Cálculo Diferencial e Integral
Lista 4

Guilherme Pereira Amorim
Julianna Lerner Naslauski
Natália Correia Freitas

Novembro 2022

1 Respostas

Exercício 1

$$\begin{array}{rcc} f(x,y) = & x^4 + y^3 = 4x^3 y^3 & 3y^2 + x^4 \\ g(x,y) = & x + y = 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} 4x^3\, y^3 = 3y^2\, x^4 \\ 4x^3\, y = 3x^4 \end{cases} \implies \qquad y = \frac{3}{4}x$$

Vamos substituir a equação 3:

$$\begin{cases} 4x^3\, y^3 = \lambda(1) \\ 3y^2\, x^4 = \lambda(2) \\ x + y = \lambda(3) \end{cases}$$

$$x + \frac{3}{4}x - 1 = 0$$

$$x + \frac{3}{4}x = 1$$

$$\frac{x}{1} + \frac{3x}{4} = \frac{4x + 3x}{4}$$

$$\frac{4x + 3x}{4} = 1$$

$$\frac{7x}{4} = 1$$

$$\frac{7x}{4} = 1$$

$$x = \frac{7}{4}$$

Vamos substituir a equação 1:

$$x+y-1=0$$
$$\frac{3}{7}+y=1$$
$$y=1-\frac{3}{7} \implies \frac{7-4}{7}=\frac{3}{7}=y$$

$$\boldsymbol{f}\left(\frac{4}{7},\frac{3}{7}\right)=\left(\frac{4}{7}^4\cdot\frac{3}{7}^3\right)=\frac{4^4\cdot 3^3}{7^7}$$

Portanto P $=\left(\frac{4}{7},\frac{3}{7}\right)$ ***é a função no p*** $=\frac{4^4\cdot 3^3}{7^7}$ ***do ponto crítico maximizado da função.***

Exercício 2

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x^2+y^2+3xy-x+y \\ \nabla f(x,y) &= (2x+3y-1,2y+3x+1) \\ \nabla f(x_0,y_0) &= (0,0) \\ (2x_0+3y_0-1,2y_0+3x_0+1) &= (0,0) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x_0+3y_0-1=0(*3) \implies & 6x_0+9y_0-3=0 \\ 3x_0+2y_0+1=0(-2) \implies & -6x_0-4y_0-2=0 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} +9y_0-3=0 \\ -4y_0-2=0 \\ \hline 5y_0-5=0 \implies y_0=1 \end{array}$$

Vamos substituir yo na equação:

$$3x_0+2y_0+1=0 \implies 3x_0+2+1=0 \implies x_0=\frac{-3}{3}=-1$$

$$H(x,y)=\begin{vmatrix} fxx & fxy \\ fyx & fyy \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=4-9=-5$$

- 5 é menor que 0, então (-1,1) é ponto de sela.

Exercício 3

1º passo: função objetiva

$$f(x,y,z) = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2$$
$$f(x,y,z) = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 2z + 1$$
$$f(x,y,z) = x^2 - 2x + y^2 - 2y + z^2 - 2z + 3$$
$$g(x,y,z) = 3x + y - z - 1 \implies 3x + y - z = 1$$

2º passo: MLG

$$\nabla f(x,y,z) = \lambda \cdot \nabla g(x,y,z)$$
$$\nabla f(x,y,z) = (2x-2;2y-2;2z-2)$$
$$\nabla g(x,y,z) = (3,1,-1)$$
$$(2x-2;2y-2;2z-2) = \lambda \cdot (3,1,-1)$$

$$\begin{cases} 2x-2 = 3\lambda \implies & x = \dfrac{3\lambda+2}{2} \\ 2y-2 = \lambda \implies & y = \dfrac{\lambda+2}{2} \\ 2z-2 = -\lambda \implies & z = \dfrac{-\lambda+2}{2} \end{cases}$$

3º passo: Substituir $3x + y - z = 1$

$$3\left(\frac{3\lambda+2}{2}\right) + \left(\frac{\lambda+2}{2}\right) - \left(\frac{-\lambda+2}{2}\right) = 1$$
$$\frac{9\lambda+6}{2} + \frac{\lambda+2}{2} - \frac{\lambda+2}{2} = 1 \implies \frac{11\lambda+6}{2} = 1$$
$$11\lambda = -4 \implies \lambda = \frac{-4}{11}$$

4º passo: Substituir o λ nos pontos:

$$x = 3\left(\frac{(-4/11)}{2}\right) \quad y = \left(\frac{(-4/11)+2}{2}\right) \quad z = -\left(\frac{(-4/11)+2}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{P} = \left(-\frac{6}{11}; \frac{9}{11}; \frac{-9}{11}\right)$$