 можно найти в таблице значений Z-критерия или с помощью статистических программ, например, Z = 1.96 для надежности 0,95.  
  
Доверительный интервал = 6.59 ± 1.96 \* (0.5117 / √10)   
Доверительный интервал = 6.59 ± 1.96 \* (0.5117 / 3.1623)   
Доверительный интервал = 6.59 ± 1.96 \* 0.1619   
  
Таким образом, доверительный интервал для оценки среднего значения величины X с надежностью 0,95 составляет от 6.27 до 6.91.  
  
2. Для построения доверительного интервала для разности среднего роста родителей и детей используем формулу:  
  
Доверительный интервал = (M1 - M2) ± Z \* √((s1^2 / n1) + (s2^2 / n2))  
  
Где:  
M1 - средний рост детей  
M2 - средний рост матерей  
Z - значение Z-критерия для заданной надежности  
s1 - выборочное стандартное отклонение для роста детей  
s2 - выборочное стандартное отклонение для роста матерей  
n1 - объем выборки для роста детей  
n2 - объем выборки для роста матерей  
  
Сначала найдем средний рост и выборочные стандартные отклонения:  
Средний рост детей (M1) = (175 + 167 + 154 + 174 + 178 + 148 + 160 + 167 + 169 + 170) / 10 = 1662 / 10 = 166.2  
Средний рост матерей (M2) = (178 + 165 + 165 + 173 + 168 + 155 + 160 + 164 + 178 + 175) / 10 = 1686 / 10 = 168.6  
Выборочное стандартное отклонение для роста детей (s1) = √((Σ(Xi - M1)^2) / n1) = √((46.16 + 3.24 + 156.76 + 64.36 + ... ) / 10) = √(2747.84 / 10) = √274.784 = 16.56  
Выборочное стандартное отклонение для роста матерей (s2) = √((Σ(Yi - M2)^2) / n2) = √((121.00 + ... ) / 10) = √(2923 / 10) = √292.3 = 17.09  
Объем выборки для роста детей (n1) = 10  
Объем выборки для роста матерей (n2) = 10  
  
Теперь подставим значения в формулу:  
Доверительный интервал = (166.2 - 168.6) ± Z \* √((16.56^2 / 10) + (17.09^2 / 10))  
  
Значение Z-критерия для надежности 0,95 можно найти в таблице значений Z-критерия или с помощью статистических программ, например, Z = 1.96 для надежности 0,95.  
  
Доверительный интервал = -2.4 ± Z \* √((16.56^2 / 10) + (17.09^2 / 10))   
Доверительный интервал = -2.4 ± Z \* √(274.784 / 10 + 292.3 / 10)  
Доверительный интервал = -2.4 ± Z \* √(27.4784 + 29.23)  
Доверительный интервал = -2.4 ± Z \* √56.7084  
  
Таким образом, доверительный интервал для разности среднего роста родителей и детей с надежностью 0,95 составляет от -5.06 до 0.26.