

# Построение карты связности функциональных групп в задаче декодирования сигналов головного мозга

Вареник Наталия

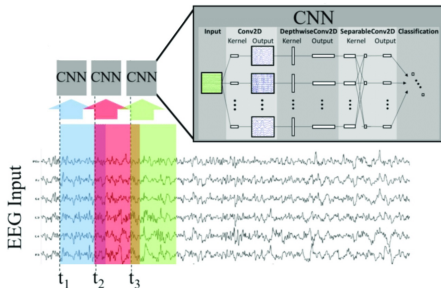
Московский физико-технический институт  
Физтех-школа прикладной математики и информатики  
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель: д.ф.-м.н. В.В. Стрижов

Москва, 2021

**Задача:** Построить модель анализа активности головного мозга, учитывающую пространственную структуру сигналов.

**Проблема:** Существующие решения на основе сверточных моделей определены в канально-временном домене, не содержащем информацию о расположении электродов.



Обработка сигналов сверточной моделью.

**Решение:** Предлагается рассмотреть графовое представление сигналов для учета функциональных взаимосвязей различных частей мозга в пространстве.

**Исследуются** методы построения карты связности электродов для ее последующего использования графовой моделью.

## Оценка связи электродов

- *Sakkalis V., Tsiaras V., Tollis I.* Graph Analysis and Visualization for Brain Function Characterization Using EEG Data. // Journal of Healthcare Engineering, 2010

## Моделирование последовательностей пространственной структуры

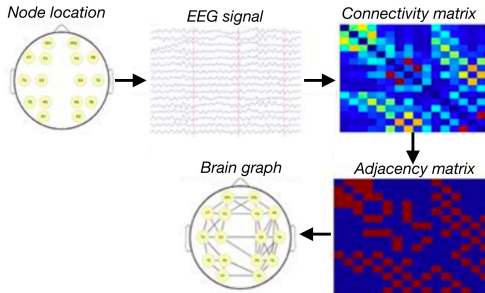
- *Seo Y., Defferrard M., Vandergheynst P., Bresson X.* Structured Sequence Modeling with Graph Convolutional Recurrent Networks. // Neural Information Processing, 2018
- *Ruiz, L., Gama, F., & Ribeiro, A.* Gated Graph Recurrent Neural Networks. // IEEE Transactions on Signal Processing, 2020

## Построение карты связности

$\mathbf{X}_m \in \mathbb{R}^{N \times E}$ ,  $m \in \overline{1, M}$  - исходный сигнал,  $N$  - количество отсчетов времени,  $E$  - количество электродов,  $M$  - количество примеров в выборке  $\mathbf{X}$ .  
Дополнительно известна матрица координат электродов  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{E \times 3}$ .

Рассмотрим граф  $\mathcal{G}_m = (\mathcal{V}_m, \mathcal{E}_m)$ , в котором  $\mathcal{V}_m$  есть множество электродов, а множество ребер  $\mathcal{E}_m$  и их веса определяются из матрицы смежности  $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}}$ . Требуется построить функцию:

$$\mathbf{f}_A : (\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}) \rightarrow \mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}}$$



Построение графового представления сигнала.

## Классификация сигнала

Данные сигналов:  $\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_m\}_{m=1}^M$ ,  $\mathbf{X}_m = \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}$ ,  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E$ ,  $T = \{t_n\}_{n=1}^N$ ,  $t_n \in \mathbb{R}$ , где  $N$  - количество отсчетов времени,  $E$  - количество электродов,  $M$  - количество объектов.

Координаты электродов:  $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_j\}_{j=1}^E$ ,  $\mathbf{z}_j \in \mathbb{R}^{E \times 3}$ .

Целевая переменная:  $\mathbf{y} = \{y_m\}_{m=1}^M$ ,  $y_m \in \{1, \dots, C\}$ ,  $C$  - количество классов.

Рассматривается класс графовых нейронных сетей:

$$g_\theta : (\mathbf{X}, \mathbf{A}_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}}) \rightarrow \mathbf{y}.$$

Функции ошибки - кросс-энтропия:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \sum_{c=0}^C y_m^c \log(p_m^c) \right]$$

$p_m^c = g_\theta(\mathbf{X}_m, \mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}})$  - вероятность класса  $c$  для  $\mathbf{X}_m$  с матрицей смежности  $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}}$ .

Оптимизационная задача:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \mathcal{L}(\theta, \mathbf{X}, \mathbf{A}_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}}).$$

Рассмотрим произвольную пару электродов  $\mathbf{z}_i, \mathbf{z}_j$  с сигналами  $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ .

