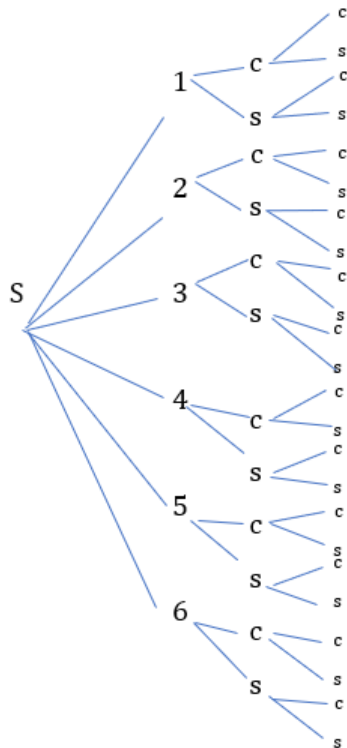


Matemática 3

PRACTICA 1: Espacios Muestrales y Eventos - Asignación de Probabilidades

- Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que salen. Si x es el resultado en el dado verde e y es el resultado en el dado rojo, describa el espacio muestral S :
 - por extensión,
 - por comprensión.
 - $S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$
 - $S = \{(x,y): x, y \in \{1,2,3,4,5,6\}\}$
- Un experimento consiste en lanzar un dado y después lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Use la notación $4C$, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y después la moneda salga cara, y $3CS$ para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y después por una ceca. Construya un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral S .



3. Se seleccionan al azar cuatro estudiantes de una clase de química y se clasifican como femenino o masculino.

- a) Liste los elementos del espacio muestral S_1 usando la letra F para femenino y la letra M para masculino.

$$S_1 = \{(F,F,F,F), (F,M,F,F), (M,F,F,F), (M,M,F,F), (F,F,F,M), (F,M,F,M), (M,F,F,M), (M,M,F,M), \\ (F,F,M,F), (F,M,M,F), (M,F,M,F), (M,M,M,F), (F,F,M,M), (F,M,M,M), (M,F,M,M), (M,M,M,M)\}$$

- b) Defina un segundo espacio muestral S_2 donde los elementos representen el número de mujeres seleccionadas.

$$S_2 = \{0,1,2,3,4\}$$

4. Para el espacio muestral del ejercicio 1), liste los elementos de los siguientes eventos:

- a) A : “la suma de los números es mayor que 8”.

$$A = \{(3,6), (4,5), (4,6), (5,4), (5,5), (5,6), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

- b) B : “ocurre un dos en cualquiera de los dos dados”.

$$B = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (1,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)\}$$

- c) C : “sale un número mayor que cuatro en el dado verde”.

$$C = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

- d) $A \cap C$

$$D = \{(5,4), (5,5), (5,6), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

- e) $A \cap B$

$$E = \emptyset$$

- f) $B \cap C$

$$F = \{(5,2), (6,2)\}$$

5. Para el espacio muestral del ejercicio 2), liste los elementos de los siguientes eventos:

- a) A : “en el dado sale un número menor que 3”.

$$A = \{(1,C,C), (1,C,S), (1,S,C), (1,5,5), (2,C), (2,5)\}$$

- b) B : “ocurren dos cecas”.

$$B = \{(1,5,5), (3,5,5), (5,5,5)\}$$

- c) A^c

$$C = \{(3,C,C), (3,C,S), (3,S,C), (3,S,S), (4,C), (4,S), (5,C,C), (5,C,S), (5,S,S), (5,S,C), (6,C), (6,S)\}$$

- d) $A^c \cap B$

$$D = \{(3,S,5), (5,S,S)\}$$

e) $A \cup B$

$$E = \{(1,C,C), (1,C,S), (1,S,C), (1,S,S), (3,S,S), (5,S,S)\}$$

6. Suponga que los dos dados del ejercicio 1) son normales. Entonces cada resultado del espacio muestral S tiene la misma probabilidad de ocurrir (S es equiprobable). Encuentre las siguientes probabilidades:

$$a) P(A) = \frac{\text{ELEMENTOS SELECCIONADOS}}{\text{CANTIDAD DE ELEMENTOS DEL ESPACIO MUESTRAL}} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

b) $P(B) = 11/36$

c) $P(C) = 12/36 = 1/3$

d) $P(A \cap C) = 7/36$

7. Si se toman 3 libros al azar de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que:

a) se seleccione el diccionario? $1/9$

b) se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas? $3/9 = 1/3$

8. Un dado octaédrico (de ocho caras) tiene el número 1 pintado en dos de sus caras, el 2 en tres de sus caras, el 3 en dos de sus caras y el 4 en una cara. Se lanza el dado. Suponga que cada cara tiene la misma probabilidad de salir.

a) Determine el espacio muestral de este experimento. $S = \{1,2,3,4\}$

b) Calcule la probabilidad de que salga un número par. $4/8 = 1/2$

c) Si el dado estuviera cargado de tal forma que la cara con el número 4 tuviera el doble de probabilidad de salir que cada una de las otras siete caras:

1) ¿Cambiaría esto el espacio muestral? Explique.

