Natalia Giraldo - 101265.

1.

a. $\pi_T = 3.14159265$ y $\bar{\pi} = 3.1416$.

$$\left|\frac{\pi_T - \bar{\pi}}{\pi_T}\right| \leq 5 \cdot 10^{-k} \to \left|\frac{3.14159265 - 3.1416}{3.14159265}\right|$$

$= 2,33 \times 10^{-6}$ $k = 6$.

Se aproxima con 6 cifras significativas.

b.

$e_t = 2,718281$ y $\tilde{e} = 2.71$

$$\left|\frac{e_T - \tilde{e}}{e_t}\right| \leq 5 \cdot 10^{-k} \to \left|\frac{2.718281 - 2.71}{2.718281}\right| = 3,09 \times 10^{-3}$$

$k = 3$

Se aproxima con 3 cifras significativas

2.

a.

$|\tilde{m} - m| = 0.00001$

$\tilde{m} - 0,00001 \leq m \leq \tilde{m} + 0,00001$

$2,55896 \leq m \leq 2,55898$

Como podemos observar hay 4 cifras decimales que podemos aproximar.

b.

$|\tilde{m} - m| = 0,00008$

$\tilde{m} - 0,00008 \leq m \leq \tilde{m} + 0,00008$

$2,55889 \leq m \leq 2,55905$

Se puede aproximar con 2 cifras decimales

3.

a.

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2} = 1 - \cos\left(2 \cdot \frac{x}{2}\right)$$

usamos la identidad

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 1 - \left[\cos^2 \frac{x}{2} - \operatorname{Sen}^2 \frac{x}{2}\right]$$

$$= 1 - \cos^2 \frac{x}{2} + \operatorname{Sen}^2 \frac{x}{2}$$

usamos

$$1 - \cos^2 x = \operatorname{Sen}^2 x$$

$$= \operatorname{Sen}^2 \frac{x}{2} + \operatorname{Sen}^2 \frac{x}{2}$$

$$= 2 \operatorname{Sen}^2 \frac{x}{2}$$

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2} = 2 \operatorname{Sen}^2 \frac{x}{2} \quad ; \quad x = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$$

$$f(1{,}2 \cdot 10^{-2}) = 2 \operatorname{Sen}^2 \frac{(0{,}012)}{2} = 2{,}19 \times 10^{-8}$$

b.

$$g(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$ → Se multiplica por el conjugado

$$\left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}\right) \cdot \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{(x+1) + \cancel{\left(\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x}\right)} + \cancel{\left(-\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x}\right)} - x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{(x+1) - x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

4. $f(x) = \sqrt{x} = x^{1/2}$

$f'(x) = \frac{1}{2} x^{-1/2}$; $f''(x) = -\frac{1}{4} x^{-3/2}$

Se calcula con 4 ya que $\sqrt{4} = 2$ lo que es cercano a 3

$$f(x) = f(4) + f'(4)(x-4) + \frac{f''(4)}{2!}(x-4)^2$$

evaluando en 4.

$f(4) = 2$; $f'(4) = \frac{1}{4}$, $f''(4) = -\frac{1}{32}$

$$P_2(x) = 2 + \frac{1}{4}(x-4) - \frac{1}{64}(x-4)^2$$

$$P_2(2\sqrt{3}) = 2 + \frac{1}{4}(3-4) - \frac{1}{64}(3-4)^2$$

La función que usamos es $\sqrt{x}$ por lo que queremos aproximar $2\sqrt{3}$, entonces se evalua en $x=3$ y multiplicamos $\cdot 2$ para obtener el resultado

$$\approx 3.46875$$

usando el algoritmo de mclaurin en python, se puede decir que este resultado si se acerca mucho más al valor real, dando este

mclaurin ≈ 3.464233

y siendo el valor real

3,464101.

```
PS C:\Users\natal\OneDrive\Escritorio\clases\metodos numericos>
Aproximación: 3.4642333984375
PS C:\Users\natal\OneDrive\Escritorio\clases\metodos numericos>
```

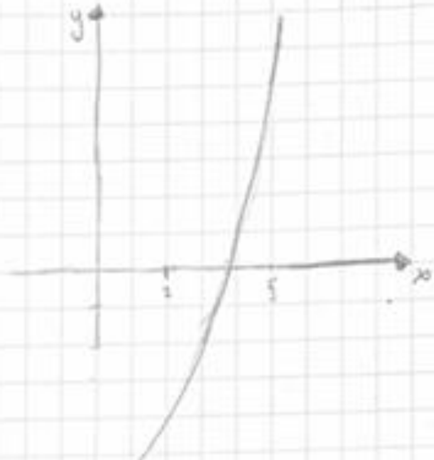
falsa posición

5. $f(x) = 0$

$x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 3.46$ $\quad x_0 = 2 \quad$ tol $= 0,05$

$x_1 = 5$

$f(x) = x^2 - 12.$



it = 1

$f(x_0) = -8 \; ; \; f(x_1) = 13 \; ; \; an^3 = 2$

$$x_0 - \frac{(x_0 - x_1) \cdot f(x_0)}{f(x_0) - f(x_1)}$$

$$X = 2 - \frac{(-3) \cdot (-8)}{-8 - 13} = 2 \frac{-24}{-21} = \frac{22}{7} \approx 3,14$$

$$\text{error} = \left| \frac{x_1 - x}{x_1} \right| = \frac{22/7 - 2}{22/7} = 0,36 > \text{tol}$$

$f(x_1) = -2,12$

$X_0 = 3,14 \wedge X_1 = 5$

$i = 2$

$x_0 = 3{,}14 \quad \wedge \quad x_1 = 5$

$$x = 3{,}14 - \frac{(3{,}14 - 5) \cdot (-2{,}14)}{-2{,}14 - 13} = 3{,}40$$

$$\text{error} = \frac{3{,}40 - 3{,}14}{3{,}40} = 0{,}07 > \text{tol}$$

$i = 3$

$x_0 = 3{,}40 \quad \wedge \quad x_1 = 5$

$$x = 3{,}40 - \frac{(3{,}40 - 5) \cdot (-0{,}44)}{-0{,}44 - 13} = 3{,}45$$

$$\text{error} = \frac{3{,}45 - 3{,}40}{3{,}40} = 0{,}01 < \text{tol}$$

implementando el método en python, son necesarias 5 iteraciones

```
PS C:\Users\natal\OneDrive\Escritorio\clases\metodos
0   3.142857142857143      0.36363636363636365
1   3.4035087719298245     0.07658321060382915
2   3.453027139874739      0.014340567258533277
3   3.4620894047913064     0.0026175710263362613
4   3.463736392026384      0.0004754943935309665
None
```

6. $P(t) = 20e^{0.15t} - 100$

$$= 20e^{0,15t} = 100 \quad / 20$$

$$e^{0,15t} = 5$$

$$\ln e^{0,15t} = \ln 5$$

$$0,15t = \ln 5$$

$$t = \frac{\ln 5}{0,15}$$

$$t = 10,729$$

Comparando con los resultados obtenidos usando el método de newton, podemos decir que los resultados son los mismos.

```
PS C:\Users\natal\OneDrive\Escritorio\clases\metodos numericos>
1   12.885603682385405     0.5343640742108196
2   11.04350024667261      0.16680430973574872
3   10.736864391524149     0.028559162523326985
4   10.729590109039254     0.0006779646203601494
5   10.729586082925415     3.75234776779417e-07
Raíz aproximada: 10.729586082925415
```