- Евклидово расстояние:

$$d_{ij} = \exp\left(\frac{-\|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|_2^2}{2\sigma^2}\right), a_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{если } d_{ij} \geq \rho_d \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- Корреляция Пирсона:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{n=1}^N (x_i(t_n) - \bar{x}_i)(x_j(t_n) - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (x_i(t_n) - \bar{x}_i)^2 \sum_{n=1}^N (x_j(t_n) - \bar{x}_j)^2}}, a_{ij} = \begin{cases} r_{ij}, & \text{если } r_{ij} \geq \rho_r \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- Когерентность:

$$\gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(f) = \frac{|S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(f)|^2}{S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i}(f) S_{\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j}(f)}, a_{ij} = \begin{cases} \gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}, & \text{если } \gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j} \geq \rho_\gamma, \text{ где} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

$$S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i}(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau, S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

- авто и кросс-спектральные функции плотности,  $R_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(\tau)$  - функция корреляции.

Пусть набор временных рядов  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_E(t)]^T$  адекватно описывается векторной регрессионной моделью порядка  $p$ :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^p \mathbf{W}_k \mathbf{x}(t-k) + \mathbf{b}(t), \text{ где}$$

$$\mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} w_{11}(k) & \dots & w_{1E}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{E1}(k) & \dots & w_{EE}(k) \end{bmatrix} - \text{матрица авторегрессионных коэффициентов,}$$

$$\mathbf{b}(t) = [b_1(t) \quad \dots \quad b_E(t)]^T \sim N(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{b}}).$$

Коэффициенты  $w_{ij}(k)$  отображают влияние  $x_j(t-k)$  на  $x_i(t)$ .

$$\mathbf{W}(\lambda) = \sum_{k=1}^p \mathbf{W}_k e^{-i2\pi\lambda k} - \text{преобразование Фурье матрицы коэффициентов.}$$

Интенсивность информационного потока из канала  $j$  в канал  $i$ :

$$\pi_{i \leftarrow j}(\lambda) = \frac{\frac{1}{\sigma_i^2} |\overline{\mathbf{W}}_{ij}(\lambda)|}{\sqrt{\sum_{m=1}^p \frac{1}{\sigma_m^2} \overline{\mathbf{W}}_{mj}(\lambda) \overline{\mathbf{W}}_{mj}^H(\lambda)}}, \pi_{ij} = \frac{1}{2}(\pi_{i \leftarrow j} + \pi_{j \leftarrow i}),$$

$$\overline{\mathbf{W}}(\lambda) = \mathbf{I} - \mathbf{W}(\lambda), \sigma_i^2 - \text{дисперсия } b_i(t).$$

# Мера синхронизации фаз (Phase Locking Value)

Две динамические системы могут иметь синхронизацию фаз, даже если их амплитуды независимы. Синхронизация фаз понимается как:

$$|\phi_{xi}(t) - \phi_{xj}(t)| = \text{const.}$$

Аналитическое представление сигнала:

$$H(t) = x(t) + i\tilde{x}(t), \text{ где}$$

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' - \text{преобразование Гильберта сигнала } x(t).$$

Фаза аналитического сигнала определяется как:

$$\phi(t) = \arctan \left( \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right).$$

Таким образом, для двух сигналов  $x_i(t)$ ,  $x_j(t)$  равной продолжительности с фазами  $\phi_{xi}(t)$ ,  $\phi_{xj}(t)$  мера PLV задается уравнением:

$$PLV_{x_i x_j} = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(i(\phi_{xi}(n\Delta t) - \phi_{xj}(n\Delta t))) \right|$$

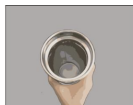
где  $\Delta t$  - шаг по времени, а  $N$  - количество наблюдений сигнала.



## Цели:

- 1 Построить матрицу связей электродов предложенными методами,
- 2 Сравнить качество работы графовой модели в задаче декодирования с использованием полученных оценок матрицы смежности.

**Данные:** выборка BCI Competition 2020 по двигательным образам, связанных с верхними конечностями. Эксперимент проводился 3 дня, на группе из 15 человек, которые выполняли задания по представлению захвата предмета (цилиндрической, сферической и плоской формы). EEG сигнал измерялся 60 каналами, расположенными по системе 10-20 с частотой сэмплирования 250 Hz.



Cylindrical



Spherical



Lumbrical

## Графовая модель: CNN+LSTM

- $\mathbf{x}_t^{CNN} = CNN_G(\mathbf{x}_t) = g(\tilde{\mathbf{D}}^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x}_t \mathbf{W}), \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{I}, \tilde{\mathbf{D}} = \text{diag}(d_{ii}), d_{ii} = \sum_j \tilde{\mathbf{A}}_{ij},$
- $\mathbf{i}_t = \sigma(\mathbf{W}_{xi} \mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hi} \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{ci} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_i),$
- $\mathbf{f}_t = \sigma(\mathbf{W}_{xf} \mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hf} \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{cf} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_f),$
- $\mathbf{c}_t = \mathbf{f}_t \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{i}_t \odot \tanh(\mathbf{W}_{xc} \mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hc} \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_c),$
- $\mathbf{o}_t = \sigma(\mathbf{W}_{xo} \mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{ho} \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{co} \odot \mathbf{c}_t + \mathbf{b}_o),$
- $\mathbf{h}_t = \mathbf{o}_t \odot \tanh(\mathbf{c}_t).$

# Результаты оценки матрицы связности