A = sale par

B = sale el número 2

C = sale el número 4

$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \#B/\#S + \#C/\#S. S \text{ es equiprobable}$$

$$3/8 + 1/8 = 1/2$$

2) ¿Cambiaría esto la probabilidad de que salga un número par? Explique.

$P + P + P + P + P + P + P + P + 2P = 1 \rightarrow$ prob. que tiene cada cara de salir

$$9P = 1$$

$$P = 1/9$$

$$P(B) + P(C) = 3/9 + [1/9 \times 2] = 5/9 \text{ y esto no es igual a } 1/2. \text{ Cambia}$$

9. Se lanza un dado normal 5 veces. Encuentre la probabilidad de obtener 4 números iguales.

$$6^5$$

10. Se selecciona una carta al azar entre 50 cartas numeradas del 1 al 50. Hallar la probabilidad de que el número de la carta sea:

a) divisible por 5. $P(A) = 10/50 = 1/5$

b) termine en 2. $P(C) = 25/50 = 1/2$

11. Tres parejas de casados han comprado boletos para el teatro y se sientan en una fila formada por solo seis asientos. Si toman sus asientos de un modo totalmente aleatorio:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María (marido y mujer) se sienten en los dos asientos de la extrema izquierda?

$$\underline{2} \ \underline{1} \ \underline{4} \ \underline{3} \ \underline{2} \ \underline{1} = 48$$

$$6! = 720$$

$$P(A) = 48/720 = 0,06666..$$

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María terminen sentados uno junto a otro?

$$48 \times 2 = 96$$

$$P(B) = 96/720 = 1/3 = 0,3$$

12. De acuerdo con un trabajo de investigación, la ubicación probable de las PC en una casa es:

- Dormitorio de adultos: 0,03
- Dormitorio de niños: 0,15
- Otro dormitorio: 0,14
- Oficina o estudio: 0,40
- Otra habitación: 0,28

Calcule:

- a) La probabilidad de que una PC esté en un dormitorio.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0,03 + 0,15 + 0,14 = 0,32$$

b) La probabilidad de que una PC no esté en un dormitorio.

$$P(D \cup E) = P(D) + P(E) = 0,4 + 0,28 = 0,68$$

13. El interés se enfoca en la vida de un componente electrónico. Suponga que se sabe que la probabilidad de que el componente funcione más de 6000 horas es 0,42. Suponga además que la probabilidad de que el componente no dure más de 4000 horas es 0,04.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas?

A = "El componente funciona más de 6000h"

B = "El componente funciona, como mucho, 4000h"

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1$$

$$1 - 0,42 = 0,58 \text{ a } 6000 \text{ h (TODO menos la probabilidad de que dure MÁS de 6000)}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas?

$$1 - P(B) = 1 - 0,04 = 0,96$$

c) Sea A el evento de que el componente falle en una prueba específica y B el evento de que el componente se deforma pero no falla. Supongamos que $P(A) = 0,20$ y $P(B) = 0,35$

1) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente no falle en la prueba?

$$1 - P(A) \text{ o } A^c = 0,8$$

2) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente funcione perfectamente (no se deforma ni falla en la prueba)?

$$P(A \cup B)^c = 1 - 0,55$$

3) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente falle o se deforme en la prueba?

14. Sean A y B eventos con $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A^c) = \frac{2}{3}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.

Hallar $P(A)$, $P(B)$

$$\rangle P(A) = [P(A)^c]^c = (2/3)^c = 1 - 2/3 = 1/3$$

$$\rangle P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ int. } B)$$

$$\frac{3}{4} = 1/3 + P(B) - \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{3}{4} - 1/3 - \frac{1}{4}$$

$$P(B) = 2/12 = 1/6$$

$$\rangle P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \text{ int. } B)$$

$$1/3 - \frac{1}{4} = 1/12$$